

WCVaR 测度下企业稳健的国际 贸易组合研究

胡大江¹,任玉琰¹,陈学梅²,谢 非²

(1. 重庆大学 经济与工商管理学院,重庆 400044;2. 重庆理工大学,重庆 400050)

摘要:全球性或地区性经济和社会问题以及国际贸易摩擦不断出现,让置身其中的企业在国际贸易收汇中产生严重的不确定性,导致国际贸易汇率风险不确定,这就要求企业国际贸易需要更稳健的贸易组合。文章对企业国际贸易稳健组合优化问题进行研究,考虑汇率风险不确定性,以 WCVaR 作为风险度量指标,将企业国际贸易组合优化问题转化为一个最小—最大的资产组合优化问题,并构建稳健的贸易组合优化模型,并给出相应的求解方法,最后还结合中国外汇市场的历史数据进行实证分析。文章的研究是稳健控制理论在企业国际贸易风险控制领域的一个拓展,并期望此研究能帮助企业更有效地控制和管理其国际贸易汇率风险。

关键词:国际贸易;稳健;组合;WCVaR

中图分类号:F740

文献标志码:A

文章编号:1008-5831(2010)04-0024-06

一、引言

伴随着世界经济和人类文明的发展,诸如全球金融危机、甲型 H1N1 流感和地震等全球性或地区性的经济和社会问题以及国际贸易摩擦发生的概率和破坏力也在同步增长,从而对置身其中的企业国际贸易产生严重影响:不仅体现为国际间贸易订单数量的减少,而且还严重影响到现有订单的后续执行,使得企业国际贸易中呆坏帐的发生概率和数额增加,外币的收付时间和周期也产生了很大的不确定性,这无疑会加大企业国际贸易的汇率风险。因此,面对浮动汇率制度和各种全球经济和社会问题不断出现的格局,企业国际贸易的风险管理和决策要求更稳健,以防止极端情况下企业的过大损失。

经济问题研究对稳健性的关注始于 20 世纪 90 年代,之后稳健优化就成为投资组合优化和风险控制领域中一个重要的研究方向。首先应用稳健控制理论研究经济问题是 Hansen 和 Sargent^[1],他们提出并倡导了稳健投资策略,从而使得投资者的投资策略不再对资产收益预测模型的设定误差过于敏感,由此对稳健组合优化问题的研究文献不断出现。早期对稳健组合优化问题的研究更多基于均值—方差模型^[2-3],而近期的研究更多基于最坏情景(Worst-Case)分析,如最坏情景的 VaR(Worst-Case Value-at-Risk)^[4]和最坏情景的 CVaR(Worst-Case Conditional Value-at-Risk, WCVaR)^[5]等。不管是哪种分析框架,因为不确定性是不稳健的缘故,因此不确定性始终是稳健组合优化问题研究的重点。Costa 与 Paiva^[2], Goldfarb 与 Iyengar^[3], 王元英和叶中行^[6]考虑资产收益的均值

收稿日期:2010-01-12

基金项目:国家社会科学基金重点项目(08AJY028)

作者简介:胡大江(1976-),男,江西永修人,重庆大学经济与工商管理学院博士研究生,主要从事风险

和协方差矩阵不是完全不确定的,而是属于某个已知的凸多面体或凸组合;El Ghaoui 等^[4], Shushang Zhu 等^[5]考虑资产收益分布信息不是完全不确定的,而是部分已知或部分给定;Dashan Huang 等^[7]考虑投资期不是一个固定期,而是不确定的;高金窑和李仲飞^[8]考虑投资者的投资偏好是不确定的,并由此导致模型也是不确定的。这些文献研究了投资领域某些特定方面具有不确定性时的稳健最优投资组合问题。然而,现实中的不确定是多方面的,而且不同领域的不确定性也不同,对于企业国际贸易,在汇率波动和收汇期不确定下的稳健组合问题的处理,难以从已有文献中找到解决方案。

针对企业在各种极端事件不断出现背景下的国际贸易决策问题,笔者采用最坏情景分析,考虑企业国际贸易由浮动汇率和收汇期不确定而导致的汇率风险不确定,以 WCVaR 作为风险度量指标,建立稳健的企业国际贸易组合优化模型,并给出相应的求解方法,最后结合中国外汇市场的历史数据进行实证分析,以验证所建立模型解决企业国际贸易稳健组合决策的有效性和在企业国际贸易风险管理方面的实用性。

