doi:10.11835/j. issn. 1008 -5831. 2017. 06. 005

欢迎按以下格式引用:王春宝,陈迅. 考虑非对称风险偏好的第一价格密封拍卖[J]. 重庆大学学报(社会科学版),2017(6):41 -48.

Citation Format: WANG Chunbao, CHEN Xun. Considering asymmetric risk preferences of the first - price auction [J]. Journal of Chongqing University (Social Science Edition),2017(6):41 -48.

考虑非对称风险偏好的第一价格密封拍卖

王春宝,陈 迅

(重庆大学 经济与工商管理学院,重庆 400044)

摘要:在独立私人价值(IPV)框架下,文章构建了投标者风险偏好非对称的第一价格密封拍卖模型。基于分布函数相同前提,对强、弱两种风险规避度情形进行分析,研究发现:风险偏好非对称的第一价格密封拍卖存在非对称均衡投标策略且风险规避度强者投标更为激进;若风险偏好对称,则存在对称均衡投标策略,且强风险规避水平上的投标更为激进;对风险规避强弱的对称与非对称情形投标策略进行排序;拍卖的非效率性可能出现在风险偏好非对称的密封拍卖中,而风险偏好对称的拍卖总是有效率的。

关键词:第一价格密封拍卖;非对称风险偏好;拍卖效率

中图分类号:F272 **文献标志码:**A **文章编号:**1008-5831(2017)06-0041-08

一、研究问题与文献回顾

Vickrey[1]在关于拍卖理论的开创性论文中,基于投标者风险中性等假设,首次提出了收益等价定理。Myerson[2],Riley 和 Samuelson[3]进一步在投标者风险中性、独立私人价值、相同的价值分布以及不存在合谋的前提下,验证了 Vickrey 关于几种拍卖机制的期望收入等价的一般性结论。在之后的 30 年里,大量论文尝试放松这些假设进行研究。

而对于风险偏好假设的扩展,研究主要采用风险规避绝对系数来描述投标者的风险偏好。风险偏好是为描述个体面对不确定性的态度,由 Kenneth Arrow 和 Pratt[4]提出和进行标准化。在拍卖中,风险偏好特别适用于投标者对拍卖品的保留价值与其自身资产关联度较大时的情形。

在投标者风险偏好对称情形的理论研究方面,Milgrom 和 Weber[5],Maskin 和 Riley[6],Matthews[7-8]都假定投标者面对风险采取相同的态度,据此得出了对称的均衡投标策略函数。Maskin 和 Riley[9]将拍卖视为委托代理问题,在两投标者风险偏好相同的前提下,侧重于运用动态化方法设计最优的拍卖机制;同时得出投标者风险规避情形下的投标策略比风险中性时更为激进,所以相对于第二价格密封拍卖,拍卖者更倾向于第一价格密封拍卖。在实证方面,Bajari 和 Hortacsu[10]的研究结果显示,在几个拍卖模型中,风险规避模型最能获得实证数据的支持。

修回日期:2017 -05 -19

基金项目:国家发改委重点调研课题项目(XBS13 -A01);国家社会科学基金项目(14BJY188)

作者简介:王春宝(1985 -),男,江西上饶人,重庆大学经济与工商管理学院博士研究生,主要从事能源经济研究,Email:462644440@qq. com;陈迅(1950 -),男,河南巩义人,重庆大学经济与工商管理学院教授,主要从事产业经济与能源经济研究。

在投标者风险偏好不对称前提下,相关的实证研究较多。Cox 等[11]和 Goeree 等[12]的研究发现,拍卖中的投标者采取了不同的风险态度。Athey 和 Levin[13]则通过对木材拍卖市场的实证研究指出,在拍卖中不能忽视风险规避及其差异性。Campo[14-16]对独立私人价值的非对称风险规避模型进行研究。由于微分方程组不存在解析解,故他采用 Guerre 等[17]的“间接法”,根据假设对数据进行限制,研究模型的识别和参数估计。通过对 1994-2003 年间的洛杉矶市政厅建筑施工合同数据进行研究,发现相关经验影响了投标者的风险规避程度。

以上基于投标者风险规避的研究,都没有在一般性理论框架内研究投标者风险规避不对称时投标者及相互之间投均衡标策略的差异,以及由此导致的资源配置效率方面的差异。

本文构建了投标者风险规避非对称的独立私人价值第一价格密封模型。在投标者均为风险规避或中性的前提下,采用风险规避非对称的假定,与直观认识相符,同时也获得了实证数据的广泛支持。在拍卖中,投标者面对风险的态度差异与其自身财富和相关经验有关。由于均衡投标策略的解析解不存在,故无法根据其显性策略解的性质定量分析投标者之间投标策略的差异以及风险偏好对其投标策略的影响。我们认为,采用比较分析的方法可以很好地解决这一问题。在此基础上,侧重于从个体差异维度及风险规避维度讨论投标者的行为。研究发现,投标者的出价不仅取决于自身的保留价值和风险规避结构,还和其他投标者的风险规避结构相关,风险规避结构不对称导致了投标策略不对称。同时,针对投标策略不对称导致的分配效率损失,提出了可以通过拍后转售实现帕累托最优。从另一方面说,首次提出了风险结构不对称是导致转售可能的一个重要因素。

