重庆大学学报(社会科学版)　　2010 年第 16 卷第 6 期
JOURNAL OF CHONGQING UNIVERSITY(Social Science Edition) Vol. 16 No. 6 2010

分数型几何亚式 – 再装股票期权的保险精算定价公式及其仿真

傅　强[a],石泽龙[b]

(重庆大学 a. 经济与工商管理学院;b. 数学与统计学院,重庆　400044)

摘要:文章讨论了再装股票期权在再装日按 B – S 定价模型执行所产生的经理激励缺陷,提出了将有效期内股价的几何平均值作为再装期权结算价格的思想,建立了几何亚式 – 再装股票期权的定价模型。并利用保险精算方法,从评估实际损失和相应概率分布的角度,研究了几何亚式 – 再装股票期权的价值构成,获得了基于分数布朗运动下几何亚式 – 再装股票期权的保险精算定价公式。还通过数值模拟分析比较了传统再装期权与几何亚式 – 再装股票期权在经理激励中的作用。

关键词:分数布朗运动;再装期权;几何亚式 – 再装期权;保险精算方法

中图分类号:F830. 91　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1008-5831(2010)06-0022-05

一、引言

因为再装期权消除了在到期日可能只能获得较低收入的风险,所以被广泛应用于对企业经理的激励机制设计中,尤其在金融服务业中应用更为普遍。但传统的再装期权作为经理的薪酬激励存在两方面的问题。

一是传统再装股票期权是在假设股价服从几何布朗运动下得到的。大量实证表明,几何布朗运动并不能很好地描述股票价格的运动形态。为了更准确地定价,许多学者研究了股价服从其他分布的再装期权定价公式。如 Johnson 和 Tian 等研究了股票价格服从连续扩散过程的再装期权的定价[1];刘坚等在利率和股票价格都遵循 O – U 过程的假设下研究了再装期权的定价并将其推广到多次再装的情形[2];张慧等在不确定环境下研究了再装期权的最大和最小定价[3]。然而它们并没有考虑股票收益的长记忆性。股票收益的波动具有显著的长记忆特征,这是金融收益的典型特征[4-5]。考虑股价服从分数布朗运动能更好地描述实际的股票收益情况。

二是传统再装期权在再装日是按照 B – S 模型来执行的,这导致了以下缺陷:第一,由于股票价格受到行业发展前景、宏观经济等多种因素的影响,而多数因素是经理无法控制的,仅以某时点的股票价格高低来评判公司经理努力的程度有失公平。第二,在再装日仅用 B – S 模型将导致经理人对股票价格进行短期操纵,这会损害股东的利益。第三,诱导经理追求"轰动效应",采取冒险行为。

收稿日期:2009 – 11 – 17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70501015)

作者简介:傅强(1963 –),男,重庆大学经济与工商管理学院教授,博士生导师,主要从事金融数学与动力系统分析等研究。

几何亚式期权能够更有效地防止经理人对股价的短期操纵和采用冒险行为,也能更有效地反映经理人的努力程度[6-7]。因此,我们将几何亚式期权以期权有效期内股价的几何平均值作为期权结算价格的思想,引入到再装股票期权来解决对经理的激励问题。我们认为基于分数布朗运动的几何亚式-再装股票期权的定价模型及利用保险精算方法给出的定价公式可以更好地克服前述模型之不足。笔者拟通过数值模拟方法,来比较几何亚式-再装股票期权与传统再装期权在经理激励中的作用。

二、相关知识

(一)分数布朗运动[5]

假设股票价格 $\{S(t),t\geqslant 0\}$ 服从分数布朗运动,即满足随机微分方程(SDE):

$$dS(t)=\mu S(t)dt+\sigma S(t)dB_H(t),S_0=S(0) \tag{1}$$

其中 μ,σ 分别表示股票价格的期望收益率和波动率,$B_H(t)$ 是定义在概率空间 (Ω,F,F_t,P) 上的 Hurst 参数为 H $(0<H<1)$ 的分数布朗运动。

由(1)式可得到在 t 时刻的股票价格为

$$S(t)=S_0\exp\left\{\mu t-\frac{1}{2}\sigma^2t^{2H}+\sigma B_H(t)\right\} \tag{2}$$

