

数学文化及其数学文化观照之数学教育

梁绍君

(西南大学 教育科学学院,重庆 400715)

摘要:随着数学教育理论研究的不断深入,数学文化受到人们越来越多的关注。为此,笔者就数学文化产生的时代背景、基本含义、数学文化概念的意义及其在数学教育理论研究中的作用进行了探讨。

关键词:文化;数学文化;数学教育

中图分类号:G427

文献标识码:A

文章编号:1008-5831(2006)03-0127-05

数学的飞速发展和广泛应用,使得数学素质已成为现代人在社会发展中极为重要的素质。如何有效实施数学素质教育以适应未来社会对数学日益增长的需要,是当前数学教育思考的重要问题。随着数学教育研究的不断深入,数学文化在数学教育中的作用受到人们越来越多的关注,本文拟对数学文化及数学文化在数学教育中的作用进行一些理论探讨。

一、数学文化及其研究意义

(一)数学文化的含意

数学文化的含意是什么?文化是一个内涵十分宽泛的概念,汉语大词典关于文化的解释有四条,其中第二三条释义为:知识的总称;人类在实践过程中物质财富和精神财富的总和。如果将数学看成一门学科,显然它是一种知识;如果将数学看成一门科学,那么它应该是精神生活的产物。因此无论怎样,数学都属于文化的范畴,这就意味着数学文化和数学是同义语。但从数学文化一词本身来看,它是偏正结构,数学修饰文化,是对文化的强调,这表明两者应有区别,数学文化突出数学的文化意义,数学文化概念的内涵比数学更为宽泛。由此可见,数学文化的含意应理解为文化意义下的数学。

(二)数学文化概念提出的背景

以文化为研究对象的历史久远。早在2000多年前,我国史册便有关于文化为“文治教化”含意的记载,而古希腊人则将文化解释为技巧、能力。^[1]随着19世纪进化论的产生,人的问题成为哲学的重要课题。哲学人类学派在考察了自古希腊以来关于人的特性的三种主要哲学观点,即人是理性动物的观点、人是上帝造物的观点和人是地球发展的一个最终产物的观点后,提出“人是文化的存在”的命题,将“文化”作为区分人与动物的重要尺度。^[2]哲学的介入,为文化的研究注入了动力,世界各国包括我国学者从不同角度、不同层面开展了对文化的研究,使得文化研究无论是从深度上还是从广度上都获得极大的进展。1959年,美国文化哲学人类学者怀特在《文化的科学》一书中提出建立“文化学”的构想,将其定位为文化哲学人类学的分支,标志着文化研究作为一门科学独立出来。在哲学界与学术界的共同催生下,文化的重要性被提到一个前所未有的高度。20世纪七八十年代,世界兴起研究文化的热潮。

收稿日期:2006-02-29

作者简介:梁绍君(1948-),男,重庆人,西南大学教育科学学院博士研究生,重庆文理学院副教授,主要从事教育研究。

文化之所以受到人们的高度重视,从哲学层面看,文化作为人的本质特征,是人类与自然界其它物种系相区别的重要特性,关注文化即关注人本身;从学术层面看,文化与人类的一切活动相关,所有学科领域无不与文化有密切的联系。1980年,美国学者怀尔德(R·Wilder)在《作为文化系统的数学》一书中提出数学文化的概念,强调各种子文化对数学的发展有着重要的影响。^[3]自20世纪80年代起,我国数学教育专家、学者对数学文化开展了大量研究,特别是在高中数学课程标准中,将数学文化内容作为一个板块纳入数学教材中,旨在克服“数学曾经存在着的脱离社会文化的孤立主义的倾向”,“努力使学生在数学学习过程中受到文化熏陶,产生文化共鸣,体会数学的文化品位,体察社会文化与数学文化间的互动”。^[4]

(三)数学文化概念提出的意义

数学文化概念的产生重要的在于提出了一种思想,即数学文化思想。这种思想强调数学是一种文化,而这一事实在此前是被人们所忽视的。特别地,这种强调并不意味着仅仅停留在回归“把数学看成文化”这一认识层面上,而是进一步要求把数学放在文化的背景下加以考察,这就为数学研究同时也为数学教育极大地拓展了认识空间。

