

税收增长预测的灰色理论模型研究

孙智勇, 刘 星

(重庆大学 经济与工商管理学院, 重庆 400044)

摘要: 税收是国家财政收入的重要来源, 准确的税收预测结果对于制定各项经济政策具有非常重要的意义。文章在传统 GM(1,1) 模型的基础上, 通过改变背景值, 提出了用于中国税收预测的改进 GM(1,1) 模型。实例分析采用中国 1994 - 2008 年共 15 年的税收数据, 预测结果表明: 灰色预测可以较好地模拟出税收总量的变化趋势, 而改进的 GM(1,1) 模型比传统的 GM(1,1) 模型所得到的预测结果更加合理。并且, 整个预测过程思路简洁, 易于编程实现, 在当前中国税收政策变化力度加大、受国内外经济波动影响颇深的情形下, 依然不失为一种有效的税收预测方法。

关键词: 税收增长; 灰色理论; 预测模型

中图分类号: F812.42

文献标志码: A

文章编号: 1008-5831(2010)03-0041-05

一、引言

税收是实施财政政策的重要工具, 也是联系宏微观经济的一种纽带。作为国家宏观调控体系的重要组成部分, 税收也是国家驾驭市场经济最主要、最有效、最常用的手段之一。因此, 科学、准确的税收收入预测对于正确制定税收计划及经济发展政策具有重要的意义。

税收预测是在充分掌握税收收入变动影响因素和税收历史资料的基础上, 以数学方法为手段, 运用相关的预测理论、方法和模型, 对未来税收收入的总量和结构等发展趋势做出判断的一项科学管理工作^[1-3]。国外税收预测的主要方法是在计量经济学或统计分析方法的基础上, 根据税收收入与各宏观经济指标的关系进行预测^[4]。Bretschneider 等人在分析美国州政府税收预测精度的影响因素后, 采用最小平方和最小绝对值回归法, 提出了一种线性预测模型^[5]; T. M. Fullerton 采用美国 Idaho 州 1982 - 1985 年的销售税收数据, 提出了组合预测方法, 并同单一预测方法进行对比^[6]; Bretschneider 和 Gorr 等人研究了导致美国州内销售税收预测固定偏差的相关因素, 分析了在预测中经济的不确定性和政治环境之间的相互关系^[7]; H. N. Mocan 和 Sam Azad 使用美国跨部门的历史数据, 采用时间序列方法提高了政府通用基金收入预测的准确性^[8]; G. Duncan 等人在多状态 Kalman 滤波器 (multi-state kalman Filter) 和条件独立分层 (conditionally independent hierarchical) 的基础上, 发展了贝叶斯预测模型^[9], 结果表明: 贝叶斯预测优于单变量多状态 Kalman 滤波器法, 其相对精度随着历史时间序列长度的减小而增大; R. Rich 等人采用区域经济指标预测了纽约州的税收基准, 分析结果表明采用同步经济指标可以在统计和经济层面上显著提高税收基准的预

收稿日期: 2010 - 10 - 29

基金项目: 国家自然科学基金项目 (70772100)

作者简介: 孙智勇 (1977 -), 男, 重庆人, 重庆大学经济与工商管理学院博士生, 主要从事税制改革研究。

测精度,预测结果优于单变量自回归模型^[10]。国内学者在税收预测中也提出了许多不同的研究思路,常用的预测方法主要有时间序列方法^[11]、回归法^[12-13]、主成分分析法^[14]等。此外,基于人工智能的研究方法,尤其是神经网络,预测税收收入并取得了较好的应用效果;张绍秋和胡跃明分析了税收预测的主要影响因素,在此基础上将BP神经网络用于税收预测,针对BP神经网络在应用中收敛速度慢以及隐层节点选择上的不足进行探讨^[15];林国玺和宣慧玉引入遗传算法寻优,不断优化网络的权值,预测结果表明该组合方法优于一般的神经网络预测^[16];叶林提出了将自组织理论与BP神经网络相结合的研究思路,不仅解决了输入维数难以确定的问题,而且加快了神经网络的收敛速度,增强了神经网络的适应能力^[17]。其他的研究方法,如支持向量机^[1,18]、粗糙集理论^[18-19]、混沌理论^[20]等也已用于税收预测中。