设 J_{st} 为在 $[s,t]$ 上股价的几何平均值,即 $J_{st}=e^{\frac{1}{t-s}\int_s^t\ln S(u)du}$。将(2)式带入,即可得:

$$J_{st}=S_0\exp\left\{\frac{1}{2}\mu(t+s)-\frac{t^{2H+1}-s^{2H+1}}{2(2H+1)(t-s)}\sigma^2+\frac{\sigma}{t-s}\int_s^tB_H(u)du\right\} \tag{3}$$

(二)保险精算方法[8]

定义1:价格过程 $S(t)$ 在 $[0,t]$ 产生的期望收益率 β 定义为

$$e^{\beta t}=\frac{ES(t)}{S_0} \tag{4}$$

定义2:期权的保险精算价值定义为,当期权被执行时,股票到期日的折现值与执行价的折现值的差,在股票价格实际分布的概率测度下的数学期望值。资产的折现价的计算方法如下:无风险资产(确定的)按无风险利率折现,风险资产(随机的)按其期望收益率(定义1)折现。

三、几何亚式-再装股票期权定价模型

(一)几何亚式-再装股票期权模型的收益结构

对于几何亚式-再装股票期权,我们仅考虑再装一次的情况,几何亚式-再装股票期权在再装日 T_1 时刻的收益为

$$\max(J_{0T_1}-K,0) \tag{5}$$

在到期日 T $(T>T_1)$ 时刻的收益为

$$\begin{cases}\dfrac{K}{J_{0T_1}}\max(J_{T_1T}-J_{0T_1},0)=K\max(\dfrac{J_{T_1T}}{J_{0T_1}}-1,0) & \text{当 } J_{0T_1}>K \text{ 时}\\ \max(J_{0T}-K,0) & \text{当 } J_{0T_1}\leqslant K \text{ 时}\end{cases} \tag{6}$$

以上模型的经济解释如下:

(1)在再装日 T_1 时刻,如果在 T_1 这段时期内股票价格的几何平均值 J_{0T_1} 高于 K 时,则经理人执行期权,每份期权获得利润为 $(J_{0T_1}-K)$。这样利用一段时期内股价的几何平均值 J_{0T_1} 来代替传统再装期权中以再装时刻的股价 S_{T_1} 作为结算价格,能够有效防止经理人通过对股价的短期操纵来使得期权处于实值状态,从而使得股东的利益受损。

(2)若在0到 T_1 这段时间内股票价格的几何平均值 J_{0T_1} 高于 K,则经理人还可获得 $\dfrac{K}{J_{0T_1}}$ 份新期权。新期权是以 T_1 到 T 时刻的几何平均值作为结算价格,到期日为 T,执行价格为 J_{0T_1} 的期权。

(3)若在0到 T_1 这段时间内股票价格的几何平均值 J_{0T_1} 低于 K,则无需再装,期权以0到 T 时刻股票价格的几何平均值 J_{0T} 作为结算价格,到期日 T 和执行价格 K 保持不变。

(二)基于分数过程的几何亚式-再装股票期权的保险精算定价

定理1:如果股价服从分数布朗运动(1),给定再装时刻 T_1,到期日 T,执行价格为 K,则几何亚式-再装股票期权在0时刻的保险精算定价公式为

$$\begin{aligned}C=&S_0\alpha_1N(d_1+\sigma_1)-Ke^{-rT_1}N(d_1)+K\alpha_2N_2(d_1-\sigma_1,d_2+\sigma_2;\rho_1)-Ke^{-rT}N_2(d_1,d_2;\rho_1)+\\&S_0\alpha_3N_2(-d_1-\frac{T_1}{T}\sigma_1,d_3+\sigma_3;-\rho_2)-\\&Ke^{-rT}N_2(-d_1,d_3;-\rho_2)\end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$\alpha_1=\exp\left\{-\frac{1}{2}\mu T_1-\frac{T_1^{2H}}{2(2H+1)(2H+2)}\sigma^2\right\};$$

