

水厂最优节能递阶控制

段文泽

(重庆建筑工程学院)

杨少林

(华南计算机公司研究所)

摘要 针对水厂中众多生产过程互相关联的难点,本文采用递阶控制结构,选择泵站等效效率作协调变量,提出一种新的协调算法,解决了这一复杂时延系统的最优控制问题。仿真结果说明,采用本文方案于水厂,能达到较大的节能效果。

关键词 节能,最优递阶控制,控制模型,控制决策,微分动态规划

1 问题的提出

风机水泵的耗电占工业用电的一半,占农业用电的89%,它们的节能控制受到普遍重视。目前,讨论供水管网与泵站控制的论文较多,我们在文[1,2]中解决了复杂管网的建模问题,文[3]解决了水网中用水量的分时地预报问题,文[10]解决了水网最优递阶控制问题,文[4,5]解决了泵站的最优控制问题。然而,至今为止的国内外文献^[9],往往忽略了水厂众多生产过程的相互关联,忽略了过程之间的最优协调,结果是,对介于水网与泵站两级之间的水厂研究很少。水厂过程控制主要分为两类:一是水质控制,二是水量控制,与节能有关的主要是后者。在这方面,现有文献往往采用清水池水位恒定的方案来实现取水泵站与送水泵站的解耦。但是,由于很大的容积滞后(沉砂池、混凝搅拌池、过滤池、清水池等),靠人工调度不能达到它们之间良好的协调,想维持清水池水位恒定非常困难,相反,它往往处于溢流状态,损失达5~20%^[6]。这里的容积滞后与水质处理过程相关联:源水水质差,水处理时间长,滞后就大。本文的研究将表明,以节能为目标对水网中各水厂分配负荷时,孤立地考虑水厂两个泵站的工作,或只考虑送水泵站的工作,是不能达到最优效果的。此外,清水池的贮水作用可用来实现用电负荷的调峰,在执行用电分时计价政策时,达到的社会效益与经济效益都是显著的。这一点,至今仍被忽视。

考虑到上述因素之后,优化供水系统运行的递阶结构应分为三级:水网级根据水网用水量的预报,优化各水厂送水泵站的运行工况点;水厂级根据水网下达指令,协调两个泵站的工作,决定取水泵站工况点;现场级控制器根据水厂下达工况,优化泵站中各泵的组合运行状

态, 决策过程中, 要反复迭代, 直至整个系统达到最优目标为止。

本文主要讨论水厂级的最优递阶控制。

2 不考虑滞后时水厂控制决策

管网是水厂的上一级, 它提供水厂运转指令, 即送水压头 $H(k)$ 和流量 $Q(k)$ 。水厂级最优决策的任务是在各采样时刻 k 合理的控制取水泵站出口流量 $u(k)$ 和清水池水位 $x(k)$, 使水厂既满足供水要求, 又达到最大效益。

2.1 水厂最优控制的递阶模型

水厂控制的优化模型可表达为:

$$\text{mod 1} \quad \min_{u, x} J = \sum_{k=0}^{N-1} \left[\frac{H_1(k) + au^2(k)}{102\eta_1(k)} u(k) + \frac{H(k) - x(k)}{102\eta_2(k)} Q(k) \right] v\beta(k)T \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad x(k+1) = x(k) + \frac{T}{S} u(k) - \frac{T}{S} Q(k) \quad (2)$$

$$\eta_1(k) = \frac{vH_1(k)u(k)}{102N_1(k)} \quad (3)$$

$$N_1(k) = \sum_{i=1}^{n_1} \delta_{1i} (c_{1i} S_{1i}^3 + d_{1i} Q_{1i} S_{1i}^2) \quad (4)$$

$$u(k) = \sum_{i=1}^m \delta_{1i} \sqrt{\frac{a_{1i} S_{1i}^2 - H_1(k)}{b_{1i}}} \quad (5)$$

$$\eta_2(k) = \frac{v[H(k) - x(k)]Q(k)}{102N_2(k)} \quad (6)$$

$$N_2(k) = \sum_{i=1}^{n_2} \delta_{2i} (c_{2i} S_{2i}^3 + d_{2i} Q_{2i} S_{2i}^2) \quad (7)$$

