论美与数学

江莪茜
(重庆大学 高等职业技术学院,重庆 400044)

摘要:"美"与"数学"似乎是相隔遥远的两个领域。美现实而单纯,数学抽象而复杂。数学美正是本文要诠释的观点。

关键词:美;数学;简单美;和谐美;奇异美

中图分类号:B83-05 **文献标识码**:A **文章编号**:1008-5831(2001)03-00100-03

On Beauty and Mathematics

JIANG E-xi
(*Higher Profession College of Chongqing University, Chongqing 400044, China*)

Abstract: "Beauty" and "Mathematics" seem to be two rather distant respects, because beauty is real and simple, but mathematics is abstract and complicate. Beauty of Mathematics is the very point which will be explained in this paper.

Key words: beauty; mathematics; simple beauty; harmonious beauty; strange beauty

在现实世界中,处处存在着形态各异的美的事物吸引着人们的注意——挺拔雄伟的崇山峻岭,旖旎秀丽的湖光山色,多姿多彩的艺术作品、难以忘怀的人生情思……人们在欣赏美和认识美的过程中,逐渐理解和把握了美的规律,从而在各种实践活动中不断地创造美,使我们的世界变得更美。

然而,如果将"美"与"数学"相提并论,定会有许多人不以为然。数学美吗?数学中存在美吗?诸如此类的疑问便会接踵而至。其实,答案是肯定的!

诚然,在许多人眼里,数学是很抽象的、很复杂的。但是,在这些抽象和复杂的背后,往往都有着非常和谐和自然的规律,如果我们能更多地理解和掌握这些规律,深入到数学的领域中细细品味,就会对数学有更深刻的认识和感受,数学美感便会油然而生,一种完全属于数学的美将会使你豁然开朗。在历史的长河中,许许多多迷恋数学的人,就是被"数学美"深深吸引,并为之奉献一生。

一、数学美的体现

当今时代,由于各门科学数学化的进程与日俱增,因而,数学美在科学美中的地位和代表性也日益显著。关于审美意识在数学理论中的体现,历史上很早就有学者进行过探讨。

古希腊有一个政治、宗教、数学合一的秘密团体——毕达哥拉斯(Pythagoras,约公元前580—500)学派,该学派对五角星情有独钟,将五角星作为团体成员的标志。因为他们认为五角星不但非常漂亮,而且五角星的每一条边都有着迷人的比例性质:每条边上小段与大段的长度之比恰好等于大段与全段的长度之比,比值约为0.618。这个数被文艺复兴时期的伟大画家、科学家达·芬奇称为"黄金数",按照黄金数达·芬奇画出了优美的人体比例图。黄金数在自然界和人们的生活中随处可见——人的肚脐与人体总长之比为黄金数;通常书的开本也满足黄金分割的特点;许多国家的国旗中都有五角星;许多著名的建筑,如古埃及金字塔、巴黎圣母院、埃菲尔铁塔等等都与黄金数有关;窗户的宽与长的比为0.618时采光最好……人们发现0.618非常奇妙,满足0.618的物体给人以美感,0.618不愧为黄金数,它有着非常深刻的美的内涵。毕达哥拉斯学派发现黄金数以后提出,支配着整个自然界和人类社会的东西,最终都可归结为数的比例与和谐。[1]

汉代名将韩信善于用兵的故事广为流传。韩信

* 收稿日期:2001-06-26
作者简介:江莪茜(1967-),女,重庆人,重庆大学高等职业技术学院讲师,主要从事高等数学教学研究。

在点兵时，要士兵先1至3报数，看余下几人，再分别1至5报数，1至7报数，得到余数后，韩信由这三个余数即可以算出整队士兵的人数。其实这就是世界公认的“中国剩余定理”的雏形。后来，明朝数学家程大住在《算法统宗》一书里，把韩信点兵问题的计算公式写成一首优美的诗：“三人同行七十稀，五树梅花廿一枝，七子团圆正月半，除百零五便得知。”[2]美与数学在此显得多么的和谐统一。

再如，自然界中的许多现象都与数“6”有关。晶莹剔透的雪花是六角形，蜂房的入口外呈六边形，西方传说上帝用六天创造了世界……“6”也是一个很美妙的数，它有4个约数：1、2、3、6，如果不算6本身，而将其余的约数相加，其和恰好等于6自身。人们被这一美妙的性质所陶醉，称这种除了自身以外的所有约数之和恰好等于自身的数为——完美数。古希腊人非常重视完美数，认为完美数代表着吉祥，会给他们带来幸福和美好。现代数学家已发现，完美数非常稀少，至今才发现29个，而且都是偶完美数，它们具有一致的特性，尾数都是6和8。前5个分别是：6、28、496、8128、33550336。[3]