灰色系统理论最早由中国学者邓聚龙教授提出,其立足点是“有限信息空间”,充分开发利用已占有的“最少信息”是灰色系统理论解决问题的基本思路。灰色系统理论中的灰色预测模型根据自身数据建立动态微分方程再预测自身的发展,而其他预测方法往往采用因素模型预测自身的发展,该方法具有所需样本小、建模简单、精度高的特点。文献[21]给出了税收的灰色预测方法,建立了税收预测的新陈代谢GM(1,1)模型。笔者通过比较分析以上文献资料,结合中国经济运行的基本特点,采用灰色预测方法来估计税收增长;并且,在传统GM(1,1)模型的基础上,通过改进预测序列的背景值,给出了GM(1,1)模型预测的改进算法。该算例分析表明,改进的预测算法能够比传统的GM(1,1)模型获得更优的预测结果。

二、灰色理论预测方法

灰色系统理论认为,任何随机过程都是在一定幅值范围和一定时区变化的灰色量,并将随机过程视为灰色过程,而且一切灰色序列都可以通过某种生成弱化其随机性,显现其规律性。如前所述,灰色预测模型通过建立动态微分方程来预测自身的发展,而GM(1,1)模型是用于预测工作的最基本模型。

(一) GM(1,1)灰色预测模型

传统GM(1,1)模型的建模方法^[22-23]如下所示:设有原始数列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$, 满足 $x^{(0)}(k) \geq 0, k = 1, 2, \dots, n$ 。

(1) 对原始数列做一阶累加形成数据序列,即:

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

(2) 建立GM(1,1)的灰色微分方程,即:

$$x^{(0)}(k) + aZ^{(1)}(k) = b \quad (2)$$

式中的背景值序列为:

$$Z^{(1)}(k+1) = \frac{1}{2}[x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1)]$$

$$k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3)$$

其白化微分方程为:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (4)$$

(3) 用最小二乘法求灰色微分方程的参数列 $A = [a, b]^T$, 即:

$$\hat{A} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (5)$$

其中: $Y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$

$$B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

(4) 求解白化微分方程得:

$$x^{(1)}(t) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (6)$$

则 $X^{(1)}$ 的灰色预测模型为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}$$

$$k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

(5) 做一阶累减形成原始数据预测序列, 令, $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$, 则模型的还原值为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (8)$$

得到原始数据序列 $\hat{x}^{(0)}$ 的灰色预测模型为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^{-ak}) \left(x^{(1)}(0) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}}\right) e^{-ak}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

式中, $\hat{x}^{(0)}(k), k = 1, 2, \dots, n$ 为原始数据序列 $x^{(0)}(k), k = 1, 2, \dots, n$ 的拟合值, $\hat{x}^{(0)}(k), k > n$ 为原始数据序列 $x^{(0)}(k), k > n$ 的预测值。GM(1,1) 响应式中的指数为发展系数 a, b 称为灰作用量。

(二) 灰色预测模型的特点

灰色预测模型GM(1,1)是用原始数据 $X^{(0)}$ 累加到生成序列 $X^{(1)}$ 数据来建立微分方程而间接描述 $X^{(0)}$ 数据, 因此, 具有如下特点:

(1) 可使 $X^{(0)}$ 中的随机干扰成分在累加生成后得到减弱或清除;

(2) 可使 $X^{(0)}$ 中所含的确定性信息在累加生成后得到加强, 使 $X^{(1)}$ 序列单调增长很快, 从而保证 $X^{(1)}$ 能用指数函数表示;

(3) 灰色预测模型不要很多的原始数据, 并具有计算简单、速度快的优点。

灰色预测的解从数学上看, 相当于幂级数的叠加, 它包含了一般线性回归和幂级数回归的内容, 故灰色预测模型优于一般的线性回归、非线性回归和

指数曲线拟合,也优于确定性时间序列预测技术。

(三)GM(1,1) 灰色预测模型的改进

从传统 GM(1,1) 建模原理可以看出,拟合和预测精度取决于参数 \hat{a} 和 \hat{b} ,而 \hat{a} 和 \hat{b} 的求解依赖于背景值 $Z^{(1)}(k+1)$ 。 $Z^{(1)}(k+1)$ 是 $[k, k+1]$ 这段时间内 $\frac{dx^{(1)}}{dt}$ 的背景值,其表达式为:

$$Z^{(1)}(k+1) = 0.5(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1)) \quad (10)$$