二、模型假设

假设卖者有一个不可分割的物品,通过第一价格密封拍卖出售给两个投标者中的一个,且两个投标者的投标价均为非负。投标者同时报价,拍卖品由出价最高者获得。

投标者 i 的保留价值(或估值)为 v_i。假定 v_i 是投标者 i 的私人信息,从其他投标者视角看,v_i 为随机变量且服从区间 $[\beta,\alpha]$ 上的概率分布函数 F,则有 $F(\beta)=0$,$F(\alpha)=1$。分布函数 F 有连续可微的概率密度函数 $f=F'$,其在区间 (β,α) 上为正。假设两个投标者估价的随机变量为独立同分布,且 F 满足逆风险率(DRH)递减,即 $f(v)/F(v)$ 关于 v 递减。为了简化分析,假设拍卖不存在保留价(或保留价为零),并且标的物对于拍卖人没有自有价值。

用随机变量 $b_i(v_i)$ 描述具有价值 v_i 的投标者 i 的投标策略。给定另一个投标者的投标方程 $b_j(\cdot)$(其中 j 表示另一个投标者,投标策略也可以表示为 $b_{-i}(\cdot)$),若对所有 v_i 和所有 $b_i \in real\ b_i(v_i)(b_i(v_i))$ 实现值的集合),b_i 最大化投标者的期望收益,则投标方程 $b_i(\cdot)$ 是 $b_j(\cdot)$ 的最优反应。均衡就是使得对于 i,满足 $b_i(\cdot)$ 和 $b_j(\cdot)$ 互为对方最优反应的向量($b_i(\cdot)$ 和 $b_j(\cdot)$)。为了保证拍卖对投标者有利可图,假定投标者的出价不会高于其保留价值,即 $bi \leqslant v_i$。同时,投标者 i 的投标函数的反函数用 $\varphi_i(\cdot)$ 表示,即 $\varphi_i(\cdot)=b_i^{-1}$。

若具有价值 v_i 的投标者 i 赢得了拍卖并支付价格 b,则其效用为 $u_i(b,v_i)$。假定 u_i 二次连续可微,且 $\partial u_i/\partial b>0$ 和 $\partial u_i/\partial v_i>0$ 成立。由于投标者的收益(或利润)为 v_i-b,故效用函数采取 $u_i(b,v_i)\equiv U_i(v_i-b)$ 的形式,其中 $U_i(\cdot)$ 为递增的 v N-M 效用函数,连续、二次可微并满足 $U'_i>0$,$U''_I\leqslant 0$。如果投标者 i 没有赢得拍卖,则其效用为 $u_i(0)=0$。

投标者 i 在给定自身保留价值和由拍卖双方效用函数形式决定的对方反应函数的条件下,选择投标策略来最大化其期望效用,则投标者 i 的期望效用为

$$\underset{b}{E}U_i(v_i-b)H_i$$

其中,H_i 表示投标者 i 的获胜概率且 $\sum H_i=1$。由于投标策略不一定是对称的,故其获胜概率不能简单由 v_i 和 v_j 决定,还与两个拍卖者效用函数结构决定的投标者 j 的反应函数有关。出于定量分析风险规避的需要,用风险规避修正绝对系数 $r_i(\cdot)=-aU''_i(\cdot)/U'_i(\cdot)$ 来刻画投标者 i 的风险偏好程度,常系数 a 考虑了竞标人在非对称风险条件下的概率差异,即 $a>0$,风险的存在减少效用,他们当中 a 越大的人越规避风险;$a=0$,为中性投资者,风险没影响,他们只关心期望收益率;$a<0$,为风险偏好投资者,风险的存在增加效用,他们当中 a 越小的人

（或者说绝对值越大）越喜欢风险。$r_i(\cdot)$ 大于、小于和等于 0 分别对应于投标者 i 为风险规避的、风险偏好的和风险中性的。因为 $U_i' > 0$，所以 $U_i'' \leqslant 0$ 等价于假设投标者为风险规避或风险中性。这里，$U_i(\cdot)$ 和 $U_j(\cdot)$ 是属于同一参数的效用方程。反过来，若两个投标者具有相同的风险规避修正绝对系数，则意味着他们采用相同的效用函数即 $U_i(\cdot) = U_j(\cdot)$。

除了以上条件，为了保证投标策略函数的单调性，还要求 $\partial^2 u_i(b,v_i)/\partial b\partial_i \geqslant 0$（对所有 i, v_i 成立）。从技术上说，即效用函数 $u_i(b,v_i)$ 满足对数超模条件。