在古希腊时期，由于数学家兼美学家毕达哥拉斯、柏拉图、亚里斯多德等人在研究和整理数学问题时，受到美学观点的影响，使当时的数学被视作一门高尚的艺术，甚至当时的数学还被作为研究美的源泉。抽象数学的优美形式也就是在这个历史阶段奠定了基石。哲学家W·托马斯在《自然哲学论》中称法国数学家傅立叶的名著《热的解析原理》为数学的诗，美国数学家P·R·哈尔莫斯称数学是精美的艺术珍品。不论是把数学比作诗篇、乐章或者艺术珍品，都是为了说明——数学美。

二、数学美的特征

古希腊数学家最早创造的纯粹数学之花，于公元之初即趋凋谢，随后取而代之的是以实用为特征的数学。到19世纪20年代，随着分析的严格化、代数的抽象化，几何的非欧化，纯粹数学又进入了发展的黄金时代。数学可划分为纯粹数学与应用数学两大部分，但在历史进程中，两者相辅相成。有数学家提出，纯粹数学虽美而无用，应用数学有用但不美。其实不然，应该说两者都是优美多姿的。

数学美的特征可概括为——简单美、和谐美、奇异美。高度的抽象性、逻辑的严密性、语言的符号性、应用的广泛性是数学鲜明的特点，这些特点都与数学美密切相关，使得数学放射出一种冷而严肃的美的光环，而没有艺术和建筑那种华丽多彩的服饰。

在数学发展的历史长河中，数学家们一直努力追求着数学的简单美，使得数学的抽象性愈来愈高。现代数学的各个分支已广泛地应用公理化方法，数学公理化的目的在于表示为演绎形式，这种形式的出发点则是公理系统。对于每一个漂亮的公理系统，都要求具有独立性与相容性，这便体现了数学的简单美与和谐美。一个漂亮的数学定理所体现出的纯美学特性，也是它的简单性、意外性、必然性、有机性。凡是具有普遍性、统一性、抽象性的理论，其表现形式总是比较简单的，而且，在诸多理论中最简单者才是最美的理论。数学简单美的另一个重要特征是语言的符号性，恰当的符号不仅可以真实地描绘数量关系的本质，使求解过程清晰准确，而且能够最大程度地减轻人的思维劳动。在奇妙的数学王国中，那千姿百态的数学符号令不少人痴迷、兴奋。第一个系统使用数学符号的人是法国数学家韦达，数学符号的系统使用是16世纪数学的一个重大进展，它使高度抽象的数学材料有了简洁准确的表达形式，同时为其它自然科学提供了最精确的语言——数学语言。

要达到数学推理的严密性，首要条件就是和谐，数学应用的广泛性正好体现出了数学思维与实际经验具有惊人的和谐性。数学和谐美的主要表现形式是统一、有序、无矛盾以及对称、对偶等等。数学发展中的三大危机，都由悖论而引起。要建立一个数学结构，首要条件就是具备和谐美，欲达到和谐，必须先消除悖论，任何重要悖论问题的解决，都将赋予数学以生机。

数学的奇异美更多体现于新理论和新方法的幼芽上，其特点在于“新”。《数论》中著名的“哥德巴赫猜想”被称为数学皇冠上的一颗明珠，向许许多多痴迷数学的人展示着数学的奇异美。1742年德国人哥德巴赫给当时住在俄国彼德堡的大数学家欧拉写了一封信，信中提出两个问题：第一，是否每个大于4的偶数都能表示为两个奇质数之和？如$6=3+3$，$14=3+11$等等。第二，是否每个大于7的奇数都能表示为三个奇质数之和？如$9=3+3+3$，$15=3+5+7$等等。实际上第一问题的正确解法可以推出第二个问题的正确解法。因为每个大于7的奇数显然可以表示为一个大于4的偶数与3的和。为了摘取这颗数学皇冠上的明珠，数学家们进行着不懈的努力。1937年，苏联数学家维诺格拉多夫利用他独创的“三