二、CVaR 和 WCVaR 原理

(一) CVaR 方法

设 $f(x, y): R^n \times R^m \rightarrow R$ 为资产组合所面临的损失函数,决策变量为 $x \in X$, X 为资产组合满足一定条件下的可行集, y 为代表风险价值的随机变量, $p(y): R^m \rightarrow R$ 为 y 的概率密度函数,对任意 $\alpha \in R$, 损失函数 $f(x, y)$ 的概率分布函数 $\varphi(x, \alpha)$ 为:

$$\varphi(x, \alpha) = \int_{f(x, y) \leq \alpha} p(y) dy \quad (1)$$

给定置信水平 $\beta (0 < \beta < 1)$, 则表示资产组合风险的 VaR 和 CVaR 值可以定义为:

$$\text{VaR}_\beta(x) = \min \{ \alpha \in R; \varphi(x, \alpha) \leq \beta \} \quad (2)$$

$$\text{CVaR}_\beta(x) = (1 - \beta)^{-1} \int_{f(x, y) \leq \alpha(x)} f(x, y) p(y) dy \quad (3)$$

由式(3)可以看出, CVaR 的定义同时包含了 VaR 函数, 因此, 除非有 VaR 函数确定的解析表达式, 否则就难以直接求解 VaR 和 CVaR。这一难题可由下式来处理^[9]:

$$\text{CVaR}_\beta(x) = \min F_\beta(x, \alpha) \quad (4)$$

其中: $F_\beta(x, \alpha) = \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{y \in R^m} [f(x, y) - \alpha]^+ p(y) dy$, $[f(x, y) - \alpha]^+ = \max[0, f(x, y) - \alpha]$ 。

设 (x^*, α^*) 是式(4)的最优解, 则 α^* 为最小的 VaR 值, $F_\beta(x^*, \alpha^*)$ 为最小的 CVaR 值, x^* 为资产组

合的最优比例。这样, 便可以同时求出 VaR 值和 CVaR 值。可以证明, 如果 $f(x, y)$ 是凸函数, 则 $F_\beta(x, \alpha)$ 也是凸函数; 如果 $p(y)$ 和 $f(x, y)$ 均平滑可导, 且 $f(x, y)$ 对 y 的梯度不为 0, 则 $F_\beta(x, \alpha)$ 也平滑可导, 此时, 式(4) 可以通过直接求导来求解。

(二) WCVaR 方法

显然, 对式(4) 求解可同时得出投资组合风险的 VaR 和 CVaR 值, 但这需知道 $p(y)$ 确定的解析式。不过, 因为投资组合的风险受许多因素影响, 不同的影响因素导致投资组合的风险概率分布也不同, 因此, $p(y)$ 无法用一确定的解析式来表示。假定 $p(y)$ 不确定, 仅属于某一已知域 Θ , 即 $p(y) \in \Theta$, 那么对式(4) 的处理就非常困难。此时, 对投资组合风险的度量, 就需要引入新的度量方法: WCVaR, 其定义为^[5]: WCVaR 是指在 β 给定时, 某一资产组合各种收益可能中的最大 CVaR 值。通常表示为:

$$\text{WCVaR}_\beta(x) = \sup_{p(y) \in \Theta} \text{CVaR}_\beta(x) \quad (5)$$

式(5) 中 Θ 的分布构成不同, 对 WCVaR 的求解也不同。文献[5] 给出了几种常见特殊分布下 WCVaR 的求解方法, 对于混合分布, 有:

$$\Theta = \left\{ \sum_{i=1}^l p_i(y) \lambda_i : (\lambda_1, \dots, \lambda_l)^T \in \Omega \right\} \quad (6)$$

其中: $p_i(y)$ 表示 y 的第 i 个可能分布; l 表示 y 的可能分布个数; λ_i 表示 $p_i(y)$ 发生的可能性; Ω 是 λ_i 的取值空间, 有:

$$\Omega \subseteq \left\{ (\lambda_1, \dots, \lambda_l)^T : \sum_{i=1}^l \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0, i = 1, \dots, l \right\} \quad (7)$$

$$\text{令: } F_\beta^i(x, \alpha) = \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{y \in R^m} [f(x, y) - \alpha]^+ p_i(y) dy。$$