三、投标策略分析

在第一价格密封拍卖中，标的物由出价最高者获得，且支付价格就是投标价。可以借助于 Maskin 和 Riley[18-19] 的结论，证明投标策略函数的一些性质：

引理 1（单调性）：已知拍卖采取独立私人价值（IPV）模型且效用函数满足 $\partial u_i(b,v_i)\partial v_i > 0$ 和 $\partial^2 u_i(b,v_i)/\partial b\partial v_i \geqslant 0$，若 $b_i(v_i)$ 是 $b_j(\cdot)$ 的最优反应，则投标函数 $b_i(v_i)$ 是连续的且严格单调递增（证明参见 Maskin 和 Riley）。

因为连续区间内严格单调的函数存在相同单调性的反函数，所以投标策略函数的反函数 $\varphi_i(\cdot) = b_i^{-1}$ 在某个连续区间内存在且严格单调递增。同时，还可得到 $b(v) \leqslant c \Leftrightarrow v \leqslant \varphi(c)$。所以投标者的价值 v 与其投标价 b 是一一对应的，而对应于 v 的区间 $[\beta, \alpha]$，也存在一个投标策略的连续区间。由于区间的连续性，分析两投标者出价区间是否存在差异只要分析其区间的端点是否存在差异。下面的引理 2 对此进行了研究。

引理 2（边界条件）：若投标者效用函数 $u(b,v)$ 连续且满足 $\partial u/\partial v > 0$，同时给定第一价格密封拍卖的单调投标策略均衡，那么两个投标者出价区间均为 $[b_*, b^*]$ 且其分布函数在此区间上连续。进一步，$\varphi_i(\beta) = \varphi_j(\beta) = \beta$ 和 $\varphi_i(b^*) = \varphi_j(b^*) = \alpha$ 成立（证明参见 Maskin 和 Riley 定理 3）。

以上引理为考虑投标者风险规避的第一价格密封拍卖模型的分析作了技术准备。此外，在拍卖信息方面进行假设：(1) 效用函数 U 是竞拍者和拍卖人之间的共同知识；(2) 投标者知道自己的真实保留价值 v，但对于对方保留价值只知道其分布函数。为了对第一价格密封拍卖结果进行分析，假设投标者 j 投标策略 $b_j(\cdot)$ 给定从而 $\varphi_j(b) = b_j^{-1}(b)$ 给定，投标者 i 通过选择投标策略来最大化其期望效用函数（由上文给出）。根据显示性原理（参见 Harris 和 Townsend[20]），均衡时每个投标者都按其真实保留价值参与投标，即当且仅当 $c = b$ 时（此处的 b 为与真实 v 对应的投标价）期望效用函数取得最大值：

$$\max_c U_i(v_i - c)\mathrm{Prob}\langle win \mid c\rangle = \max_c U_i(v_i - c)\mathrm{Prob}\{b_j(v_j) \leqslant c\} =$$
$$\max_c U_i(v_i - c)\mathrm{Prob}\{v_j \leqslant \varphi_j(c)\} = \max_c U_i(v_i - c)F(\varphi_j(c)) =$$
$$U_i(v_i - b)F(\varphi_j(b)) \tag{1}$$

其中，$\mathrm{Prob}\langle win \mid c\rangle$ 表示投标者报价为 c 时的赢标概率。

同时，为避免出现负收益，投标者有参与拍卖的选择权，即个体理性条件（参见 Myerson；Maskin 和 Riley）：

$$U_i(v_i - b)F(\varphi_j(b)) \geqslant 0。$$

由于 $c = b$ 时目标函数最大化，故满足一阶条件，求导得

$$U_i(v_i - b)\cdot f(\varphi_j(b))\cdot \varphi_j'(b) - U_i'(v_i - b)F(\varphi_j(b)) = 0$$

对一阶条件整理得到期望效用最大化时满足的微分方程

$$\frac{f(\varphi_j(b))}{F(\varphi_j(b))}\cdot\varphi_j'(b) = \frac{U_i'(v_i - b)}{U_i(v_i - b)} \text{或} \frac{f(\varphi_j(b))}{F(\varphi_j(b))}\cdot(\varphi_j'(b) = \frac{U_i'(\varphi_i(b) - b)}{U_i(\varphi_i(b) - b)}$$

其中，$v_i = \varphi_i(b)$ 对所有 $b \in (b_*, b^*)$ 成立。

根据微分方程的结构，在 $\varphi_j(b)$ 给定且分布函数 F 和效用函数 U_i 已知的前提下，可以知道投标策略 b_i 唯一取决于其保留价值 v_i，所以有 $b = b_i(v_i)$，也即 $v_i = \varphi_i(b)$ 对所有 $b \in (b_*, b^*)$ 成立。