$$\alpha_2=\exp\left\{-\frac{1}{2}\mu T+\frac{{T_1}^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2-\frac{(T-T_1)^{2H}}{4(2H+1)(H+1)}\sigma^2+\frac{{T_1}^{2H}}{4(H+1)}\sigma^2\right\};$$

$$\alpha_3=\exp\left\{-\frac{1}{2}\mu T-\frac{T^{2H}}{2(2H+1)(2H+2)}\sigma^2\right\};$$

$$d_1 = \frac{\ln\frac{S_0}{K} + rT_1 - \frac{1}{2}\mu T_1 - \frac{{T_1}^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2}{\sigma_1}; d_2 = \frac{rT - \frac{1}{2}\mu T + \frac{T({T_1}^{2H} - T^{2H})}{2(2H+1)(T-T_1)}\sigma^2}{\sigma_2};$$

$$d_3 = \frac{\ln\frac{S_0}{K} + rT - \frac{1}{2}\mu T - \frac{T^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2}{\sigma_3}; \rho_1 = -\frac{\sigma_1}{\sigma_2}; \rho_2 = \frac{T_1}{T}\frac{\sigma_1}{\sigma_3}.$$

$N(\cdot)$ 表示一维标准正态分布累加函数，$N_2(\cdot)$ 表示二维正态分布累加函数。

证明：由公式(4)可得

$$\mathrm{E}S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_0 \exp\left\{\mu t - \frac{1}{2}\sigma^2 t^{2H} + \sigma y\right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi t^{2H}}} \exp\left\{-\frac{y^2}{2t^{2H}}\right\} \mathrm{d}y = S_0 e^{\mu t}$$

则有 $e^{\beta t} = \frac{\mathrm{E}S(t)}{S_0} = e^{\mu t}$，即 $\beta = \mu$。

由模型的叙述(5)、(6)及保险精算方法可知，基于分数布朗运动的几何亚式－再装股票期权在 0 时刻的定价模型为

$$C = \mathrm{E}[(e^{-\mu T_1}J_{0T_1} - e^{-rT_1}K)1_{\{e^{-\mu T_1}J_{0T_1} > e^{-rT_1}K\}}] + \mathrm{E}[K(e^{-\mu T}\frac{J_{T_1T}}{J_{0T_1}} - e^{-rT})1_{\{e^{-\mu T_1}J_{0T_1} > e^{-rT_1}K, e^{-\mu T}\frac{J_{T_1T}}{J_{0T_1}} > e^{-rT}\}}] + \mathrm{E}[(e^{-\mu T}J_{0T} - e^{-rT}K)1_{\{e^{-\mu T_1}J_{0T_1} < e^{-rT_1}K, e^{-\mu T}J_{0T} > e^{-rT}K\}}]$$
$$= C_1 + C_2 + C_3 \quad (8)$$

其中 1_A 表示集合 A 上的示性函数。

第一步：计算 C_1。

由(3)式可知，$J_{0T_1} = S_0 \exp\left\{\frac{1}{2}\mu T_1 - \frac{{T_1}^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2 + \frac{\sigma}{T_1}\int_0^{T_1} B_H(u)\mathrm{d}u\right\}$，

令 $X := \frac{\sigma}{T_1}\int_0^{T_1} B_H(u)\mathrm{d}u$，$X \sim N\left(0, \frac{\sigma^2 {T_1}^{2H}}{2(H+1)}\right) := N(0, {\sigma_1}^2)$。为此，令 $\bar{X} = \frac{X}{\sigma_1}$，则 $\bar{X} \sim N(0,1)$。

$e^{-\mu T_1}J_{0T_1} > e^{-rT_1}K$ 等价于 $\bar{X} > -\frac{\ln\frac{S_0}{K} + rT_1 - \frac{1}{2}\mu T_1 - \frac{{T_1}^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2}{\sigma_1} = -d_1$。

