

（综述）

## 关于河流水质模型问题

魏亚东

**摘要** 本文介绍了当前水质模型在国内外的的发展状况, 论述了水质模型的建立方法与过程, 以及水质模型方程的基本形式。这对于推动建立河流水质模型是有益的。

**关键词** 紊动扩散, 纵向弥散, 水质模型, 溶解氧, 生化耗氧量

### 引言

随着生产的发展, 人民生活的不不断提高, 污染源和污水量都迅速增加, 水体已逐渐受到污染并危及到水的利用。因此现在研究水的利用问题时只考虑水量是不够的, 还必须分析和预测自然水体中的水质状况。这就提出了水质模型问题。所谓水质模型主要是水质的数学模型, 即是用数学方程来研究污染物质在水环境中的输移和转化规律, 预测污染对环境的影响。水质模型是近十几年才发展起来的, 现在已充分显示了它的生命力, 因为通过水质模型可以达到以下目的:

- 1) 预测河流的污染状况, 为规划与控制水污染和评价水质提供数据;
- 2) 通过对河流污染特性及水环境容量的研究, 可以对城镇污水处理的数量、布置及处理的深度等决策提供科学依据。以达到花最小的代价来保持水体和生物所需要的水环境。
- 3) 水质监测资料的校核与外延。

根据国外的经验对城镇污水的处理并不是越纯越好, 因为这样需要花费大量资金而又不能维持水环境的生态平衡。

### 1 污染场在河流中的混合过程

为了建立水质模型就必须了解污染物在水体中的混合过程。一般情况下, 排入河流的城镇污水中的污染物主要是溶解状态和胶体状态的。对于这类物质所形成的微小水团, 它们的动力学特性与河流中水的质点的特性是完全相同的。因此可以把流体力学中流体质点的运动规律运用于污染物的混合过程。在这一过程中, 按照污染物排入河流后与水体的混合状态,

可以分为三个阶段。

第一阶段：是从排出口或释放点到污染物在水深方向充分混合，称为竖向混合阶段。这个阶段的特点是：排出水与河水之间因河水流速分布和紊流作用的质量交换；因排出水与河水之间的温度差而产生的热量交换；由温度差而形成的排出水与河水之间的密度差，即浮力作用；若排出水为射流时还与河水之间产生动量交换。

第二阶段：是从竖向充分混合算起到河流横向开始充分混合为止。天然河流的河床都是宽而浅的。因此横向混合所需要的长度比竖向混合所需要的长得多。河流越宽所需要的距离就越大。

第三阶段：是横断面上开始充分混合以后的区域。在这个阶段中，任一断面上各点水质的浓度偏差远比各断面间的断面平均浓度偏差小。因此，一般只须考虑断面平均浓度沿河流纵向的变化情况就可以了。

由于河流中存在着与不同混合阶段相应的混合特点，因此需要采用不同的水质模型。

河流中的污染物质所以存在上述的混合现象。是由于水体的不同迁移过程所造成。它们在河流中的迁移总起来说可分为两类，即平流和非平流。平流是由于水流的平移作用所形成；平流过程中，各层水流都以相同的顺序通过，相互间不发生任何混合和干扰，或者说河流横断面上各点流速处处相等。非平流运动则是存在着质点和水流之间的相互混合的两种作用，即扩散作用和弥散作用。扩散和弥散是关于混合过程的两个重要概念。

扩散是指由于流体中分子或质点的随机运动所产生的分散现象，包括分子扩散和紊流扩散。分子扩散是分子的布朗运动所产生的分散现象。分子扩散服从裴克定律。紊流扩散是由于紊流流场中各变量之值的随机脉动而产生的分散现象。紊流扩散根据Taylor提出的质点连续运动扩散理论也可用裴克公式来表示，只是扩散系数不同，分子扩散系数远比紊流扩散系数小。所以一般河流中污染物的分子扩散作用可以忽略不计。

弥散是由于断面上流速分布不均而产生的分散现象。就是说由于断面上流速分布不均，当用断面平均值来代表实际的流速时，断面上各点的时均流速和断面平均流速之间就有差异，这种差异就会使随流运动的物质沿流动方向出现分散，我们把这种分散称为纵向弥散。它也可以用裴克公式来表示。