通过转换, 最小化 WCVaR 最终可转化为:

$$\min_{x \in X} \text{WCVaR}_\beta(x) = \min_{(x, \alpha) \in X \times R} F_\beta^\Omega(x, \alpha) \quad (8)$$

$$\text{其中: } F_\beta^\Omega(x, \alpha) = \max_{\lambda \in \Omega} \sum_{i=1}^l \lambda_i F_\beta^i(x, \alpha)$$

此时, 若 X 是凸集, 且 $f(x, y)$ 是关于 x 的凸函数, 则 $F_\beta^\Omega(x, \alpha)$ 是关于 (x, α) 的凸规划, 因此, WCVaR 最小化问题就是一个凸规划问题, 因此对式(8) 的求解就可以采用凸规划理论的相关方法进行。

式(8) 是一个双重优化问题, 为了使最小化 WCVaR 更直观, 引入辅助变量, 将式(8) 转换为:

$$\min_{(x, \alpha) \in X \times R} \left\{ \theta : \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{y \in R^m} [f(x, y) - \alpha]^+ p_i(y) dy \leq \theta, i = 1, 2, \dots, l \right\} \quad (9)$$

式(9) 进一步求解的难点在于其中的多元积分

和不连续函数,为此,借鉴文献[9]在求解 CVaR 时对多元积分和不连续函数的处理方法,类似地将式(9)转换为:

$$\min_{(\alpha, \theta) \in X \times R \times R} \{ \theta; \alpha + (1 - \beta)^{-1} \sum_{k=1}^{S_i} Pr_i^{[k]} [f(x, y_i^{[k]}) - \alpha]^+ \leq \theta, i = 1, 2, \dots, l \} \quad (10)$$

其中: $y_i^{[k]}$ 表示 y 第 i 个可能分布 $p_i(y)$ 中的第 k 个样本; S_i 表示 $p_i(y)$ 中的样本总量; $Pr_i^{[k]}$ 表示 $y_i^{[k]}$ 可能发生的概率,通常可近似表示为: $Pr_i^{[k]} = (S_i)^{-1}$.

令 $Pr_i = (Pr_i^{[1]}, Pr_i^{[2]}, \dots, Pr_i^{[S_i]})^T$, 引入辅助向量 $u_i = (u_i^{[1]}, u_i^{[2]}, \dots, u_i^{[S_i]})^T$, 式(10)可以转化为如下更容易计算的形式:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} x \in X, \\ \alpha + (1 - \beta)^{-1} (Pr_i)^T u_i \leq \theta, \\ u_i^{[k]} \geq f(x, y_i^{[k]}) - \alpha, \\ u_i^{[k]} \geq 0, k = 1, \dots, S_i, i = 1, \dots, l \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)已简化成一般的最优化问题,若 $f(x, y_i^{[k]})$ 是关于 x 的凸函数,则式(11)就是一个凸规划。再进一步,若 $f(x, y_i^{[k]})$ 是关于 x 的线性函数,则式(11)就是一个线性规划,这更容易求解。式(11)的特殊情况是 $l = 1$, 此时 y 的分布就是一个确定的分布 $p(y)$, 式(11)就转化为一般的 CVaR 模型,因此可以用 CVaR 方法予以解决。

三、稳健的企业国际贸易组合模型的建立

企业与多个国家进行国际贸易时会形成一种特殊的资产组合:由多种外汇构成的外汇资产组合。面对金融危机等全球经济和社会问题不断出现的格局,企业对这类特殊的资产组合优化决策问题需要更稳健的处理方式。本节将以 WCVaR 作为汇率风险测度指标,构建模型求解风险价值概率分布不确定时企业的国际贸易组合优化问题。

假定企业的国际贸易对象为有市场需求的 n 个国家, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 是企业对这 n 个国家贸易的外汇组合, $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 是 x 组合风险价值的随机变量, $f(x, y)$ 是对应于 x, y 的损失函数,则损失函数可表示为: $f(x, y) = -x^T y$ 。再设 y 的概率密度为 $p(y)$, 置信度为 β , 企业的资源约束为 X , 利润约束为 μ 。

为了构建稳健的组合优化模型,需要对资源约束集和利润约束作进一步的明确规定,即:

$$X = \{x; ex = 1, \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\} \quad (12)$$

$$\min_{p(y) \in \Theta} E(x^T y) \geq \mu \quad (13)$$

其中: e 为单位向量, \underline{x} 和 \bar{x} 分别为国际贸易最低和最高值向量,且满足 $x \geq 0, \bar{x} \leq e$ 。 $E(x^T y)$ 为关于 $p(y)$ 的预期收益, μ 为在最坏情景下企业国际贸易的最低收益要求。