则 $C_1 = \mathrm{E}[(e^{-\mu T_1}S_0 \exp\left\{\frac{1}{2}\mu T_1 - \frac{{T_1}^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2 + \sigma_1\bar{X}\right\} - e^{-rT_1}K)1_{\{\bar{X} > -d_1\}}]$

$$= \int_{-d_1}^{+\infty}(e^{-\mu T_1}S_0 \exp\left\{\frac{1}{2}\mu T_1 - \frac{{T_1}^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2 + \sigma_1\bar{X}\right\} - e^{-rT_1}K)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{\bar{X}^2}{2}\right\}\mathrm{d}\bar{X}$$

$$= S_0\alpha_1 N(d_1 + \sigma_1) - Ke^{-rT_1}N(d_1)。$$

第二步：计算 C_2。由(3)式可知，

$\frac{J_{T_1T}}{J_{0T_1}} = \exp\left\{\frac{1}{2}\mu T + \frac{T({T_1}^{2H} - T^{2H})}{2(2H+1)(T-T_1)}\sigma^2 + \frac{\sigma}{T-T_1}\int_{T_1}^{T} B_H(u)\mathrm{d}u - \frac{\sigma}{T_1}\int_0^{T_1} B_H(u)\mathrm{d}u\right\}$，令

$Y := \frac{\sigma}{T-T_1}\int_{T_1}^{T} B_H(u)\mathrm{d}u - \frac{\sigma}{T_1}\int_0^{T_1} B_H(u)\mathrm{d}u$，则 $Y \sim N(0, \frac{T^{2H+1} - {T_1}^{2H+1}}{(2H+1)(T-T_1)}\sigma^2 + \frac{{T_1}^{2H}}{2(H+1)}\sigma^2 - \frac{(T-T_1)^{2H}}{2(2H+1)(H+1)}\sigma^2) := N(0, {\sigma_2}^2)$。令 $\bar{Y} = \frac{Y}{\sigma_2}$，则 $e^{-\mu T}\frac{J_{T_1T}}{J_{0T_1}} > e^{-rT}$ 等价于

$\bar{Y} > -\frac{rT - \frac{1}{2}\mu T + \frac{T({T_1}^{2H} - T^{2H})}{2(2H+1)(T-T_1)}\sigma^2}{\sigma_2} = -d_2$。且有 $\mathrm{cov}(\bar{X}, \bar{Y}) = -\frac{\sigma_1}{\sigma_2} := \rho_1$ 及 $(\bar{X}, \bar{Y}) \sim N_2(0, 1, 0, 1; \rho_1)$。

则 $C_2 = K\mathrm{E}[(e^{-\mu T}\exp\left\{\frac{1}{2}\mu T + \frac{T({T_1}^{2H} - T^{2H})}{2(2H+1)(T-T_1)}\sigma^2 + \sigma_2\bar{Y}\right\} - e^{-rT})1_{\{\bar{X} > -d_1, \bar{Y} > -d_2\}}]$

$$= K\exp\left\{-\frac{1}{2}\mu T + \frac{T({T_1}^{2H} - T^{2H})}{2(2H+1)(T-T_1)}\sigma^2\right\}\int_{-d_1}^{+\infty}\int_{-d_2}^{+\infty}\exp\{\sigma_2\bar{Y}\}\frac{1}{2\pi\sqrt{1-{\rho_1}^2}}\exp\left\{-\frac{\bar{X}^2 - 2\rho_1\bar{X}\bar{Y} + \bar{Y}^2}{2(1-{\rho_1}^2)}\right\}\mathrm{d}\bar{X}\mathrm{d}\bar{Y} - Ke^{-rT}\int_{-d_1}^{+\infty}\int_{-d_2}^{+\infty}\frac{1}{2\pi\sqrt{1-{\rho_1}^2}}\exp\left\{-\frac{\bar{X}^2 - 2\rho_1\bar{X}\bar{Y} + \bar{Y}^2}{2(1-{\rho_1}^2)}\right\}\mathrm{d}\bar{X}\mathrm{d}\bar{Y}$$

$$= C_{21} + C_{22}$$

由概率论知识，显然有 $C_{22} = -Ke^{-rT}N_2(d_1, d_2; \rho_1)$。

再计算 C_{21}，作变换 $X' = \bar{X} + \sigma_1$，$Y' = \bar{Y} - \sigma_2$ 则可得

$$C_{21} = K\alpha_2\int_{-d_1+\sigma_1}^{+\infty}\int_{-d_2-\sigma_2}^{+\infty}\frac{1}{2\pi\sqrt{1-{\rho_1}^2}}\exp\left\{-\frac{X^2 - 2\rho_1 XY' + Y^2}{2(1-{\rho_1}^2)}\right\}\mathrm{d}X\mathrm{d}Y'$$