$$Q(k) = \sum_{i=1}^{n_2} \delta_{2i} \sqrt{\frac{a_{2i} S_{2i}^2 - [H(k) - x(k)]}{b_{2i}}} \quad (8)$$

$$\min x \leq x(k) \leq \max x \quad (9)$$

$$\min u \leq u(k) \leq \max u \quad (10)$$

$$\min S_1 \leq S_1(k) \leq \max S_1 \quad (11)$$

$$\min S_2 \leq S_2(k) \leq \max S_2 \quad (12)$$

$$x(0) = x(N) = \text{const} \quad (13)$$

其中: $H_1(k)$ 为取水静扬程, a 为常数, v 为水比重, $\eta_1(k)$ 、 $\eta_2(k)$ 为取水泵站与送水泵站的总效率, $\beta(k)$ 为电价函数, T 为采样周期, S 为清水池横截面积, $N_1(k)$ 、 $N_2(k)$ 分别为两个泵站消耗的功率, a_{1i} 、 b_{1i} 、 c_{1i} 、 d_{1i} 为取水泵站各泵特性参数, a_{2i} 、 b_{2i} 、 c_{2i} 、 d_{2i} 为送水泵站各泵特性参数, S_{1i} 、 S_{2i} 分别为各泵的相对转速, n_1 、 n_2 分别为两个泵站泵台数。

$$H_1(k) = H_0(k) + l(k) \quad (14)$$

其中, $H_0(k)$ 是出口水头, $l(k)$ 为水泵与源水水面之高差。

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & j \text{ 泵站第 } i \text{ 台泵投运,} \\ 0 & j \text{ 泵站第 } i \text{ 台泵不投运.} \end{cases}$$

约束条件中：(2)式表达了清水池运动方程；(4)、(7)式反映泵站功率特性；(5)、(8)式反映泵站流量特性^[4]；(9)式对清水池水位规定了高低限，可防止“溢池”或“抽干”；(10)式反映泵站供水能力受限制；(11)、(12)式对转速提出限制以防止落入失控区^[6]；(13)式反映了水池水位运行的周期性，若不作此限制，只考虑一天的优化，将导致水位逐渐下降，趋于下限，显然是不合理的。

mod 1 是一个相当复杂的优化问题。难点在于：1) 寻优变量 $u(k)$ 、 $x(k)$ 与 $\eta_1(k)$ 、 $\eta_2(k)$ 序列有关，而后的确定不仅与各泵站组合运行状态有关，且反过来又受 $u(k)$ 、 $x(k)$ 的影响；2) 效率 $\eta_1(k)$ 、 $\eta_2(k)$ 与 $u(k)$ 、 $x(k)$ 的函数关系很难用解析式来表达。解决这些困难的唯一出路是采用递阶控制结构，如图 1 所示。

构成递阶结构的一个关键问题是合理地选择协调变量。难点既然集中在 $\eta_1(k)$ 、 $\eta_2(k)$ 上面，选择它们作协调变量是很自然的事。事实上，在确定的 $\eta_1(k)$ 和 $\eta_2(k)$ 情况下，水厂协调级可在大为简化的条件下确定最优的 $u^*(k)$ 和 $x^*(k)$ 。如果水网级指定了 $H(k)$ 和 $Q(k)$ ，再测得 $l(k)$ ，则按文[4]的方法，能按泵站最优决策方案找出唯一的最大等效效率值 $\eta_1^*(k)$ 和 $\eta_2^*(k)$ 。方法的实质是把难点分散在两级，然后迭代寻优。若用一揽子解决方案，问题的求解几乎是不可能的