这样,用 WCVaR 表示风险测度指标,稳健的组合优化模型就是寻求满足约束条件时的最小 WCVaR, 即: $\min_{p(y) \in \Theta} WCVAR_{\beta}(x)$, 这就是要构建模型的目标函数。

确定了目标函数,接下来的重点就是确定 $p(y)$ 的取值空间 Θ 。由于外汇收付时间不确定, $p(y)$ 的分布也就无法确定,因此,确定 Θ 就成为模型构建的难点。在此,把不确定的外汇收付时间分解成若干个确定时间,每一种确定时间对应一种确定的 $p(y)$ 分布,设企业外汇收付时间集为 $[0, S]$, 对应有 $S + 1$ 个外汇收付可能,再设每一种收付可能的外汇收付概率 λ 服从强度为 ζ 的指数分布,那么 t 种情况外汇收付概率的分布函数 $\lambda(t)$ 为:

$$\lambda(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\zeta t} & 0 \leq t < S \\ 1 & t = S \end{cases} \quad (14)$$

由此可得第 t 种情况下外汇收付概率 λ_t 为:

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \lambda(t) - \lambda(t-1) \\ &= \begin{cases} e^{-\zeta(t-1)} - e^{-\zeta t} & t = 1, 2, \dots, S-1 \\ e^{-\zeta(S-1)} & t = S \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

根据资产价格几何布朗运动的一般假设,假定 $p_t(y)$ 在 t 时点服从均值为 μt , 方差为 $\sigma^2 t$ 的正态分布,由条件概率公式,很容易得到无条件密度函数为:

$$p(y) = \sum_{t=1}^S \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} e^{-(y-\mu t)^2/(2\sigma^2 t)} \lambda_t \quad (16)$$

更一般化,在 $p_t(y)$ 连续的情况下,式(14)可转化为:

$$p(y) = \int_0^S p_t(y) \lambda_t dt \quad (17)$$

若 $p_t(y)$ 离散,式(17)可转化为:

$$p(y) = \sum_{t=1}^S p_t(y) \lambda_t, \text{ (其中: } \sum_{t=1}^S \lambda_t = 1 \text{)} \quad (18)$$

现实中难以获取 $p(y)$ 分布的详细情况,因此模型求解过程中对 $p(y)$ 的处理往往采用离散来近似连续分布的方法。由此可得出 $p(y)$ 取值空间 Θ 的具体形式为:

$$\Theta = \left\{ \sum_{t=1}^S p_t(y) \lambda_t; (\lambda_1, \dots, \lambda_S)^T \in \Omega \right\} \quad (19)$$

其中: Ω 是 λ_t 的取值空间,有:

$$\Omega \subseteq \{(\lambda_1, \dots, \lambda_S)^T; \sum_{t=1}^S \lambda_t = 1, \lambda_t \geq 0, t = 1, \dots, S\} \quad (20)$$

由式(19)知, Θ 是一个混合分布,因此可由混合

分布时 WCVaR 的性质构建模型。

由式(19),可将式(13)转化为:

$$\min_{p(y) \in \Theta} \int_{y \in R^n} -f(x, y) p(y) dy = \min_{\lambda \in \Omega} \left\{ \sum_{i=1}^S \lambda_i \int_{y \in R^n} -f(x, y) p_i(y) dy \right\} \geq \mu,$$

即:

$$\int_{y \in R^n} -f(x, y) p_i(y) dy \geq \mu, t = 1, \dots, S \quad (21)$$

如果设 \hat{y}^t 表示 y 关于分布 $p_i(y)$ 的期望,式(21)可简化为:

$$x^T \hat{y}^t \geq \mu, t = 1, \dots, S \quad (22)$$

至此,根据最小化 WCVaR 这一目标函数,并综合式(12)、式(19)、式(20)和式(22),并根据式(11),可以建立稳健的企业国际贸易组合优化模型为:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} ex = 1, \underline{x} \leq x \leq \bar{x}, \\ x^T \hat{y}^t \geq \mu \\ \alpha + (1 - \beta)^{-1} (Pr_i)^T u_i \leq \theta, \\ u_i^{[k]} \geq -x^T y_i^{[k]} - \alpha, \\ u_i^{[k]} \geq 0, k = 1, \dots, S_i, i = 1, \dots, S \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