角和"方法证明了每个充分大的奇数可以表示为3个奇质数之和,基本上解决了第二个问题。但是,第一问题至今仍未解决。由于问题实在太困难了,数学家们开始研究较弱的命题:每个充分大的偶数,可以表示为质因数个数分别为m、n的两个自然数之和,简记为"m+n",这样哥德巴赫猜想基本上就是要证明"1+1"是正确的。1920年挪威数学家布朗证明了"9+9",以后的二十几年里,数学家陆续证明了"7+7"、"6+6"、"5+5"、"4+4"、"1+c"。其中c是常数。1956年中国数学家王元证明了"3+4",随后又证明了"3+3"、"2+3"。60年代前半期中外数学家将命题推进到了"1+3"。1966年,中国数学家陈景润证明了"1+2",并于1973年发表,这一结果立即轰动了国际数学界,被称为"陈氏定理",至今仍然是最好的结果。[1]一位英国数学家称陈景润移动了"群山"。尽管由"1+2"到"1+1"仅有一步之遥,但这一步却有着难以想象的艰难。许多数学家认为,要想证明"1+1",很有可能必须创造新的方法,以往的路都是走不通的。

数学的奇异美还体现于数学理论表现形式的多样性。对同一数学问题可以给出不同的解法,对同一数学概念可以给出不同的定义,对同一数学分支可以建立不同的形式结构。在数学研究中,对于同一课题,不同的学派和不同的个人,因其观点不同、方法不同、思路不同,致使研究结果的形式与结构各异。往往正是这种奇异美的魅力,吸引着一代又一代数学家们去攀登那些奇峦险峰。

三、数学美的应用

数学美的应用主要表现如下:

其一,数学美是数学发展的推动力。由于美的信息无声地蕴含在抽象的数学理论之中,随着这种信息的大量积累,就会急剧增长美的兴奋,形成兴奋中心,促使这些美的信息重新分解与组合,致使研究者们豁然开朗,新的灵感产生,由此推动着数学向前发展。一些数学天才在钻研数学问题时之所以会达到如痴如狂的境地,很大程度上就是受到数学美感的支配。

其二,数学美可以推动生产力的发展。我国著名数学家华罗庚运用黄金数——0.618研究出了"优选法",这是一种解决最优化问题的方法。[3]比如,在炼钢时需要加入某种化学元素以增加钢的强度,假设在每吨钢中需要加入某化学元素的量在1 000 - 2 000克之间,为了求得最恰当的加入量,则需要在区间[1 000,2 000]中进行试验,通常所用的方法为"对分法",但这种方法并不是最佳的试验方法,如果我们将试验点取在区间的0.618处,则试验次数将大大减少。这种方法就是一维优选法,也称"0.618法"、"黄金分割法"。实践证明,对于一个因素的问题采用"0.618法"做16次试验,就可达到"对分法"做2 500次试验的效果。从1958年开始,华罗庚教授就在全国的各行各业大力推广"优选法",其后的几十年间,"优选法"被广泛地应用,极大地提高了生产效率,推动了国民生产的发展。"黄金分割法"生动而实在地让人们感受到了数学美。

其三,数学美能够启发学生学习数学的最佳动机。现代美国数学家G.Polya提出数学教学的最佳动机原则——使学生对于所学的材料感到兴趣,并在学习的过程中找到乐趣。为了激发学生的学习兴趣,教师在教学过程中应设法使学生感到数学问题可能像猜迷语一样有趣,而生机勃勃的数学思维活动可能像一场激烈的球赛一样令人向往,引导学生去体验数学中的美感,使学生感到数学是很有魅力的一门科学。[4]在教学中,教师应尽量选用优美的视觉信号和听觉信号,例如,精致的图形、幽默的语言、有趣的算式、生动的数学历史故事等等,使学生接受数学信息的思维活动寓于愉悦之中。然而,更为重要的还是在教学中深挖体现数学美的一些主要特征的各种表现形式,提高学生对数学的审美情趣,使学生学习数学的状态达到最佳。

数学之美,美不胜收;数学之美,举不胜举。我们不妨以唐朝诗人高适的诗句来概括与赞美数学之美——"性灵出万象,风格超常伦"!

参考文献:

[1]编委会.新世纪中学生百科全书[M].北京:中国大百科全书出版社,1997.103-105.

[2]魏有德.数学奥林匹克初级读本(下)[M].成都:四川大学出版社,1993.69-70.

[3]编委会.中国少年儿童百科全书——科学技术[M].杭州:浙江教育出版社,1996.142-143.

[4]POLYA G.怎样解题[M].北京:科学出版社,1982.