2.2 控制模型的等效变换

从图 1 可见，水厂协调级的模型是一个典型的按时间求解的离散优化问题，采用动态规划本是理想方案，但对于状态轨线起点 $x(0)$ 和终点 $x(N)$ 同时受约束的情况无法求解。对此，本文在目标函数中增加一个惩罚项 $R[x(N) - x(0)]^2$ (R 为一较大正数)，同时去掉约束式 $x(N) = x(0)$ ，于是协调级优化模型变为

$$\text{mod 2} \quad \min_{u, x} J' = R[x(N) - x(0)]^2 + J \tag{15}$$

$$\text{s.t.} \quad x(k+1) = x(k) + \frac{T}{S} u(k) - \frac{T}{S} Q(k) \tag{16}$$

$$\min x \leq x(k) \leq \max x \tag{17}$$

$$\min u \leq u(k) \leq \max u \tag{18}$$

$$x(0) = \text{const} \tag{19}$$

在此模型中还可将目标函数中的常效项去掉使模型进一步简化，不赘述。

2.3 协调级优化的 CDDP 方法

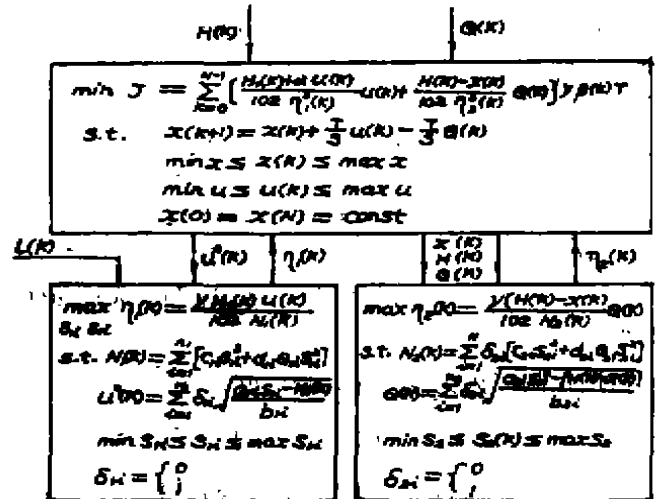


图 1 水厂水量递阶控制结构框图

采用一般动态规划求解上述问题仍然困难, 当进行后项逆推, 随着 k 从 $N-1$ 逐渐减到 0 时, $u(k)$ 的显示表达越来越复杂, 很不方便。若是采用动态规划中的列表法, 则由于 $u^*(k)$ 与 $x^*(k)$ 的寻优需要与泵站现场级进行反复迭代, 每次迭代的 $\eta_1^*(k)$ 与 $\eta_2^*(k)$ 都将不同, 都要对应构造不同的最优表格, 计算量将会相当庞大而无法忍受。D. H. Jacobson 等人提出的微分动态规划以 R. Bellman 的动态规划为基础, 运用逐次逼近的方法修正初始控制, 逼近最优, 已成功地解决了若干维数很高的非线性无约束最优控制问题^[7,8], 但这方面的大量文献都未涉及状态变量和控制变量同时受约束的情况。对此, 本文提出修正微分动态规划, 即 CDDP (Correct Dynamic Differential Programming)。

考虑以下的最优控制问题。

$$\min J[x(k), u(k)] = S[x(N)] + \sum_{k=0}^{N-1} L[x(k), u(k)] \quad (20)$$

$$x(k+1) = f[x(k), u(k)] \quad (21)$$

R. Bellman 的泛函逆推方程可表达为

$$J^*[x(k)] = \min_{u(k)} \{L[x(k), u(k)] + J^*[x(k+1)]\} \quad (22)$$

初选控制序列为 $\bar{u} = \{\bar{u}(0), \bar{u}(1) \dots \bar{u}(N-1)\}$, 对应于 (21) 式的状态为 $\bar{x} = \{\bar{x}(1), \bar{x}(2) \dots \bar{x}(N)\}$, 则 (22) 式可表达为

$$J^*[x(k)] = \min_{\delta u(k)} \{L[\bar{x}(k) + \delta x(k), \bar{u}(k) + \delta u(k)] + J^*[x(k+1)]\} \quad (23)$$

同时,

$$\begin{aligned} J^*[x(k)] &= J^*[\bar{x}(k) + \delta x(k)] = J^*[\bar{x}(k)] + \delta x^T(k) J_x^* + \frac{1}{2} \delta x^T(k) J_{xx}^* \delta x(k) \\ &= J[\bar{x}(k), \bar{u}] - \delta J[\bar{x}(k), \bar{u}] + \delta x^T(k) J_x^* + \frac{1}{2} \delta x^T(k) J_{xx}^* \delta x(k) \end{aligned} \quad (24)$$