与式(11)类似,式(23)也已简化为一般的最优化问题,并且也是一个线性规划,因此可以用 LP 的相关方法来求解。式(23)是一个稳健的企业国际贸易组合优化模型,在得出国际贸易最优组合的同时,也得到了该组合最小的 WCVaR 值。式(23)的特殊情况是 $S = 1$,此时式(23)转化为一般的 CVaR 模型,仅仅度量外汇收付期固定下的 CVaR 值,其求解可用 CVaR 方法进行。

四、实证分析

现有一企业,其国际贸易为出口型,该企业国际贸易组合表示为在贸易合同期内持有的外汇资产组

合,该贸易组合的风险主要有贸易合同规定收汇期内由汇率波动带来的汇率风险和由收汇时间不确定产生的汇率风险,以 WCVaR 表示该贸易组合汇率风险的大小水平。该企业国际贸易对象有 4 个,即其持有的外汇资产组合由 4 种外汇构成:美元、欧元、日元和澳元(澳大利亚元),令 $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ 为这 4 种贸易组合的权重向量。由式(23)知,实证分析需知道日收益率 y 的期望,因此,假设样本未来收益由历史收益产生,因此选取 2005 年 7 月 21 日至 2009 年 12 月 30 日中国工商银行公布的这 4 种外汇兑人民币的现汇买入价共 1 082 个历史数据进行实证分析。考虑“软”、“硬”货币对汇率风险的影响,先对样本数据进行处理:在指数加权移动平均基础上,估计出样本数据的条件标准差,并利用该条件标准差与原始样本数据构造标准序列;然后进一步估计出贸易组合下一持有期的条件标准差,并用该条件标准差与标准序列构造出新的分析数据序列^[10]。由此得出了各外汇汇率 1 081 个分析数据。以 $V = (V_1, V_2, V_3, V_4)^T$ 表示各外汇汇率分析数据向量,以 $V_j = (V_j^{[1]}, V_j^{[2]}, V_j^{[3]}, \dots, V_j^{[1081]})^T$ 表示第 j 种外汇汇率分析数据向量, $j = 1, 2, 3, 4$ 。以 $y_j^{[k]}$ 表示第 j 种外汇资产第 k 个日收益率分析数据,那么日收益率可由下式求解:

$$y_j^{[k]} = \frac{V_j^{k+1} - V_j^{[k]}}{V_j^{[k]}} \quad k = 1, 2, \dots, 1\ 080$$

由此得出 1 080 个日收益率分析数据。设企业收汇有 3 种可能情况:情况 A、情况 B、情况 C,即 $S = 3, S_i$ 是第 i 种收汇情况 ($i = 1, 2, 3$)。把 1 080 个分析数据分成 3 种,以 $k = 1, 2, \dots, 360, k = 361, 362, \dots, 720, k = 721, 722, \dots, 1\ 080$ 对应的 $y_j^{[k]}$ 表示为 A、B、C 这 3 种情况的分析样本。这意味着 $S_1 = S_2 = S_3 = 360$ 。表 1 列出了这 4 种外汇资产组合样本分析数据的日收益率和方差。

表 1 4 种外汇资产样本分析数据的收益率和方差

	A		B		C	
	收益率(10^{-4})	方差(10^{-5})	收益率(10^{-4})	方差(10^{-5})	收益率(10^{-4})	方差(10^{-4})
美元	-1.153 3	0.024 3	-3.585 3	0.088 5	-0.039 0	0.004 9
欧元	0.671 5	1.693 3	2.045 8	1.197 0	-2.328 7	0.666 0
日元	-3.513 3	1.921 7	-0.049 0	3.155 9	4.453 6	0.620 8
澳元	-0.333 0	1.906 4	2.388 6	3.915 0	-0.574 9	1.962 7

设 $\underline{x} = 0.1e^T, \bar{x} = 0.6e^T$ (禁止空头不仅是为了降低风险,也是为了使企业与各国际贸易对象能保持长期联系,因此禁止空头设定更符合实际情况)。再设 $\beta = 0.95$,利用 Matlab 软件对式(23)计算,可得

到各种最低预期收益下企业国际贸易的最优组合。另外,把 $k = 1, 2, \dots, 1\ 080$ 看成只有 1 种收汇可能的情况 D,此时 $S = 1$,式(23)变为 CVaR 模型,此时用 CVaR 方法来求解。两种模型的结果如表 2 所示。