由于拍卖中的两个投标者都选择相应投标策略来最大化其期望效用，在均衡时他们的期望效用都达到

了最大,所以他们分别对应的微分方程应该同时被满足,同时结合前面的引理,可以得到考虑风险规避的第一价格密封拍卖模型。

定理 1:若投标者效用方程 $u(b,v) = U(v-b)$ 且满足 $U(0)=0, U'>0, U''\leqslant 0$,则存在唯一的反投标策略均衡($\varphi_i(b),\varphi_j(b)$)使得微分方程组

$$\begin{cases}\dfrac{f(\varphi_j(b))}{F(\varphi_j(b))}\cdot\varphi_j'(b) = \dfrac{U_i'(\varphi_i(b)-b)}{U_i(\varphi_i(b)-b)}\\[2ex]\dfrac{f(\varphi_i(b))}{F(\varphi_i(b))}\cdot\varphi_i'(b) = \dfrac{U_j'(\varphi_j(b)-b)}{U_j(\varphi_j(b)-b)}\end{cases}\tag{2}$$

其中 $\varphi_i(b)=v_i,\varphi_j(b)=v_j$ 对所有 $b\in(b_*,b^*)$ 成立。

边界条件 $b_i=\varphi_i(\beta)=\varphi_j(\beta)=\beta$ 和 $\varphi_i(b^*)=\varphi_j(b^*)=\alpha$。

如果是风险规避度对称的情形,则根据前面假设有 $U_i(\cdot)\equiv U_j(\cdot)$,将其带入式(2)并根据对称性,可以得到 $\varphi_i(b)=\varphi_j(b)$(限于篇幅,证明方法从略,感兴趣的读者可联系笔者)。下面是相关推论。

推论 1:投标者对称的风险规避度意味着对称的反投标策略函数,即 $\varphi_i(b)=\varphi_j(b)$。

而因为在非对称情形下,微分方程组不存在解析解(参见 Guerre 等[21]),故下面的研究均采用类似 Maskin 和 Riley 的比较分析方法。从微分方程组看出,反投标策略的差异来源于投标者效用函数的差异。而效用函数差异可以用风险规避修正绝对系数 $r_i(\cdot)=-aU_i''(g)/U_i'(\cdot)$ 来描述。根据风险规避修正绝对系数的强弱,将一个投标者标记为“强”(用 s 表示),而另一个投标者则为“弱”(用 w 表示),即有 $r_s>r_w$。

于是,定理 1 中的微分方程组及边界条件可以重新表示为

$$\begin{cases}\dfrac{f(\varphi_w(b))}{F(\varphi_w(b))}\cdot\varphi_w'(b) = \dfrac{U_s'(\varphi_s(b)-b)}{U_s(\varphi_s(b)-b)}\\[2ex]\dfrac{f(\varphi_s(b))}{F(\varphi_s(b))}\cdot\varphi_s'(b) = \dfrac{U_w'(\varphi_w(b)-b)}{U_w(\varphi_w(b)-b)}\end{cases}\tag{3}$$

其中 $\varphi_s(b)=v_s,\varphi_w(b)=v_w$ 对所有 $b\in(b_*,b^*)$ 成立。

边界条件:$b_*=\varphi_s(\beta)=\varphi_w(\beta)=\beta$ 和 $\varphi_s(b^*)=\varphi_w(b^*)=\alpha$。

以上条件完整构建了非对称风险规避的第一价格密封拍卖模型。拍卖中的两个投标者具有不同的用风险规避修正绝对系数表示的风险态度。为了研究风险规避对其出价策略产生的影响,有必要再给出以下引理。

引理 3:由于风险规避绝对系数 $r_s(\cdot)>r_w(\cdot)$,那么 $U_s'(\cdot)/U_s(\cdot)<U_w'(\cdot)/U_w(\cdot)$ 在 $v\in(\beta,\alpha]$ 上成立(证明参见 Pratt)。

引理 4:在区间 $v\in(\beta,\alpha]$ 上,$(U'/U)'<0$ 成立。

证明:根据假设 $U'>0$ 及 $U''\leqslant 0$,有 $r=-U''/U'\geqslant 0$ 及 $U/U'\geqslant 0$。

所以,有 $(U/U')'=1+r\cdot U/U'>1$,也就是说,$(U'/U)'<0$。证毕。

基于以上引理,下面的定理在非对称的风险规避情形下,对投标者的反投标均衡策略函数进行了比较。

定理 4:若 $f(v)/F(v)$ 关于 v 递减(DRH),且效用函数满足引理 1 的假设,则对于所有 $b\in(\beta,b^*)$,有 $\varphi_s(b)<\varphi_w(b)$ 成立(限于篇幅,证明步骤从略,感兴趣的读者可联系笔者)。

由定理 2 及其推论可知,投标者非对称的风险规避结构导致了他们投标策略的非对称性。在相同价值水平上,风险规避度强的投标者比风险规避度弱的投标者的出价要高。这是因为,风险规避度强的投标者较之风险规避度弱的投标者对失去标的物更为恐惧,因此更有动力去提高出价,以确保获胜。