式(10)是一个平滑公式。由拉格朗日中值定理可得:

$x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) = F'(1 + \xi)$,如图1所示,其中 k 为离散变量, M 为与 PQ 平行的 $F(x)$ 曲线的切线切点,其对应的变量为 $(k + \xi)$, N 为 PQ 的中点, $\frac{dx^{(1)}}{dt}$ 就是 M 点 $F(x)$ 的导数,而 $Z^{(1)}(k+1)$ 对应于 $F(N^*)$ 。由此可以看出,GM(1,1) 模型是由一组 M 点的导数被 N^* 点的函数值取代然后用最小二乘法得到参数列 A ,显然这样得到的 a, b 的误差较大,最终会使预测曲线偏离原始数据。

图1清楚地说明了GM(1,1)模型产生误差的原因,当发展系数 a 较小时,曲线较为平坦,用 N^* 点函数值近似代替 M 点的函数值,误差较小。当序列数据变化较大时,所构造出来的背景值往往会产生较大的滞后误差,模型偏差较大,因此,应该对背景值构造方法进行改进。

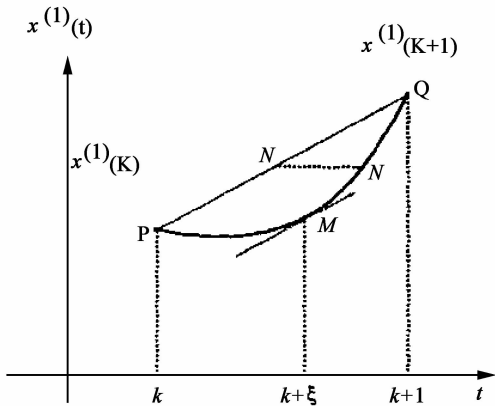


图1 背景值的几何图

接下来,我们将对背景值作出改进,令

$$Z^{(1)}(k+1) = \beta x^{(1)}(k) + (1 - \beta)x^{(1)}(k+1)$$

参数的确定采用文献[24]给出的定理:

定理1 设 $X^{(0)} = \{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(n)\}$ 是一个非负序列, $X^{(1)}$ 是一次累加序列,给定 $Z^{(1)}(k+1) = \beta x^{(1)}(k) + (1 - \beta)x^{(1)}(k+1)$,则存在:

$$\beta = \frac{1}{a} - \frac{1}{e^a - 1} \quad (11)$$

从上面的定理可以看出,当 $\beta = \frac{1}{a} - \frac{1}{e^a - 1}$ 时, β 的极限值为 0.5。也即,当 $|a|$ 较小时, β 非常接近

0.5;当 $|a|$ 较大时, β 与 0.5 偏离较大。这就解释了 GM(1,1) 建模传统计算方法背景值生成采用 $Z^{(1)}(k+1) = 0.5x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1)$ 在 $|a|$ 较大时失效的原因。

根据以上定理,对原始数据列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ 采用如下 β 参数修正算法:

(1) 利用 GM(1,1) 模型对 $X^{(0)}$ 进行预测,求得参数 a 和 b ;其中,紧邻均值为:

$$Z^{(1)}(k+1) = 0.5(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k+1)) \quad k = 1, 2, \dots, n, \text{ 首先取 } \beta = 0.5;$$

(2) 将解得的参数 a 带入 $\beta = \frac{1}{a} - \frac{1}{e^a - 1}$,重新计算 β ,记 $\beta(m+1)$, $m = 1, 2, \dots$;