表2 CVaR 和 WCVaR 方法的计算结果

μ (10^{-4})	I II	组合方案				预期收益(10^{-5})				风险值(10^{-2})			
		美元	欧元	日元	澳元	A	B	C	D	A	B	C	D
-1.0	I	0.600 0	0.200 0	0.100 0	0.100 0	-0.942 3	-1.508 1	-0.101 2	-0.850 5	0.318 9	0.438 0	0.637 5	0.464 0
	II	0.520 6	0.100 0	0.100 2	0.279 2	-0.978 2	-0.999 9	0.032 6	-0.648 5	0.386 2	0.567 8	0.863 2	0.606 6
-0.9	I	0.600 0	0.200 0	0.100 0	0.100 0	-0.942 3	-1.508 1	-0.101 2	-0.850 5	0.318 9	0.438 0	0.637 5	0.464 0
	II	0.425 9	0.100 0	0.100 0	0.374 1	-0.899 9	-0.433 7	-0.019 2	-0.450 9	0.448 7	0.655 1	1.040 1	0.717 2
-0.8	I	0.582 1	0.100 2	0.217 7	0.100 0	-1.402 2	-1.653 8	0.656 0	-0.800 0	0.334 6	0.471 1	0.658 6	0.478 9
	II	0.303 9	0.100 0	0.100 0	0.496 1	-0.799 9	0.295 1	-0.084 5	-0.196 4	0.529 1	0.767 5	1.267 8	0.859 5
-0.75	I	0.555 6	0.100 7	0.243 7	0.100 0	-1.462 6	-1.559 1	0.771 7	-0.750 0	0.349 5	0.486 4	0.687 9	0.497 3
	II	0.243 1	0.100 0	0.100 0	0.556 9	-0.750 0	0.658 3	-0.117 1	-0.069 6	0.569 1	0.823 5	1.381 3	0.930 4
-0.7	I	0.529 2	0.100 0	0.270 8	0.100 0	-1.527 8	-1.467 2	0.895 0	-0.700 0	0.364 5	0.501 9	0.717 0	0.515 5
	II	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

注: I 表示 CVaR 计算结果, II 表示 WCVaR 计算结果。

从表 2 可看出,两种模型都能得出相同结果:预期收益要求越高,国际贸易组合的汇率风险越大;对最坏情景下的最低收益要求越低,风险较低的外汇币种在贸易组合中的比重越大,符合现实情况。

另外,比较两种模型的结果也可以得出:相同的最低收益要求,WCVaR 模型得到的最优贸易组合的汇率风险显然要比 CVaR 模型大。然而,WCVaR 模型得到的最优贸易组合,每种可能收汇情况下最低的预期收益都能保证,而 CVaR 模型得出的最优贸易组合,即使它的预期收益有时要高些,但却无法保证每种收汇情况都满足最低预期收益要求。例如当 $\mu = -0.8 \times 10^{-4}$ 且收汇可能为情况 C 时,CVaR 模型得到的最优贸易组合预期收益值为 0.656 0,高于 WCVaR 模型的 -0.084 5,但在其他收汇可能,CVaR 模型得到的最优贸易组合的预期收益值不仅远小于 WCVaR 模型,而且也都都不满足最低 $\mu = -0.8 \times 10^{-4}$ 的要求,这说明 WCVaR 模型得到的最优贸易组合的预期收益并不一定比 CVaR 模型小,或者说,WCVaR 模型得到最优的贸易组合不能保证每种情况下的预期收益都优于 CVaR 模型,但在最坏情景下 WCVaR 模型得到的最优贸易组合预期收益肯定优于 CVaR 模型,这是 WCVaR 方法优于 CVaR 方法最主要的体现。然而,也正是由于这一点,导致如果最坏情景下的最低收益要求过高,WCVaR 模型无法求出满足条件的解。若 μ 设定为 -0.7×10^{-4} ,WCVaR 模型无法得到满足要求的最优贸易组合,而 CVaR 模型却能得到满足相应要求的最优贸易组合。

由上述分析可知,WCVaR 模型得出的最优组合方案比 CVaR 模型更稳健,能保证最坏情景下的最低预期收益要求,这有助于帮助企业在浮动汇率制度下,并且各种突发事件不断爆发的格局时,能有效地防止过大的国际贸易汇率损失,保证企业国际贸