观察定理假设条件和证明过程可以看出,上述结论并不依赖于对效用函数 $U_s(\cdot)$ 及 $U_w(\cdot)$ 的具体形式作出过多限制,而只根据风险规避修正绝对系数的关系这一较弱条件,而且也没有要求投标者的风险规避修正绝对系数不变,所以如果 r_i 和 r_j 随着 v 的变化而变化,那么上述结论同样成立。

为了比较分析均衡投标策略在投标者非对称风险规避与对称风险规避情形下的差异,下面先研究对称

风险规避情形下的均衡投标。当风险规避对称时,两投标者风险规避度均为强或者均为弱。由推论1知道,风险规避对称情形下两投标者的反投标策略是对称的,故可以用$y_i(b)$和$B_i(v)$分别表示对称情形下风险规避强弱类型为i(s或者w)时的均衡反投标策略函数和均衡投标策略函数。相应的,投标者的出价区间为$[b_*, \mu_i]$。其中,μ_s和μ_w分别对应对称情形下风险规避强和弱的出价上限。于是,定理1中的微分方程组及边界条件可以重新表示为

$$\frac{f(y_i(b))}{F(y_i(b))}\cdot y_i'(b) = \frac{U_i'(y_i(b)-b)}{U_i(y_i(b)-b)} \tag{4}$$

其中,$i\in\{s,w\}$,边界条件$y_i(\beta)=\beta$。

以上条件,完整构建了对称风险规避的第一价格密封拍卖模型。拍卖中的两个投标者具有相同的用风险规避修正绝对系数表示的风险态度。下面的定理分析了对称风险规避下风险规避均为强与均为弱的投标者投标策略差异。

定理3:若效用函数满足引理1的假设,则对于所有$v\in(\beta,\alpha]$,有$B_s(v)>B_w(v)$成立(限于篇幅,证明方法从略,感兴趣的读者可联系笔者)。

需要注意:对于$v=\alpha$,定理3同样成立,即$\mu_s>\mu_w$成立。于是,进一步的,有以下推论。

推论3:若效用函数满足引理1的假设,则对于所有$b\in(\beta,\mu_w)$,有$y_s(b)<y_w(b)$成立。

由定理3及其推论可以知道,虽然投标者对称的风险规避结构导致了投标策略的对称性,但是在不同风险规避度的对称情形下,投标者的投标策略有所差异:两投标者均为强风险规避时的均衡出价比均为弱风险规避时的出价要积极。这是因为,风险规避度强的情形较之风险规避度弱的情形投标者更为害怕失去标的物,因此愿意提高出价以确保获胜,并且,这种动因促使投标者提高了出价上限。

以上的定理2和3分别对非对称情形和对称情形下的投标者均衡投标策略进行了分析,接着对投标者在非对称风险规避与对称风险规避两种情形下的均衡投标策略差异进行比较研究。为此,有必要先对投标者价值为β及其邻域时的相关性质进行研究。

由于$F(\beta)=0$和$U(0)=0$,所以不能将β直接带入微分方程组进行求解。采用极限的方法,令

$$e(v) = \frac{(v-\beta)f(v)}{F(v)}$$

由于$F(\beta)=0$,并结合L'Hospital法则,有

$$\begin{cases} e(\beta) = \lim\limits_{v\to\beta^+}\dfrac{(v-\beta)f(v)}{F(v)} = 1 \\ e'(\beta) = \dfrac{f'(\beta)}{2f(\beta)} \end{cases} \tag{5}$$

带入式(3),重新整理

$$\begin{cases} e(\varphi_w)\cdot\varphi_w' = (\varphi_w-\beta)\cdot\dfrac{U'_s(\varphi_s-b)}{U_s(\varphi_s-b)} \\ e(\varphi_s)\cdot\varphi_s' = (\varphi_s-\beta)\cdot\dfrac{U'_w(\varphi_w-b)}{U_w(\varphi_w-b)} \end{cases} \tag{6}$$

以上设定,为以下引理的得出提供了技术准备。

引理5:存在$\delta>\beta$使得对所有$b\in(\beta,\delta]$,有$\varphi_s(b)<y_s(b)<y_w(b)<\varphi_w(b)$成立。

定理4:若效用函数满足引理1假设,则有(1)$\varphi_s(b)<y_w(b)$,对所有$b\in(\beta,b^*)$成立;(2)$y_s(b)<\varphi_w(b)$,对所有$b\in(\beta,\mu_s)$成立。