由此可以认为,数学文化概念的提出具有如下意义:(1)实现了关于数学的认识由内部向外部的转变。传统的认识把数学视为知识体系而形成封闭的数学观,它来源于18世纪以来西方关于科学的认识。在西方词汇里,科学与知识的词义相近。数学作为一种文化,必然地与其余文化有着密切的联系,这就决定了对数学的认识绝不能仅仅停留在内部将数学视为知识,孤立地看待数学,而应该将数学放在文化系统中,与其余文化联系起来加以考察。数学认识的这种由内部的、封闭的数学观向外部的、开放的数学观的转变,必将对数学思想、数学方法、数学研究和数学教育研究的未来走向产生重要影响。(2)为数学发展提供了新的动力。生产科研的需要和数学自身发展的内部矛盾运动是促进数学发展的两大动力,这一事实已为大家所公认。数学文化概念的提出,凸显文化在数学发展中的重要作用,特别是在数学的应用正广泛渗透到各个领域的今天,研究各种文化对数学的影响,研究数学在各知识领域中进一步的应用,必将形成数学发展的新的助推力。从此意义上可以认为,数学文化研究将成为数学研究与发展的新动力。(3)为数学教育理论研究提供了广阔空间。我国于20世纪80年代后期建立起来的数学教育学是数学教育理论研究的重大突破,它标志着数学教育理论告别了仅以教材和教学方法为研究对象的“教材教法”时代,代之以具广泛意义的

课程论、学习论和教学论为研究对象。文化是人的本质特征,它深刻影响着人的能力、创造性、态度、信念、情感和价值取向。数学文化的契入,极大地拓展了课程、教学和学习理论的研究范围,为数学教育理论研究提供了更广阔的空间。

二、数学文化观照之数学教育

素质教育理念下的数学教育观,突出培养学生的动手能力、应用能力和创新能力等能力的重要性,数学文化概念的提出,极大地丰富了这一新的教育观的内涵。在数学文化思想看来,文化被人类所创造,而人自身被文化所塑造,这就表明,数学教育的着力点应该放在对学生的数学文化的塑造上,这一教育理念下的数学教育功能除了传授数学知识外,更为重要的是使学生能够正确选择文化而使自己成为健全的社会人;使学生具备适应社会发展所需的理解力、学习力、判断力和解决问题的能力等能力基础而成为与社会同步前进的文化人;使人有生俱来的潜在的创造力能得到最大可能的激发而使学生成为具有自身价值、有益于社会和国家的创造人。据此,数学教育应从以下层面充分揭示数学文化的意义,即:揭示作为知识体系的数学的文化意义;揭示作为科学的数学的精神意义;揭示作为文化系统的子系统的数学文化与其余文化尤其是人类整个文化相互间的互动关系的意义。

(一)数学教育应充分重视对数学本质的文化意义的揭示

揭示作为知识体系的数学的文化意义,也就是揭示数学概念、公式、方法和思想等的文化意义,从文化的角度探讨它们相互间的关系以及研究它们在数学教育中的作用。在作为知识的数学的文化意义中,数学本质的文化意义最为重要。

迄今为止,人们对数学本质的研究广泛而且深入,但大多停留在理论层面。数学是“研究客观世界量的关系的科学”,^[5]由数学的这一“量的关系”的本质特征的概括,其文化意义可作如下揭示:首先,数学是从量的方面揭示事物特性的,这就决定了数学必然是抽象的;其次,客观世界中的万事万物无不具有质与量两个方面的特征,因此数学的应用必然具有广泛性;第三,事物间是相互联系、相互影响的,且联系和影响的方式呈多样性和复杂性,数学则是通过寻求不同模式的方式来研究量间的关系的。由此我们可以清楚地看到,数学的抽象性、模式化、数学应用的广泛性等特征都由本质特征所决定,是由本质特征派生而出的。

对数学本质的上述文化意义可作进一步揭示。例如,就数学的抽象性而言,数学的抽象性是从量的方面进行抽象的,以此区分出哲学、语言等科学的抽象性;数学从一开始就是抽象的,例如作为数学源头

的自然数概念便是对离散对象进行量化过程中而抽象得到的;在数学发展过程中,数学是不断的抽象的,例如字母代数是在数概念基础上抽象的结果,而集合中的元素则是字母代数的进一步抽象;数学的抽象性不仅表现在概念、定理、公式上,也表现在数学思想、数学方法上,例如,最大限度地追求反映一类事物的共同特征即模式是数学研究的一种重要思想。大量运用符号对抽象所得的概念、定义、定理和法则作进一步概括是数学的一种重要方法。此外,数学的抽象性还反映在数学应用上。

充分揭示数学特别是数学本质的文化意义,对于提高学生对数学的理解力十分关键。数学是从量的方面揭示事物特性的,这就意味着量是数学的基本要素,也是全部数学的基础。事实上,所有数学内容都是围绕量的抽象(或选择)、量的度量方法的寻求、量的关系的揭示而建立起来的。从量的角度出发,通过对量产生的背景、量的抽象方式、量的度量方法寻求的过程以及量的关系的揭示,无疑将极大地加深学生对概念、公式、符号、数学思想、数学方法的理解和克服数学抽象性带来的学习上的障碍。