易的正常进行和健康发展。

五、结语

笔者对企业国际贸易稳健组合优化问题进行研究,考虑由浮动汇率制度和收汇期不确定而导致企业国际贸易汇率风险的不确定,采用 WCVaR 作为风险度量指标,在分析 WCVaR 原理的基础上,构建了稳健的企业国际贸易组合优化模型,并选取 4 种外币兑人民币汇率的历史数据作为样本进行实证分析。笔者通过模型研究和实证分析表明。

第一,笔者构建的模型在得出企业国际贸易最优组合的同时,也得出了该组合的外汇风险大小,外汇风险大小正是企业制定规避策略的依据。

第二,预期收益要求越高,相应的国际贸易组合的汇率风险越大;同时,在企业对最坏情景下的最低收益要求较低的时候,风险较低的外汇币种在其国际贸易组合中的比重较大,而随着企业对收益要求的提高,收益高的外汇币种在贸易组合中的比重也相应增加。

第三,对于相同的最低收益要求,用 WCVaR 方法得出的企业国际贸易组合的汇率风险显然要比 CVaR 方法的大。不过,企业国际贸易的稳健组合能保证各种收汇情况都能满足最低收益要求;但稳健的贸易组合对最坏情况下的最低收益要求不能过高,否则就有可能找不到符合要求的方案。

第四,用 WCVaR 方法得到的国际贸易组合比 CVaR 方法得出的组合更稳健,这有助于企业在极端事件不断爆发时防止过大的国际贸易汇率损失,更有效地控制和管理其国际贸易汇率风险。

参考文献:

- [1] HANSEN L P, SARGENT T J. Discounted linear exponential quadratic gaussian control [J]. IEEE Transactions on

- Automatic Control, 1995, 40(5):968 – 971.
- [2] COSTA O L, PAIVA A C. Robust portfolio selection using linear-matrix inequality [J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2002, 26:889 – 909.
- [3] GOLDFARB D, IYENGAR G. Robust portfolio selection problems [J]. Mathematics of Operations Research, 2003, 28:1 – 38.
- [4] EL GHAOU L, OKS M, OUSTRY F. Worst-case value-at-risk and robust portfolio optimization: a conic programming approach [J]. Operations Research, 2003, 51:543 – 556.
- [5] ZHU Shu-shang, MASAO FUKUSHIMA. Worst-case conditional Value-at-Risk with application to robust portfolio management [J]. Operations Research, 2009, 57(5):1155 – 1168.
- [6] 王元英, 叶中行. 不确定市场条件下的稳健最优投资组合[J]. 运筹学学报, 2007, 11(4):102 – 108.
- [7] HUANG D S, ZHU S S, FABOZZI F J, et al. Robust CVaR approach to portfolio selection with uncertain exit time [J]. Journal of Economic Dynamics & Control, 2008, 32(2): 594 – 623.
- [8] 高金窑, 李仲飞. 模型不确定性条件下稳健投资行为与资产定价[J]. 系统工程学报, 2009, 24(5):546 – 552.
- [9] ROCKAFELLAR R T, URYASEV S. Optimization of conditional Value-at-Risk [J]. Journal of Risk, 2000(2):21 – 41.
- [10] BARONE-ADESI, GIANOPOULOS K, VOSPER L. VaR without correlations for portfolios of derivative securities [J]. Journal of Futures Markets, 1999, 19(5): 583 – 602.

Robust Portfolio in International Trade under WCVaR

HU Da-jiang¹, REN Yu-long¹, CHEN Xue-mei², XIE Fei²

(1. College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China;

2. Chongqing University of Technology, Chongqing 400050, P. R. China)

Abstract: The frequency of global or regional economic and social issues and international trade friction leads to the serious uncertainty in the settlement of foreign exchange and exchange risk in international trade, which requires companies in international trade more robust portfolio. This paper explores portfolio optimization in international trade, given the uncertainty of exchange risk, applies the worst case conditions for Value-at-Risk (WCVaR) to measure the risks index, transforms the portfolio optimization in international trade into a portfolio selection problem of min-max form, builds portfolio optimization model in international trade, and gives the corresponding solution method. The empirical analysis uses the data of China's foreign exchange market. The study is an expansion of the robust control theory in the field of risk control in international trade, and looks forward to helping companies to control and manage exchange risk in international trade more efficiently.

Key words: international trade; robust; portfolio; WCVaR

(责任编辑 傅旭东)