证明:先看(i),假设$\exists b^1\in(\beta,b^*)$,使得$\varphi_s(b^1)/y_w(b^1)$成立。

若$b^1\geqslant\mu_w$,则$\varphi_s(b^1)=y_w(b^1)=\alpha$,这与$\varphi_s(b^1)<\alpha$矛盾。故假设$b^1<\mu_w$。根据定理2,可以得到$y_w(b^1)=\varphi_s(b^1)<\varphi_w(b^1)$,结合引理4、式(3)和(4),有

$$\frac{f(y_w(b^1))}{F(y_w(b^1))}\cdot y_w'(b^1)=\frac{U_w'(y_w(b^1)-b^1)}{U_w(y_w(b^1)-b^1)}>\frac{U_w'(\varphi_w(b^1)-b^1)}{U_w(\varphi_w(b^1)-b^1)}=\frac{f(\varphi_s(b^1))}{F(\varphi_s(b^1))}\cdot\varphi_s'(b^1)$$

从而

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}b}\frac{F(y_w(b))}{F(\varphi_s(b))}\bigg|_{b=b^1}=\left[\frac{f(y_w(b^1))}{F(y_w(b^1))}\cdot y_w'(b^1)-\frac{f(\varphi_s(b^1))}{F(\varphi_s(b^1))}\cdot\varphi_s'(b^1)\right]\times\frac{F(y_w(b^1))}{F(\varphi_s(b^1))}>0$$

所以 $\exists\delta>0$,使得 $y_w(b)<\varphi_s(b)$ 对所有 $b\in(b^1-\delta,b^1)$ 成立,其中 δ 为使其成立的最大值。

若 $b^1-\delta>\beta$,有 $y_w(b^1-\delta)=\varphi_s(b^1-\delta)$,从而满足 $\varphi_s(b^1-\delta)/y_s(b^1-\delta)=1$。重复上述推导过程,容易得到 $y_w(b)>\varphi_s(b)$ 在 $b^1-\delta$ 的右邻域内成立。这与上面"$\exists\delta>0$,使得 $y_w(b)<\varphi_s(b)$ 对所有 $b\in(b^1-\delta,b^1)$ 成立"矛盾。

所以假设 $b^1-\delta=\beta$,即 $y_w(b)<\varphi_s(b)$ 对所有 $b\in(\beta,b^1)$ 成立。这与引理 5 矛盾。

综上,不存在 $b^1\in(\beta,\mu_w)$ 使得 $\varphi_s(b^1)/y_s(b^1)$ 成立。再根据引理5,可以得到 $\varphi_s(b)<y_w(b)$ 对所有 $b\in(\beta,b^*)$ 成立,定理4(1) 得证。同理,可以证得定理4(2) 成立。证毕

在该定理中,定理4(1) 说明了在非对称模型中风险规避度强的投标者比弱风险规避对称情形下的投标者的出价更加激进。定理4(2) 表明了在非对称模型中风险规避度弱的投标者比强风险规避对称情形下的投标者的出价策略更加保守。这两部分从另一方面理解就是说,投标者的出价策略随着其风险规避程度的减小而倾向保守,随着其风险规避度的提高而变得更加激进。因为,假设拍卖者是非对称结构中的强风险规避者,当他的风险规避度减小到与另一个投标者相等的弱风险规避水平,则其反投标策略函数从 $\varphi_s(b)$ 变为了 $y_w(b)$,而由于 $\varphi_s(b)<y_w(b)$,故投标者的出价策略倾向保守。相反,若其为弱风险规避者,当他的风险规避度提高到强风险规避水平,其反投标策略函数从 $\varphi_w(b)$ 变为 $y_s(b)$,由于 $y_s(b)<\varphi_w(b)$,故投标者的出价策略变得更为激进。

推论4(区间上限):$\mu_w\leqslant b^*\leqslant\mu_s$,并且至少有一侧可以去掉等号。其中 $\mu_i(i\in\{s,w\})$ 为对称情形投标策略上限,b^* 为非对称情形投标策略上限。

证明:若 $b^*<\mu_w$,则 $\varphi_s(b^*)>y_w(b^*)$,故在 b^* 的左邻域内有 $\varphi_s(b)>y_w(b)$ 成立,而根据定理4 的(1)知,在 b^* 的左邻域内有 $\varphi_s(b)<y_w(b)$,矛盾。

同理,可以证得 $b^*>\mu_s$ 不成立。所以有 $\mu_w\leqslant b^*\leqslant\mu_s$。而由定理3 得 $\mu_s>\mu_w$,所以至少有一侧可以去掉等号。证毕。

这说明了投标者非对称风险规避度情形下的投标策略上限介于弱对称风险规避与强对称风险规避情形下的投标策略上限之间。

对于 $\varphi_i(b)$ 与 $y_i(b)(i\in\{s,w\})$ 的关系,则不存在确定性的大小关系。根据式(3)、(4) 以及引理5、推论4 和零点存在定理可以得出,在一段区间内可能有 $\varphi_i(b)>y_i(b)$,而在另一段区间内则可能会有 $\varphi_i(b)<y_i(b)$。所以,$\exists b^1\in(b_*,b^*)$,使得 $\varphi_i(b^1)=y_i(b^1)$ 成立。也就是说,$\exists v^1(\beta,\alpha)$,使得 $b_i(v^1)=B_i(v^1)$ 成立。