当前,数学教育面临的主要矛盾是数学教育严重滞后于社会发展的矛盾,矛盾的产生来源于数学自身的快速发展和数学以超出人们预料的快速方式向一切知识领域渗透,而后者直接导致社会对人的数学素质的要求不断增长。采取选择课程内容、改进数学教学和学习方法等措施对于问题的解决是必要的但是不能从根本上解决问题,提高学生对数学的理解力则是解决矛盾根本性的策略。就此而言,充分揭示数学本质的文化意义,开展对数学本质的教学研究,高度重视数学本质特征在今天变得尤其重要。

(二) 数学教育应充分揭示数学的精神意义

数学在长期的发展中,形成了独特的文化精神即数学精神。数学精神是典型的科学精神,它包括求实精神、客观精神、理性精神、怀疑精神、批判精神、创新精神和无限追求、探索的精神等。数学精神之所以能成为典型的科学精神,是因为在人类早期,认识水平低下,揭示事物量的性质相对于揭示其物理、化学等其它性质更为容易。其次,数学由经验概括得到的公式、法则等结论因其直观和容易验证而普遍被人们接受。此外,数学所概括的结论在当时的生产力发展状况下解决了生产中的大量实际问题等。由于以上原因,数学因此较早获得产生和发展。数学发展初期,古代埃及、巴比伦、中国和印度在解决测量、贸易、航海、天文观察等方面的实际问题中,创造发明了大量计算方法和数学公式,形成了灿烂的古代数学文化,其特点是讲求实效、追求算法、解决问题,形成了数学的求实精神和创新精神。古希

腊在学习古埃及、巴比伦数学中,继承并发展了数学的求实精神和创新精神。为了探索宇宙的设计布局 and 结构,他们进一步提出在数学中必须回答“为什么”,由此创造出全新的数学——演绎数学。演绎数学的核心是数学证明必须采取理性方式,而不允许用观察、试验等直观方式,以此避免直观经验可能造成的错误,使数学结论具有可靠性,从而形成了数学的客观精神和理性精神,理性精神极大地影响了其文化而成为人类文化重要的精神。文艺复兴以后,欧洲将古希腊数学精神传承下来并发扬光大,逐步形成数学的怀疑精神、批判精神,对数学真理的无限追求和探索精神等。

在对学生进行数学文化塑造的过程中,精神文化塑造比知识文化塑造更为重要。精神是文化的核心,是人的思想和行动的内驱力。精神因素不但在学生的学习中起着动因性作用,而且对学生未来的发展有着决定性影响。不幸的是,我国的数学教育存在着严重的精神缺失。超负荷的教学与学习任务使各校安排的课外教育活动落不到实处,以考试成绩作为教学好坏判定标准的客观现实使教师在课堂上不得不把关注点放在考试点上,没有也无暇顾及对学生进行精神培育,致使教育目标所规定的思想性的培养因其为“软指标”而形同虚设。其原因是多方面的,除在教育观念上重科学教育轻人文教育,在教育体制上以考试分数的高低来决定教育的好坏以外,认为精神培育无助于知识的学习也是重要的原因,这是认识上的误区。在数学教育中重视对学生的精神品质进行培养,不但不会影响知识文化的塑造,而且将对学生的学习起着促进性作用。一个具有责任感的学生,必然表现为主动性学习,善于思考,遇困难敢于克服。反之,精神贫乏的学生,其学习必然是被动的,记忆式的,所学知识也就必然是堆砌的,浅层次的,缺乏思考深度的。在数学教育中忽视精神文化塑造的状况如果不加以改变,那么,实施数学素质教育以来在课程、教学方法和考试等方面所进行的改革和努力将大打折扣。事实上,从最近钱学森、邱成桐等知名专家、学者对我国学生善学知识不善思考、解题应考能力强而应用创新能力差的状况再次表示严重关切便可看出。

数学在长期发展中所积淀的丰富的数学精神,数学家群体在漫长的数学文化进程中所创造积累的众多光辉成就,以及数学家们在对真理的不懈追求中所表现出的种种感人事迹和精神品质本身就是精神文化塑造的良好素材。就科学精神的塑造而言,数学教育的条件是得天独厚的,如何充分利用这种条件,在数学教育中培养学生形成正确的思想观念、积极的人生态度、科学的信念和个人的责任感等良好的精神品质,以促进数学素质教育的有效实施,是