## 2 水质模型的发展过程及其分类

### 2.1 水质模型的发展过程

自1925年Streeter和Phelps第一次建立水质模型以来至今已有60多年的历史，这60多年来水质模型的发展可分为四个阶段：

第一阶段：从1925年到1965年，这一阶段的模型比较简单，只考虑了生物化学需氧量及溶解氧含量的双线性系统模型，采用一维方法计算河流及河口问题。

第二阶段：从1965年到1970年，随着计算机的出现和应用以及对生物化学耗氧过程认识的深入，模型发展为六个线性系统，计算的方法从一维进到二维，计算的问题除河流、河口外还开始计算湖泊及海湾。

第三阶段：从1970年到1975年，模型为相互作用的非线性系统，包括营养物质磷及氮的循环系统，浮游动物及藻类植物系统，以及生物生产量同这些营养物质、阳光、温度的关

系、浮游植物与浮游动物生长率之间的关系。这些相互之间的关系都是非线性的，只能用数值法求解。

第四阶段：为多种相互作用的系统，即除了第三阶段中的食物链问题外，还包括与有毒物质的相互作用。因此模型中状态参数的数量已大大增加。在空间尺度上已发展到三维。

目前环境污染问题已发展到将地面水、地下水及大气污染结合在一起考虑，建立综合模型的阶段。

## 2.2 水质模型的分类

水质数学模型可以从不同角度来进行分类。一般可以从以下几个方面来分。

1) 按解的特点，可分为确定性与随机性模型。确定性模型是指在给定的输入条件下，其解为一确定值，这类模型应用较广；随机模型是指输入的参数本身是随机的，因而其解也不具唯一性。

2) 按模拟过程的时间分布，可分为稳态模型和动态模型。稳态模型是描述不随时间而变化的稳定过程；动态模型是描述随时间而变化的动态过程。

3) 按模拟过程的空间分布特性可分为一维模型和多维模型。一维模型只描述水质要素沿某一方向的变化，对其它方向的变化加以忽略，只有当水质参数的纵向梯度起决定性作用时才按一维来考虑；多维模型是指水质参数与几个方向有关，如二维和三维模型。

4) 按污染物的输移性质可分为移流模型和对流扩散模型。移流模型只考虑移流输送而不考虑扩散；对流扩散模型则既考虑移流作用又考虑扩散作用。当然移流和扩散这两种现象在自然环境中都起作用，因此移流模型只是在某种条件下将扩散作用加以忽略而已。

5) 按反应动力学性质来划分可分为

(1) 保守物质模型：不随时间而衰减的物质称为“保守物质”。许多可溶性材料属于保守物质，其中最普遍的是在水体中积累的盐。这种模型只考虑输移不考虑降解和转化。

(2) 非保守物质模型：随时间而衰减的物质称为非保守物质。这种模型不但要考虑输移作用还要考虑化学、生化降解作用。

(3) 纯反应模型：只发生化学及生物化学的反应。

(4) 生态模型：系统中水的动力特性对生物现象在空间上的动力学变化有很大影响。因此，一个综合性的生态模型不仅要描述生物过程，还要描述水的输移现象及其水质要素的变化。

## 3 水质模型的建立方法与过程

水质模型一般都是许多现象的综合，涉及到多种学科，如水力学、水生物学、水化学、水文学等等，因此建立水质模型时需要这些学科的学者协同工作。此外，建立水质模型的最终目的是要预估和控制水体的污染，有必要要求环境和市政管理部门提出需要解决的问题，根据生产和人民生活的要求来建立水质模型。其方法为：

首先弄清研究系统中的各种现象的发生过程和相互关系，收集有关污染源类型、排出口的位置及排出量、收集有关河段的地形、地质、水文、水质等资料；

其次确定流体的输移率及各种动力学（生物及化学）的转换率。

根据以上资料应用质量、动量、能量守恒等基本原理解系统的控制方程。并求解系统

的方程组。水质模型的建立过程如图1所示:

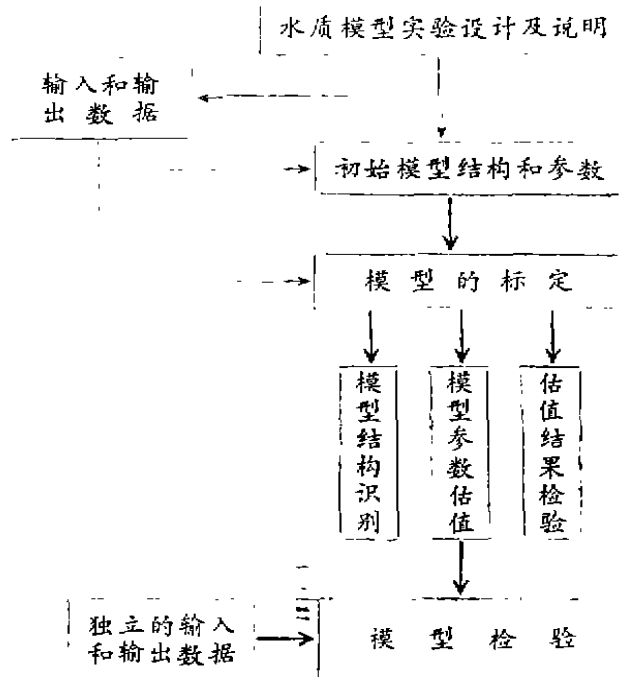


图1 建立河流水质模型的过程

## 4 水质模型的基本方程

### 4.1 污染物质的一般扩散方程

水质模型方程与扩散方程密切相关,而扩散方程有一维、二维、三维,就扩散形式而论有分子扩散、对流扩散、紊流扩散等,这里所说的一般扩散方程是指三维的而且包括所有的扩散形式。由质量平衡原理得到

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_x \frac{\partial c}{\partial x} + u_y \frac{\partial c}{\partial y} + u_z \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( E_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( E_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( E_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) + D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

式中  $c$  代表空间任意点上的时间平均浓度;

$u_x$ 、 $u_y$ 、 $u_z$  分别表示任意点上沿纵向、横向和竖向的时间平均流速,  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$  为沿纵向、横向和竖向的紊动扩散系数,  $D$  为分子扩散系数。

在天然河流中由于宽深比一般较大,污染物竖向混合一般比较均匀,可用二维方程分析其扩散过程,若河道均匀顺直,横向流速和分子扩散均可以忽略。则上式变为

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u_x \frac{\partial c}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad (2)$$

方程(2)在污染物为瞬时点源排入无限宽边界条件其解析解为

$$C(x, y, t) = \frac{M}{4\pi t \sqrt{E_x E_y}} \exp \left[ -\frac{(x-u_x t)^2}{4E_x t} - \frac{y^2}{4E_y t} \right] \quad (3)$$

式中  $M$  为瞬时点源的质量强度，量纲为  $[ML^{-1}]$ 。

方程 (2) 在同样边界中连续点源条件下的解为

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi \sqrt{E_x E_y}} \int_0^t \frac{1}{t-\tau} \exp \left\{ -\frac{[x-u_x(t-\tau)]^2}{4E_x(t-\tau)} - \frac{y^2}{4E_y(t-\tau)} \right\} d\tau \quad (4)$$

式中  $Q$  为连续点源的质量强度，量纲为  $[ML^{-1}T^{-1}]$ 。

上述的扩散方程的解与水动力学方程是不耦合的，应先解水动力学方程求出流速场再解扩散方程求出污染物的浓度分布。

以上 (1)、(2) 两式中的流速均是质点流速，因此方程式中不反应弥散问题，但是在解决实际问题时往往用断面平均流速  $v$  来代替点流速  $u$ ，这时弥散系数要考虑，当水流只沿纵向流动并认为污染物沿竖向和横向都均匀化，则得到一维非恒定的移流弥散方程

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + v \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (D_L + E_x) \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right] \quad (5)$$

式中  $\bar{c}$  断面平均浓度； $v$  断面平均流速；

$D_L$  纵向弥散系数。

如果扩散系数沿流程为常数，则上式变为

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + v \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = (D_L + E_x) \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad (6)$$

(5)、(6) 两式适用于河道宽度比深度大很多的匀直河段，此时扩散系数可认为是常数。

根据实测资料进行计算得出在有弥散现象的河流中  $D_L \gg E_x$ ，若  $E_x$  为  $10^{-2} \sim 1$  的数量级，而  $D_L$  则为  $10^1 \sim 10^3$  数量级，因此两者相比可以忽略紊流扩散系数  $E_x$ 。在实用上有时把系数  $D_L$  和  $E_x$  综合在一起，令  $M = D_L + E_x$ ，称为综合扩散系数，当  $M$  沿程不变时则 (6) 式为

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + v \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = M \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad (7)$$

如果污染物在断面上的平均浓度不随时间变化，即在稳态情况下则 (7) 式变为

$$v \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = M \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} \quad (8)$$

#### 4.2 河流水质模型的一般方程

河流水质模型一般按一维输送，由污染物的扩散规律，再考虑到由物理、化学和生化作用引起的降解以及物质沿流程增生与输入等，就构成水质模型方程，其一般表达式为

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + v \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + S \quad (9)$$