四、拍卖效率分析

如果拍卖中标的物由保留价值最高者获得,则拍卖是有效率的,即资源配置达到了帕累托最优状态。在经典拍卖模型中,由于分布函数和风险偏好对称,据此得出的投标策略函数也是对称的,所以标的物由保留价值最高者获得,从而拍卖是有效率的。但是若放松这些假设,标的物不一定由保留价值最高者获得,拍卖就不再有效率。

Maskin 和 Riley 放松了分布函数对称的假设,在投标者分布函数不对称的情况下,得出了价值分布函数一阶占优的投标者的出价更趋于保守。这可能导致了拍卖的非效率性。Hafalir 和 Krishna 通过引入拍后转售,证明了考虑转售可能的分布函数非对称拍卖的效率性,即通过转售可以解决由分布函数非对称所导致的效率损失。

基于本文前面的分析,接下来研究投标者风险偏好非对称时的拍卖效率问题。Maréchal 和 Morand 基于

常数相对风险厌恶(CRRA)效用函数及分布函数为均匀分布的前提讨论了投标者风险规避度非对称时的拍卖非效率可能性。而基于一般性假设前提下的研究却没有。对于一级价格拍卖,根据推论 2 的结论,可以给出以下定理。

定理 5:投标者风险规避度非对称的第一价格密封拍卖可能导致拍卖的非效率性,即资源配置不能达到帕累托最优状态。

证明:如果 $v_s \geqslant v_w$,根据推论 2,有 $b_s(v) > b_w(v)$,所以 $b_s(v_s) > b_w(v_s) \geqslant b_w(v_w)$ 成立。由于标的物由出价最高者(这里是强风险规避度的投标者)获得,而此时保留价值最高者也为强风险规避度的投标者,故拍卖是有效率的。

由 $b_s(v) > b_w(v)$,可得 $b_s(v_s) > b_w(v_s)$。故存在 v^1 使得 $b_w(v_s) < b_w(v^1) < b_s(v_s)$ 成立。由于 $b_w(v)$ 严格单调递增,显然由上面不等式有 $v^1 > v_s$。令 $v_w = v^1$,所以 $v_w > v_s$。

由于 $b_w(v_w) < b_s(v_s)$,标的物由强风险规避度的投标者获得,但此时由于 $v_w > v_s$,弱风险规避度的投标者是保留价值最高者,故拍卖出现了非效率性。证毕。

容易看出,在标的物被风险规避度弱的投标者获得时,不会存在拍卖非效率性可能,拍卖非效率性只可能存在于风险规避度强的投标者获得标的物时。因为强风险规避度的投标者在相同价值下出价更为积极,所以即使其保留价值没有弱风险规避度的投标者高,其出价也可能高于弱风险规避度的投标者的出价。同时,由于两投标者的风险规避程度为共同知识,若他们的出价相同,那么将标的物分配给弱风险规避度的投标者是一个帕累托改进,将会使拍卖具有效率。而在一般情况下,拍后转售可以很好地解决拍卖效率问题。

五、结束语

本文构建了考虑投标者风险规避度的第一价格密封拍卖模型。在第一价格密封拍卖中,运用比较分析的方法,首先分别研究了非对称和对称风险规避度情形下的出价策略,然后借助于讨论边界值及其邻域内投标策略的性质,对比研究了非对称风险规避度与对称风险规避度两种情形下出价策略的差异。在此基础上,对拍卖效率进行分析。具体得到以下结论。

其一,在第一价格密封拍卖中,投标者非对称的风险规避度导致了非对称投标策略,且风险规避度强的投标者出价策略更为激进(定理 2)。对称的风险规避度下投标者的投标策略也是对称的,且强风险规避度情形下的投标策略高于弱风险规避度情形下(定理 3)。同时,非对称情形下强风险规避程度的投标者比对称情形下弱风险规避的投标者的出价更加激进,而非对称情形下弱风险规避程度的投标者比对称情形下强风险规避的投标者的出价策略更加保守(定理 4)。

其二,基于投标策略的分析,发现拍卖的非效率性只可能存在于投标者风险规避非对称的第一价格密封拍卖中。由非对称风险规避度所导致的非对称投标策略可能会造成拍卖效率的损失,且只有在强风险规避度投标者获得标的物时存在损失可能性(定理 5)。

下面对未来研究方向进行讨论。主要考虑通过放松前提假设提出研究建议。本文的模型假设拍卖中只有两个投标者,未来的研究可以考虑投标者多于两个的模型,分析其结论是否会发生改变。由于本文基于独立私人价值模型,也可以考虑在共同价值框架下进行研究。还可以将分析拓展到其他类型拍卖中去,或者基于投标者非对称风险规避度的前提,设计出最优的拍卖机制。此外,也可以研究考虑转售可能的非对称风险规避度模型。

在投标者风险偏好非对称的第二价格密封拍卖模型中,可以证明存在对称贝叶斯 — 纳什均衡投标策略且与风险偏好无关,均为其保留价值,即 $b_i(v) = v$。此时,拍卖总是有效率的。在此基础上,可以讨论第一和第二价格密封拍卖中的拍卖者期望收益的差异。

参考文献:

[1] VICKREY W. Counterspeculation, auctions and competitive sealed tenders[J]. Journal of finance, 1961, 16(1): 8 – 37.