我们应该思考的问题。

(三) 数学教育应充分揭示数学文化与人类文化间的关系

文化研究表明,任何文化都受到其母文化的滋养,与其余子文化有着直接或间接的联系。数学的本质特征决定了它与文化间的联系是直接且密切的,这就意味着在数学教育中揭示文化间的联系有着特别重要的意义。揭示数学与文化间的联系,可从概念、方法、思想等层面进行。以对称概念为例:对称概念产生的文化背景是大自然中的对称现象在人类文化中的反映。植物、矿物等自然界中广泛存在的对称现象很早便被人类注意到,并将其运用到建筑、绘画、制陶等艺术领域形成一种重要的表现手法,由此刺激了数学的研究。数学从几何角度抽象出对称概念,反过来对艺术的对称表现手法从设计、操作等层面给予了理论指导,促进了艺术的发展。在数学内部,一方面,数学运用对称概念到初等代数中获得对称多项式概念,类似地,运用到几何、代数、行列式、集合论、算子理论、线性变换理论、张量分析等分枝中,得到对称多面角、对称多项式、对称行列式、对称差、对称算子、对称变换、对称共变张量等概念。几乎在数学的所有分枝中都可以看到对称的痕迹。另一方面,数学运用对称的特性获得一系列对称方法和重要结论。例如,对于具有对称性的函数或图形,我们只需研究出其中一部分的性质和作出图象,与之对称的另一部分的性质和图象也就在我们的掌握之中;根据周期函数的值域关于原点对称的性质,可将函数值域是否关于原点对称作为判定函数是否具周期性的必要条件;凯莱获得任何有限群必同构于一对称群的重要结论;在组合数学中,通过对对称平衡不完全区组设计的研究,分别得到与 n 阶有限射影平面 $PG(2, n)$ 和 $4t > 8$ 阶的标准化阿达玛矩阵等价的条件等等。在数学外部,对称思想中的“均衡行为”被广泛应用在日常生活、产品设计、文学艺术、矿物学、化学、物理学等几乎人类社会的一切文化领域中。我们可以在服装设计、室内装潢、音乐旋律中看到大量的对称表现;“门当户对”是一种平衡的要求,成为某些人的婚姻和人际交往中常用的规则。文学中的对仗也是一种对称,王维诗句“明月松间照,清泉石上流”便以对称表现为手法。宋词中,临江仙、唐多令等词牌的上、下阙是关于字数、句数呈对称的,而我国特有的对联,更把对称要求提到非常高的程度;分子排列和细胞组织中的对称结构在生物学和化学研究中受到重视;研究表明,人类的跑动也跟动物一样,有时会采用一种简单的对称形式,这一发现目前已被应用于带脚的机器人的设计之中;在矿物学的晶体研究中,分析晶体的对称性已成为一种重要的研究方法。现已有不同的确定晶体

的对称方法,并借此判定对称性及确定晶体属于六种晶系中的哪一种;杨振宁和李政道获得诺贝尔奖的工作——“宇称不守恒”的发现,就和对称密切相关。另外一个被称为“杨振宁-米尔斯规范场”的著名成果,则是研究“规范对称”的直接结果。杨振宁博士在回忆他的大学生活时说,“对我后来的工作有决定性影响的一个领域叫做对称原理”。在他的“对称和物理学”一文中写道:“在理解物理世界的过程中,21世纪会目睹对称概念的新方面吗?我的回答是,十分可能。”