(3) 将 $\beta(m+1)$ 与上一次计算所得的 $\beta(m)$ 进行比较。给定任意小的正整数,如果 $|\beta(m+1) - \beta(m)| \geq \varepsilon$,表明还有可能大幅度提高预测精度,转步骤(1),利用 $\beta(m+1)$ 计算背景值 $Z^{(1)}(k+1)$,再次进行 GM(1,1) 预测运算直到 $|\beta(m+1) - \beta(m)| < \varepsilon$,迭代结束,输出 $X^{(0)}$ 的预测结果 $\hat{X}^{(0)}$ 。

(四) 预测精度检验

系统预测时,希望预测精度越高越好,但是,未来时刻尚未到来,如何判断预测精度,需要科学的判别方法。因此,笔者引入预测相对误差序列衡量预测精度的高低。设有原始序列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$,相应的预测序列为: $\hat{X}(k), k = 1, 2, \dots, n$ 。相对误差序列定义为, $\Delta = \{\Delta_k\}_1^n$,其中:

$$\Delta_k = \left| \frac{X^{(0)}(k) - \hat{X}(k)}{X^{(0)}(k)} \right| \quad (12)$$

三、实例分析

笔者采用中国 1994 - 2008 年共 15 年的税收数据进行分析,原始数据如表 1 所示。一阶累加形成的序列 $x^{(1)}(k)$ 以及背景值序列 $Z^{(1)}(k)$ 分别由公式(1)、(2)给出。

表1 1994 - 2008 年税收数据 (单位:亿元)

年份	税收原始数据	年份	税收原始数据
1994	5 070.79	2002	16 996.56
1995	5 973.75	2003	20 466.14
1996	7 050.61	2004	25 723.48
1997	8 225.51	2005	30 867.03
1998	9 092.99	2006	37 637.05
1999	10 314.97	2007	49 451.80
2000	12 665.80	2008	57 862.41
2001	15 165.47		

数据来源:1994年-2008年中国税务统计年鉴

图3所示为采用改进预测模型的预测值与真实值的对比图,其中, $\varepsilon = 10^{-6}$, a 和 b 的值分别为 0.190 819, 2 907.04, 时间轴上的最后一点 16 对应于 2009 年税收收入的预测值,其值为 61 735.52 亿元。从图 2、3 可以看出,改进的预测模型更接近真实

数据。采用两种方法的相对误差如表2所示。

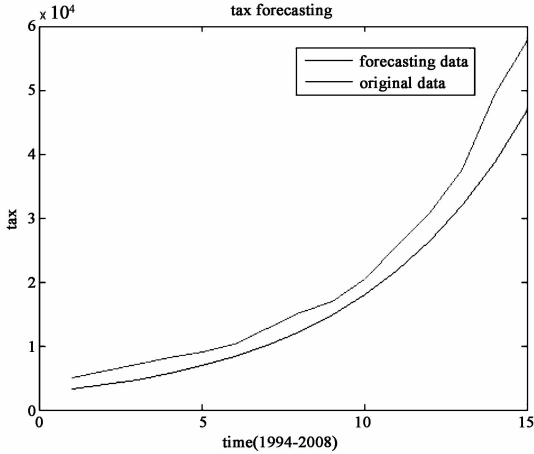


图2 1994 - 2008 年税收预测值与真实值比较图

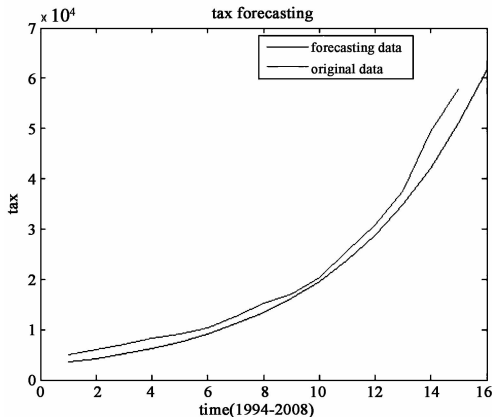


图3 改进模型 1994 - 2008 年税收预测值与真实值比较图

表2 两种方法预测相对误差

年份	传统模型	改进模型	年份	传统模型	改进模型
1994	11.315 3	11.174 5	2002	2.674 1	2.632 1
1995	9.453 8	9.334 3	2003	2.051 3	2.016 4
1996	7.857 2	7.755 9	2004	1.427 6	1.399 9
1997	6.592 0	6.505 2	2005	1.023 1	1.000 0
1998	5.867 7	5.789 2	2006	0.659 2	0.640 2
1999	5.054 1	4.984 9	2007	0.262 8	0.248 3
2000	3.930 5	3.874 1	2008	0.079 2	0.066 9
2001	3.117 8	3.070 7			