[2] MYERSON R B. Optimal auction design[J]. Mathematics of Operations Research, 1981, 6(1): 58 – 73.

[3] RILEY J G, SAMUELSON W F. Optimal auctions[J]. American Economic Review, 1981, 71(3): 381 - 392.
[4] PRATT J. Risk aversion in the small and in the large[J]. Econometrica, 1964, 32(1/2): 122 - 136.
[5] MILGROM P R. Putting auction theory to work[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 50.
[6] MASKIN E, RILEY J. Uniqueness of equilibrium in sealed high-bid auctions[J]. Games and Economic Behavior, 2003, 45(2): 395 - 409.
[7] MATTHEWS S. Selling to risk averse buyers with unobservable tastes[J]. Journal of Economic Theory, 1983, 30(2): 370 - 400.
[8] MATTHEWS S. Comparing auctions for risk averse buyers: A buyer's point of view[J]. Econometrica, 1987, 55(3): 633 - 646.
[9] MASKIN E, RILEY J. Optimal auctions with risk averse buyers[J]. Econometrica, 1984, 52(6): 1473 - 1518.
[10] BAJARI P, HORTACSU A. Are structural estimates of auction models reasonable? Evidence from experimental data[J]. Journal of Political Economy, 2005, 113(4): 703 - 741.
[11] COX J, SMITH V, WALKER J. Experimental development of sealed-bid auction theory: Calibrating controls for risk aversion[J]. American Economic Review, 1985, 75(2): 160 - 165.
[12] GOEREE J, HOLT C, PALFREY T. Quantal response equilibrium and overbidding in private value auctions[J]. Journal of Economic Theory, 2002, 104 (1): 247 - 272.
[13] ATHEY S, LEVIN J. Information and competition in US forest service timber auctions[J]. Journal of Political Economy, 2001, 109(2): 375 - 417.
[14] CAMPO S. Risk aversion and asymmetry in procurement auctions: Identification, estimation and application to construction procurements[D]. Chapel Hill, USA: University of North Carolina at Chapel Hill, 2009.
[15] CAMPO S, GUERRE E, PERRIGNE I, VUONG Q. Semiparametric estimation of first-price auctions with risk-averse bidders[J]. Review of Economic Studies, 2011, 78(1): 112 - 147.
[16] CAMPO S. risk aversion and asymmetry in procurement auctions: Identification, estimation and application to construction procurements[J]. Journal of Econometrics, 2012, 168(1): 96 - 107.
[17] GUERRE E, PERRIGNE I, VUONG Q. Optimal nonparametric estimation of first-price auctions[J]. Econometrica, 2000, 68(3): 525 - 574.
[18] MASKIN E, RILEY J. Asymmetric auctions[J]. Review of Economic studies, 2000, 67(3): 413 - 438.
[19] MASKIN E, RILEY J. Equilibrium in sealed high bid auctions[J]. Review of Economic Studies, 2000, 67(3): 439 - 454.
[20] HARRIS M, TOWNSEND R M. Resource allocation under asymmetric information[J]. Econometrica, 1981, 49(1): 33 - 64.
[21] GUERRE E, PERRIGNE I, VUONG Q. Nonparametric identification of risk aversion in first-price auctions under exclusion restrictions[J]. Econometrica, 2009, 77(4): 1193 - 1227.

Considering asymmetric risk preferences of the first-price auction

WANG Chunbao, CHEN Xun

(*School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China*)

Abstract: This paper studies first-price auction with asymmetric risk preferences firstly in a model with independent private values. Based on the independent identically distributed (IID) hypothesis, we analyze two kinds of situations, the strong and weak risk aversion, and find that: 1) A first-price auction with asymmetric risk preferences has a monotonic equilibrium and the strong bidder bids more aggressively than the weak bidder. 2) With symmetric risk preferences, the first-price auction has a symmetric equilibrium and bidders bid more aggressively when their risk aversion are strong. 3) In the first-price auction with symmetric and asymmetric risk preferences, we sort the strong bidders' and the weak bidders' bidding strategies. 4) A first-price auction with asymmetric risk preferences may preclude allocative efficiency while the auction with symmetric risk preferences allocates efficiently.

Key words: first-price auction; asymmetric risk preferences; allocative efficiency

(责任编辑　傅旭东)