$$= K\alpha_2 N_2(d_1 - \sigma_1, d_2 + \sigma_2; \rho_1)\text{。}$$

综上所述 $C_2 = K\alpha_2 N_2(d_1 - \sigma_1, d_2 + \sigma_2; \rho_1) - Ke^{-rT}N_2(d_1, d_2; \rho_1)$。

第三步：由(3)式可知，$J_{0T} = S_0\exp\left\{-\frac{1}{2}\mu T - \frac{T^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2 + \frac{\sigma}{T}\int_0^T B_H(u)\,du\right\}$，令 $Z := \frac{\sigma}{T}\int_0^T B_H(u)\,du \sim N\left(0, \frac{\sigma^2 T^{2H}}{2(H+1)}\right) := N(0, \sigma_3^2)$。为此令 $\bar{Z} = \frac{Z}{\sigma_3}$，则 $e^{-\mu T}J_{0T} > e^{-rT}K$ 等价于 $\bar{Z} > -\frac{\ln\frac{S_0}{K} + rT - \frac{1}{2}\mu T - \frac{T^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2}{\sigma_3} = -d_3$。且有 $\mathrm{cov}(\bar{X}, \bar{Z}) = \frac{T_1}{T}\frac{\sigma_1}{\sigma_3} := \rho_2$，及 $(\bar{X}, \bar{Z}) \sim N_2(0,1,0,1;\rho_2)$。

则
$$C_3 = \mathrm{E}\left[\left(e^{-\mu T}S_0\exp\left\{\frac{1}{2}rT - \frac{T^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2 + \sigma_3\bar{Z}\right\} - e^{-rT}K\right)1_{\{\bar{X} < -d_1, \bar{Z} > -d_3\}}\right]$$
$$= S_0\exp\left\{-\frac{1}{2}\mu T - \frac{T^{2H}}{2(2H+1)}\sigma^2\right\}\int_{-\infty}^{-d_1}\int_{-d_3}^{+\infty}\exp\{\sigma_3\bar{Z}\}\frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_2^2}}\exp\left\{-\frac{\bar{X}^2 - 2\rho_2\bar{X}\bar{Z} + \bar{Z}^2}{2(1-\rho_2^2)}\right\}d\bar{X}d\bar{Z} -$$
$$Ke^{-rT}\int_{-\infty}^{-d_1}\int_{-d_3}^{+\infty}\frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_2^2}}\exp\left\{-\frac{\bar{X}^2 - 2\rho_2\bar{X}\bar{Z} + \bar{Z}^2}{2(1-\rho_2^2)}\right\}d\bar{X}d\bar{Z}$$
$$= C_{31} + C_{32}\text{。}$$

由概率论知识，显然有 $C_{32} = -Ke^{-rT}N_2(-d_1, d_3; -\rho_2)$。

再计算 C_{31}，只需作变换 $X'' = \bar{X} - \frac{T_1}{T}\sigma_1$，$Z'' = \bar{Z} - \sigma_3$ 就可得到

$$C_{31} = S_0\alpha_3 N_2\left(-d_1 - \frac{T_1}{T}\sigma_1, d_3 + \sigma_3; -\rho_2\right)$$

综上所述 $C_3 = S_0\alpha_3 N_2\left(-d_1 - \frac{T_1}{T}\sigma_1, d_3 + \sigma_3; -\rho_2\right) - Ke^{-rT}N_2(-d_1, d_3; -\rho_2)$，证毕。

从定理1的结论可以看出，利用保险精算方法得到的几何亚式－再装股票期权的定价公式包含了股价的收益率 μ，因此保险精算定价是有套利的。当 $\mu = r$ 时，即可得到在风险中性下的几何亚式－再装股票期权的定价公式；当 $\mu = r$ 且 $H = 0.5$ 时，就可得到风险中性下服从几何布朗运动的几何亚式－再装股票期权定价公式。