式中 $\bar{c}$ 为某种物质的断面平均浓度。这种物质可以是溶解氧(DO)，称为DO模型。因为水中溶解氧含量的多少是反映水体污染程度的一个重要指标。无论耗氧有机物进入水体引起的有机物污染，还是磷、氮等营养物质进入水体引起的富营养化，都会使水中的DO浓度下降从而使水体变质。

S是水中某种物质(如DO)的源和汇的总和，即水质方程中除水流的移流和扩散对污染物质的影响外，其它未计入项均包括在S之中。如为DO模型则S中应计入大气复氧、生化耗氧、碳化BOD耗氧、硝化BOD耗氧、群落光合作用产氧、底泥耗氧、生物呼吸耗氧等等。由于S中所计入的项目不同其模型就不同。

#### 4.3 BOD—DO耦合模型

Streeter—Phelps由稳定状态下—维均匀河流水质模型的一般方程式，即(9)式去掉 $\frac{\partial c}{\partial t}$

项，再根据上面这两个假定而得到BOD(生化耗氧量)—DO水质模型。两个假定为

(1) 方程中的源和汇S，只考虑好气微生物参加的BOD衰减反应，并且认为这种反应符合一级反应动力学。 $S = -K_1 B$ 。

(2) 对河流中溶解氧而言，认为耗氧的原因只是BOD反应引起的，BOD的反应速率与水中溶解氧的衰减率相同。还认为水中溶解氧的复氧速率与水中的氧亏量 $D = O_s - O$ 成正比。

基于上述两项假定，—维稳态河流水质模型可以用BOD和DO两组方程来表达

$$\left. \begin{aligned} v \frac{\partial B}{\partial x} &= D_L \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - K_1 B \\ v \frac{\partial O}{\partial x} &= D_L \frac{\partial^2 O}{\partial x^2} - K_1 B + K_2 (O_s - O) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中，B、O分别为水中BOD和DO浓度，量纲为 $[ML^{-3}]$ ； $K_1$ 、 $K_2$ 分别为耗氧与复氧系数，量纲为 $[T^{-1}]$ ； $O_s$ 为水中饱和溶解氧浓度，量纲为 $[ML^{-3}]$ 。

一般将(10)式称为Streeter—Phelps模型，简称S-P模型。

由S-P模型可以推求水体起始浓度为 $B_0$ 和 $O_0$ 时，沿水流方向不同位置的溶解氧浓度值，以及最低溶解氧的浓度值和位置。

S-P模型由于包含的因素较少，计算简便，但由于方程中两项假设不完全符合实际，因而计算的结果不十分令人满意。所以许多研究者提出了各种修正和补充。

#### 4.4 S-P模型的各种修正式

##### 4.4.1 Debbins-Camp修正式

为了考虑沉淀、絮凝、冲刷和再悬浮等过程，Thomas在稳态的S-P模型的BOD方程中引入一个沉浮系数 $K_3$ ，Debbins和Camp在此基础上考虑了河流底泥耗氧(或沿程地表径流)与藻类光合作用增氧的影响，在方程中各增加一个常数项。并忽略扩散及弥散的影响，则方程为

$$\left. \begin{aligned} v \frac{\partial B}{\partial x} &= -(K_1 + K_3)B + R \\ v \frac{\partial O}{\partial x} &= -K_1 B + K_2 (O_s - O) - P \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中,  $K_3$  为沉浮系数,  $[T^{-1}]$ ,  $K_3$  反应了悬浮的污染物与水体的混合和静止状态的关系。 $K_3$  的正值表示河流中悬浮物的沉淀, 负值表示与沉淀效应相反的冲刷作用;  $R$  代表地表逡流或底泥中有机物质重新悬浮所增加的  $BOD$  速率,  $[ML^{-3}T^{-1}]$ ;  $P$  表示由光合作用、藻类呼吸和地表逡流或底泥有机物所引起的溶解氧变化速率,  $[ML^{-3}T^{-1}]$ 。