结合国家从1994年以来的税收政策分析,1994年开始的税制改革是中国进行的一次规模最大、范围最广、内容最深刻的税制改革。由于税收政策变动较大,1994年至2002年税收收入变化相应加剧,2002年全国税收收入比1994年增长235%。图2、图3均显示这一时期的税收预测值和真实值误差偏大,但是,图3呈现误差逐步收窄局面。而2002年前后进入一个平稳发展阶段,基本保证了既定政策的稳定性,误差值由此急速缩小。图3在时间轴10点上几乎粘合,这表明改进预测模型更好地反应了此现象。2004年以后,为了适应建立完善的社会主义

市场经济体制的需要,中国继续完善税制,分步实施了一系列重大改革。特别是进入2008年以来,全球经济形势的恶化严重影响中国经济发展。全国2008年的GDP增长9%,比上年同期回落2.9个百分点,作为占国内财政收入85%以上的税收收入也不可避免受到影响。2008年末全国税收总收入完成54 219.62亿元,虽然比上年同期增长18.8%,但是,增速比2007年的增速回落了14.9个百分点,且全年呈现明显的“前高后低”走势。为此,国家加大改革力度,陆续出台一系列扩内需、保增长的税收减免政策,包括实施新的增值税、所得税、消费税改革等。据统计,2009年1-9月,全国税收总收入完成45 057.56亿元,同比增长2.2%,同比增收964.44亿元,但是,增速比去年同期回落了23.9个百分点。其中,增值税、企业所得税和关税等主体税种大幅减收,而消费税、营业税和个人所得税继续保持较快增长。以上影响因素都致使两个图中的预测值与真实值的误差再度拉大。不过,相比较而言,图3依然比图2的相对误差偏小。尤其是我们依据传统的GM(1,1)预测2009年税收预测值为62 449.38亿元,而2009年前11个月的实际税收总量为58 530.24亿元(数据来源:国家税务总局统计司网站发布),两者相差3 919.14亿元。因此,我们再采用改进模型进行预测,得出2009年税收收入预测值为61 735.52亿元,明显地更接近于真实数据。

综上所述,尽管税收预测受到税收政策以及国内外宏观经济波动等因素的影响较大,但是,通过运用改进的预测模型,由图3所示的预测值与真实值的对比依然比图2更加准确。

四、结论

笔者在传统GM(1,1)模型的基础上,通过改变背景值,建立了用于税收预测的改进GM(1,1)模型,并对中国2009年的税收总量进行了预测分析。预测结果表明:GM(1,1)模型能够反映出税收总量的年增长趋势,而且改进后的模型可以得到更好的预测结果。但是,由于中国税收与经济之间的关系变化较大,特别是随着税制改革的调整(例如,中国1994年进行税制改革,2004年开始了新一轮税制改革,2008年以来的结构性减税政策出台等),税收数据的统计口径逐渐发生较大变化,从而模型的参数或结构可能会随之出现较大变化^[25],因此,在税收收入预测时,需要综合考虑这些外在的影响因素。我们的后续研究工作将在深入分析税收数据组成的基础上进一步展开,尤其是在模型中将考虑更多的影响因素(例如,GDP等主要宏观经济指标、各税种各行业的税收收入预测等),以期建立更加准确的预测模型,寻找方便快捷的预测方法,提高税收收入预测的科学化、精细化的水平。

参考文献:

- [1] 常青,刘强. 基于支持向量机的税收预测模型的研究[J]. 计算机工程与设计,2007,28(7):1653-1654.
- [2] 张吉刚,梁娜. 基于 Elman 神经网络的税收预测模型[J]. 统计与决策,2007(6):13-14.
- [3] 李继宽,刘书明,李春平. 数据挖掘技术在税收预测分析中的应用[J]. 计算机系统应用,2006(9):61-64.
- [4] 郭菊娥,钱鑫,曹华. 2004 年中国税收收入预测研究[J]. 财经科学,2004(5):392-394.
- [5] BRETSCHNEIDER S I, GORR W L, GRIZZLE G, et al. Political and organizational influences on the accuracy of forecasting state government revenues [J]. International Journal of Forecasting, 1989(5):307-319.
- [6] FULLERTON T M. A composite approach to forecasting state government revenues; case study of the Idaho sales tax [J]. International Journal of Forecasting, 1989(5):373-380.
- [7] BRETSCHNEIDER S I, GORR W L. Economic, organizational, and political influences on biases in forecasting state sales tax receipts [J]. International Journal of Forecasting, 1992(7):457-466.
- [8] MOCAN H N, AZAD S. Accuracy and rationality of state general fund revenue forecasts; evidence from panel data [J]. International Journal of Forecasting, 1995(11):417-427.
- [9] DUNCAN G, GORR W, SZCZYPULA J. Bayesian forecasting for seemingly unrelated time series; application to local government revenue forecasting [J]. Management Science, 1993, 39(3):275-293.
- [10] RICH R, BRAM J, HAUGHWOUT A, et al. Using regional economic indexes to forecast tax bases; evidence from New York [J]. The Review of Economics and Statistics, 2005,87(4):627-634.
- [11] 郭剑川,刘黎明. 税收收入预测的时间序列方法选择[J]. 统计与决策,2009(5):30-31.
- [12] 赵云河. 逐步回归法在税收预测中的应用研究[J]. Journal of Yunan Finance and Economics University, 2006, 22(5):88-89.
- [13] 尚红云. 税收收入模型预测精度的比较[J]. 统计与决策,2008(3):40-43.
- [14] 王文臣,汤秀芳. 主成分分析法在我国税收预测中的应用[J]. 信阳师范学院学报,2006,19(4):504-506.
- [15] 张绍秋,胡跃明. 基于 BP 神经网络的税收预测模型[J]. 华南理工大学学报,2006,34(6):55-58.
- [16] 林国玺,宣慧玉. 遗传算法和 BP 神经网络在税收预测中的应用[J]. 系统工程理论方法应用,2005,14(2):145-148.
- [17] 叶林. 自组织理论和 BP 神经网络在税收预测中的应用研究模型[J]. 数学的实践和认识,2006,36(7):251-255.
- [18] 刘碧森,姚宇. 粗 SVM 理论及其在税收预测中的应用[J]. 仪器仪表学报,2005,26(8):650-651.
- [19] 刘云忠,宣慧玉,林国玺. 粗糙集理论在我国税收预测中的应用[J]. 系统工程理论与实践,2004(10):98-103.
- [20] 文启湘,席建强. 混沌理论在我国税收预测中的应用[J]. 经济纵横,2008(12):89-91.
- [21] 俞群,李为民,申卯兴. 灰色数列预测在我国税收预测中的应用[J]. 系统仿真学报,2006,18(2):971-972.
- [22] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1987,11.
- [23] 刘思峰,郭天榜,党耀国,等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,1999.
- [24] 庄恒扬. GM(1,1)建模机理应用条件分析及其改进方法[J]. 系统工程理论方法应用,1993,2(3):56-62.
- [25] 王敏. 税收收入预测方法的优选与应用[J]. 税务研究,2009,10:36-37.

A Study on Tax Forecasting Model Based on Grey Theory

SUN Zhi-yong

(College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Tax is a main source of state finance income whose forecasting accuracy plays a significant part in various economical policies making. This paper proposes an improved GM(1,1) model for tax prediction by changing the background values in the traditional GM(1,1) model. Original tax data from 1994 to 2008 are analyzed and forecasting results indicate the grey model can simulate the trend growth embedded in the data quiet well, and the improved GM(1,1) model outperforms the traditional model. The whole process is concise and easy to be programmed, which suggests the proposed forecasting method is feasible for tax forecasting.

Key words: tax increase; grey theory; forecasting model