由以上的例子可以看出,在数学教育中揭示数学与文化间的关系具有如下意义:首先,其余文化对数学有着广泛的影响,直接或间接的影响、刺激数学发展的决不限于物理学等自然科学文化,还包括文学、艺术、经济等人文社会科学文化及一切文化,揭示这种影响,可使学生对数学是如何发展的有进一步的了解,从而增强学生对数学的理解力。其次,数学是从量的关系出发,着眼于模式的研究,并从思想和方法上提供应用的。从文化的角度对此进行揭示,不但有助于学生深入理解数学思想和数学方法,而且有助于学生运用数学解决实际中的问题;例如,数学对大量的对称现象进行分析,从量的方面概括出具有轴对称与中心对称两类不同的对称,从而抽象出对称模式。在此基础上,数学进一步概括出对称模式不过是一种形变(位置、顺序改变)而质不变(形状、大小不变)的变换,这一本质特征的揭示为对称概念的拓广提供了可能。事实上, n 元对称多项式 $f(x_1, \dots, x_n)$ 概念便是因此得到的。这类多项式的特点是任意对换 n 个变元中的两个,多项式 $f(x_1, \dots, x_n)$ 保持不变,它不过是形变而质不变的另一种表现形式。而 n 元对称多项式概念形成后,便为多项式的因式分解、多项式零点的寻求提供了新的方法。举例来说,一旦我们获得 n 元对称多项式的某一因式,便可推知该多项式还具有一切可能的将其余变元替换所得因式的变元后得到的因式。第三,数学的各个分枝间有着密切的联系,揭示这种联系,对于帮助学生沟通数学各个分枝间的关系,从而提高学习效率十分有益。例如,只要掌握了对称概念形变质不变的本质特征,便可对出现在其它数学分枝中的对称概念和对称方法有深入理解。此外,从文化间互动关系的揭示中,学生可体会到数学的丰富性、现实性和生活性,增加学生学习数学的兴趣,开阔学生视野,激发学生的想象力和创造力。例如,从对称概念几乎在数学的各个分枝中都出现这一事实,我们可以看到这一现象实际上是人类文化的普遍现象,在人类文化特别是自然科学文化中,概念间本来就存在着亲缘关系,一个新概念一旦产生,人们就会自然地将该概念所反映的事实推广到其余领

域。这表明虽然数学思维有自身特点,但在大的方面与人类的普遍思维其实是相通的。

三、结束语

克服数学的孤立主义倾向,让学生感受到数学与现实联系的紧密性与丰富性,开阔学习视野、激发想象力和创造力,塑造精神品格是数学文化思想在数学教育中的意义所在。数学的孤立主义倾向主要来源于自身的抽象性和抽象程度越来越高的发展趋势。学生不但因此感到学习困难,而且感到数学离现实生活太远。其结果是学生惧怕数学、对数学缺乏兴趣,导致相当部分学生采取模仿式学习。在数学教育中揭示数学文化的文化内涵,在于让学生通过丰富的实例体会到数学抽象性的客观现实背景,体会到数学其实是与生活、与周围实际有着密切联系的,从而增强学生学习数学的自信心,提高学生对数学的理解力。数学的孤立主义在不少学生中有所反映,在他们看来,数学是封闭的,与外界少有联系。因此,他们的学习总是在数学内部打转,无法形成数学应用意识。在数学教育中揭示文化间的互动关系,在于让学生体会到数学与其余文化间有着相当广泛的联系。数学发展的两大动力一是数学外部文化的需要,二是数学内部发展的需要。我们说,即使是后者,也是外部文化间接的需要。例如,虚数产生于数学内部解方程的需要,表面上看似与其余文化没有联系。但只有当高斯等数学家给予复数以几何表示,并发现它可以表示向量,因而在流体力学、空气动力学得到应用后,虚

数的合法性才得到广泛承认。因此,我们可以认为,虚数是因物理学的间接需要而产生的。只不过是数学的发展超前于人类的认识,而使复数理论处于“潜伏期”罢了。通过对文化间关系的揭示,帮助学生沟通数学与其余文化间的联系,让学生体会到数学的发展在很大程度上是受外部文化需要的刺激,体会到对于外部文化的需要,数学总是以主动或被动的方式从量的方面进行研究,从计算技术、方法和理论上提供所需的支撑。这不但有助于增加学生对数学的理解,增强学生数学应用的意识,而且有助于开阔学生视野、活跃思维,激发学生的想象力和创造力。最后,在数学教育中揭示数学的精神意义,在于培育学生的精神品质。精神品质不但在学生的学习中起着动因性作用,而且对学生的发展性有着决定性影响,而这恰好是数学教育的薄弱环节。

参考文献:

- [1]刘守华.文化学通论[M].北京:高等教育出版社,1992.
- [2]张传开,等.西方哲学通论[M].合肥:安徽大学出版社,2004.
- [3]郑毓信.数学方法论[M].桂林:广西教育出版社,1991.
- [4]张奠宙.数学教育经纬[M].南京:江苏教育出版社,2003.
- [5]孙小礼.数学、科学、哲学[M].北京:光明日报出版社,1988.
- [6]李文林.数学史教程[M].北京:高等教育出版社,2000.

Mathematical Culture and Mathematical Education under the Circumstance of Mathematical Culture View

LIANG Shao-jun

(College of Education Science, Xinan University, Chongqing 400715, China)

Abstract: As the theory research on mathematical education goes deeper, more and more attention is being paid to mathematical culture. This thesis discusses the background, exact meaning and significance of mathematical culture as well as its role being played in mathematical education theory research.

Key words: culture; mathematical culture; mathematical education