#### 4.4.2 O'Connor修正式

O'Connor假定总  $BOD$  是碳化  $BOD$  和硝化  $BOD$  两部份之和, 即  $B = B_C + B_N$ , 则 Thomas 修正式变为:

$$\begin{aligned} v \frac{\partial B_C}{\partial x} &= -(K_1 - K_3) B_C \\ v \frac{\partial B_N}{\partial x} &= -K_N B_N \\ v \frac{\partial O}{\partial x} &= -K_1 B_C - K_N B_N + K_2 (O_s - O) \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $B_C$  为碳化  $BOD$ ,  $[ML^{-3}]$ ;  $B_N$  为硝化  $BOD$ ,  $[ML^{-3}]$ ;  $K_N$  为硝化  $BOD$  的耗氧系数,  $[T^{-1}]$ 。

以上各式可以在一定的边界条件和起始条件下求得解析解。如当起始条件,  $x = 0$  时,  $B(0) = B_0$ ,  $O(0) = O_0$ , 则 (11) 式的解为

$$\begin{aligned} B_x &= B_0 f_1 + \frac{R}{K_1 + K_3} (1 - f_1) \\ D_x &= D_0 f_2 + \frac{K_1}{K_2 - (K_1 + K_3)} \left( B_0 - \frac{R}{K_1 + K_3} \right) (f_1 - f_2) \\ &+ \left[ \frac{P}{K_2} + \frac{K_1 R}{K_2 (K_1 + K_3)} \right] (1 - f_2) \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $P_x$  为  $x$  处的氧亏值

$$f_1 = \exp\left[-(K_1 + K_3) \frac{x}{v}\right]$$

$$f_2 = \exp\left(-K_2 \frac{x}{v}\right)$$

如果计算河段较长可以分段进行计算, 这时将第一段末端计算出的  $B_x$  和  $D_x$  作为第二段起始端的  $B_0$  和  $D_0$ , 依次可得全河流各断面的  $BOD$  和  $DO$  的亏值。还可以根据规定的最大容许氧亏来计算河流最大允许排污量。

## 5 结束语

水质模型问题是个新问题, 在国外也是近十几年才发展起来的, 但发展速度很快, 目前已发展到综合水质模型阶段, 如美国的 RMA-12 水质模型可模拟 15 种物质。在国内是最近几年才引入, 已在部份河流开始应用。水质模型的应用关键在于正确确定模型中的各个参数, 而参数又是因河流而异的。为此, 建议由环境、水利、市政等部门统一进行规划, 将我国主要河流重要河段的模型参数进行标定, 这些参数主要是, 扩散和弥散系数、耗氧与复氧系数、沉

浮系数等。并统一规划建立各主要河流或河段的水质模型，从而正确的确定各重要城镇的排污量、污水处理的规模和深度，达到既保持较好的水环境又节省费用之目的。此外，在模型的建立上应由简单到复杂，目前应建立标志水质主要指标的模型。

#### 参 考 文 献

- [1] A. Jamel, Mathematical Models In Water Pollution Control
- [2] 水污染控制系统规律, 清华大学环境工程系
- [3] H.G. 斯蒂芬: 水环境分析与水质模拟, 清华大学水利系
- [4] 赵文谦: 《环境水力学》, 成都科技大学出版社

(编辑: 刘家凯)

## ON THE RIVER WATER QUALITY MODEL

Wei Yadong

**ABSTRACT** This paper presents the development of water quality model at home and abroad and built up methods and course of water quality model as well as the fundamental form of its equation. The above built up water quality model of river is beneficial to spreading.

**KEY WORDS** turbulent diffusion, longitudinal dispersion, water quality model, dissolved oxygen, biogenic oxygen dissipation

## 《工程力学》杂志由广西迁京办刊欢迎订阅

《工程力学》杂志已经国家科委(88)第726号文件批准, 由中国力学学会主办, 科学出版社出版, 国内外公开发售, 由广西迁京办刊。现已在京注册, 国内统一刊号: CN11-2595

《工程力学》仍以应用为主, 为工程建设服务。主要刊登: 力学在建筑、土木、交通、铁路、冶金、水电、石化、矿业、机电、造船、地质、通讯、航空、航天和商业工程中的应用和理论, 设计方法, 电脑应用, 工程实例, 试验技术, 施工技术, 国内外最新科技信息和动态, 专题综述和研究简报。读者对象主要为设计、科研、工矿企业和施工单位的工程力学工作者、结构工程师和有关科技工作者, 高等院校有关师生和研究生。

1989年出版4期, 每期约22万字, 定价4.5元, 全年共18元。

**订阅地址:** 北京市阜成路11号西二楼《工程力学》编辑部。

**开户银行:** 北京阜成信用社, **帐号:** 07155, 欢迎订阅。

**主编:** 陈祥福, **副主编:** 秦荣、李家宝。

(华坦)