四、数值分析

（一）期权的价值对股价的敏感性分析

在假设执行价格 $K = 100$，无风险利率为 $r = 0.05$，无红利率、股票的波动率为 $\sigma = 0.3$，到期日 $T = 10$（年），Hurst 系数 $H = 0.5$，股价的期望收益率 $\mu = r = 0.05$（表示为风险中性定价），再装日 $T_1 = 5$。当期权处于平价状态（$S_0 = 100$），1.683 5份几何亚式－再装股票期权的价值与1份标准的再装股票期权的价值相当，因此，取1.683 5份几何亚式－再装股票期权与1份标准的再装股票期权进行同等价值的比较，分析经理股票期权激励的敏感性。

Delta 值是期权价值对股票价格的偏导数，表示经理人股票期权收益对股票价格的敏感性。Delta 值越大，股价变化对经理人股票期权收益影响越大，对经理的激励作用越强。

取股价的变化区间为[50，150]，期权的 Delta 值与股价的关系变化如图1。通过图1可以看出随着股价的增长，几何亚式－再装股票期权和再装股票期权的 Delta 值都增大，而当股价在区间[50，58]之间时，几何亚式期权的 Delta 值小于再装期权的 Delta 值，即在期权处于深度虚值时，增加1单位的股价导致传统再装期权的价值增加得更多一些，传统再装期权的激励效果更明显。当股价在区间[50，150]时，显然有几何亚式期权的 Delta 值大于再装期权的 Delta 值，这说明增加1单位的股价导致几何亚式－再装股票期权的价值增加得更多一些，几何亚式－再装股票期权的激励效果更明显。

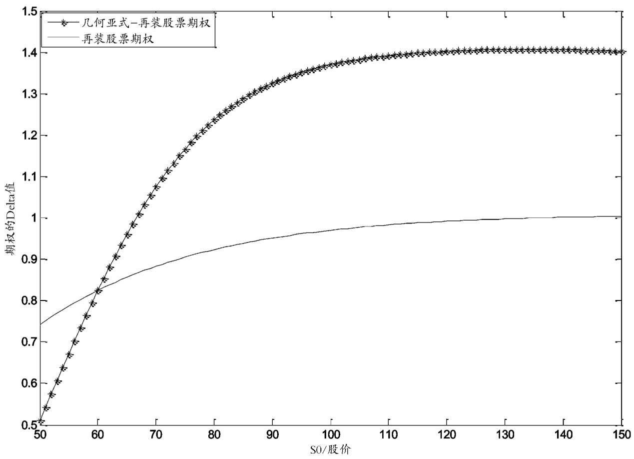

图1　再装期权与几何亚式－再装股票期权的 Delta 值的比较

（二）股价收益率和 Hurst 系数的变化对几何亚式－再装股票期权价值的影响

图2表示随着 μ 和 H 的变化，几何亚式－再装股票期权的价值变化。该图是在上节的参数假设基础上，假设 Hurst 系数 $H \in [0.5, 0.9]$，股价的期望收益率 $\mu \in [0.05, 0.3]$ 下得到的。

（1）由图2可知：当 μ 值一定时，随着 H 的增大，几何亚式－再装股票期权的价值也增大且差别较大。对实际股票数据而言，由于收益的波动具有长

记忆性,因而考虑波动长记忆特征的分数几何亚式 - 再装期权应更加接近真实值。

(2)由图 2 可知:当 H 值一定时,随着股价的期望收益率 $\mu(\in[0.05,0.3])$ 逐渐增大,几何亚式 - 再装股票期权的价值逐渐减少。这说明与风险中性(即 $\mu = r = 0.05$ 时)定价相比,利用保险精算方法得到的几何亚式 - 再装股票期权的价值较小。由于股票期权的不可转让性,导致了股票期权并不能通过复制来达到风险中性条件,为此,对再装期权采用风险中性的定价方法可能导致再装期权的错误定价。对于没有任何经济假设的保险精算定价方法来说,利用保险精算定价方法来求解几何亚式 - 再装股票期权定价公式会更精确。

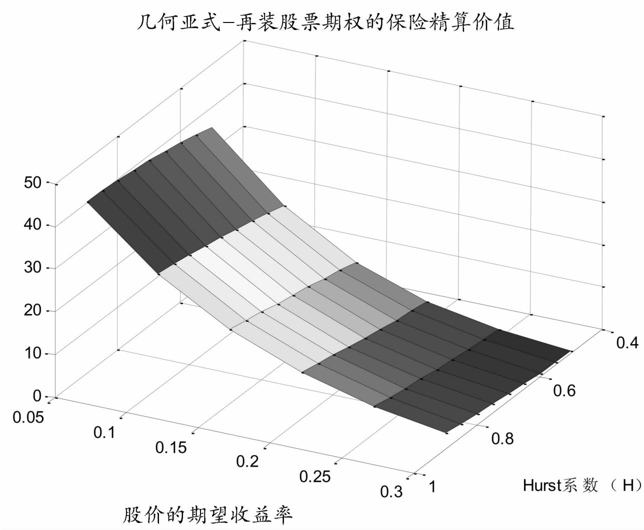

图 2 随着股价期望收益率 μ 和 Hurst 系数 H 的变化,几何亚式 - 再装股票期权的价值变化趋势

五、结论

笔者通过将几何亚式期权中以期限内几何平均值作为期权结算价格的思想应用到再装期权,解决了传统再装期权在经理激励中的缺陷,得到了股价服从分数布朗运动下的几何亚式 - 再装股票期权的保险精算定价公式。通过算例分析发现,与传统再装期权相比,几何亚式 - 再装期权的价值能更好地激励经理人。笔者只考虑了再装一次的几何亚式 - 再装股票期权定价公式,两次或多次再装的情况有待于进一步的研究。

参考文献:

[1] JOHNSO S A, TIAN Y S. The value and incentive effects of non-traditional executive stock option plans [J]. Journal of Financial Economics, 2000, 57: 3 - 34.

[2] 刘坚,邓国和,杨向群. 利率和股票价格遵循 O - U 过程的再装期权定价[J]. 工程数学学报,2007,24(2):238 - 241.

[3] 张慧,陈晓兰,聂秀山. 不确定环境下再装股票期权的稳健定价模型[J]. 中国管理科学,2008,16(1):25 - 31.

[4] HU Y, ØKSENDAL B. Factional white noise calculus and application to finance [J]. Inf Dim Anal Quantum Probab Rel Top, 2003, 6:1 - 32.

[5] ELLIOTT R J, Van Der HOEK. A general fractional White Noise theory and applications to Finance [J]. Mathematical Finance, 2003,2(13):301 - 33.

[6] 谭轶群, 刘国买. 亚式期权激励特性及其对经理的激励效用分析[J]. 武汉理工大学学报(信息与管理工程版), 2006,4(28):621 - 821.

[7] 党开宇,吴冲锋. 亚式期权定价及其在期股激励上的应用[J]. 系统工程,2000,18(2): 27 - 32.

[8] BLADT M, RYDBERG H T. An actuarial approach to option pricing under the physical measure and without market assumptions [J]. Insurance: Mathematics and conomics. 1998,22(1):65 - 73.

An Actuarial Approach to Fractional Geometric Asian-reload Stock Option and It's Simulation

FU Qiang[a], SHI Ze-long[b]

(*a. College of Economics and Business Administration*;
b. College of Mathematics and Statistics, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: In this paper, we have discussed the implementation of executive compensation defects which was generated by BS model on the reloading time and expiration date, and the idea that the geometric mean of stock price in period of validity as a stock option's settlement price was proposed to solve the executive compensation defects, and the geometric Asian-reload stock option pricing model was settled. An actuarial method is proposed in view of evaluating actual losses and corresponding probability distribution to quantitatively cheek the price composition of the geometric Asian-reload stock option, thus developing an option pricing model to deduce further the formula under the hypothesis of underlying asset price driven by fractional Brownian motion. This article also compares reload stock option with geometric Asian-reload stock option in the manager's role by numerical simulation.

Key words: fractional Brown motion; reload option; geometric Asian-reload stock option; actuarial approach

(责任编辑 傅旭东)