上式中 $\delta J[\bar{x}(k), \bar{u}]$ 表示从 $\bar{x}(k)$ 出发, 在 \bar{u} 的作用下, 性能指标 J 相对于最优值 J^* 的损失。将 (24) 代入 (23), 同时将相应项展开, 得

$$\begin{aligned} & J[\bar{x}(k), \bar{u}] - \delta J[\bar{x}(k), \bar{u}] + \delta x^T(k) J_x^* + \frac{1}{2} \delta x^T(k) J_{xx}^* \delta x(k) \\ &= \min_{\delta u(k)} \left\{ L[\bar{x}(k), \bar{u}(k)] + \delta x^T(k) L_x + \delta u^T(k) L_u + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \delta x(k) \\ \delta u(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} L_{xx} & L_{xu} \\ L_{ux} & L_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x(k) \\ \delta u(k) \end{bmatrix} \right. \\ & \left. + J[\bar{x}(k+1), \bar{u}] - \delta J[\bar{x}(k+1), \bar{u}] + \delta x^T(k+1) J_x^* + \frac{1}{2} \delta x^T(k+1) J_{xx}^* \delta x(k+1) \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

(25) 式中的三个常数项正好互相抵消, 从而形成微分动态规划的泛函方程, 但尚需简化, 将式中 $\delta x(k+1)$ 展开, 同时定义 Hamilton 函数

$$H(k) = L[x(k), u(k)] + [J_x^*(x(k+1))]^T f[x(k), u(k)] \quad (26)$$

求偏导并定义

$$H_x(k) = L_x(k) + f_x^T(k) J_x^*[x(k+1)] \quad (27)$$

$$H_u(k) = L_u(k) + f_u^T(k) J_x^*[\bar{x}(k+1)] \quad (28)$$

$$A(k) = H_{xx}(k) + f_x^T(k) J_{xx}^*[\bar{x}(k+1)] f_x^T(k) \quad (29)$$

$$B(k) = H_{ux}(k) + f_u^T(k) J_{xx}^*[\bar{x}(k+1)] f_x^T(k) \quad (30)$$

$$C(k) = H_{uu}(k) + f_u^T(k) J_{xx}^*[\bar{x}(k+1)] f_u^T(k) \quad (31)$$

于是, (25) 式化作

$$\begin{aligned} & -\delta J[\bar{x}(k), \bar{u}] + \delta x^T(k) J_x^*[\bar{x}(k)] + \frac{1}{2} \delta x^T(k) J_{xx}^*[\bar{x}(k)] \delta x(k) \\ & = \min_{\delta u(k)} \left\{ \delta x^T(k) H_x(k) + \delta u^T(k) H_u(k) - \delta J[\bar{x}(k+1), \bar{u}] + \frac{1}{2} \delta x^T(k) A(k) \delta x(k) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \delta u^T(k) B(k) \delta x(k) + \frac{1}{2} \delta u^T(k) C(k) \delta u(k) \right\} \quad (32) \end{aligned}$$

对 (32) 式右边求极值, 得

$$\delta u(k) = -C^{-1}(k) [H_u(k) + B(k) \delta x(k)] \quad (33)$$

为了在逼近过程中使 $\delta u(k)$ 有调整余地, 引入调整因子 ε , 于是

$$\delta u(k) = -C^{-1}(k) [\varepsilon H_u(k) + B(k) \delta x(k)] \quad (34)$$

将 (34) 式代入 (32) 式, 经整理, 有

$$\begin{aligned} & \left\{ \delta J[\bar{x}(k), \bar{u}] - \delta J[\bar{x}(k+1), \bar{u}] - \varepsilon \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) H_u^T(k) C^{-1}(k) H_u(k) \right\} + \delta x^T(k) \cdot \\ & \left\{ H_x(k) - B^T(k) C^{-1}(k) H_u(k) - J_x^*[\bar{x}(k)] \right\} + \frac{1}{2} \delta x^T(k) \{ A(k) - B^T(k) C^{-1}(k) B(k) \\ & - J_{xx}^*[\bar{x}(k+1)] \} \delta x(k) = 0 \quad (35) \end{aligned}$$

考虑到对所有的 $\delta x(k)$ 上式都正确, 则每项应分别为 0, 即

$$\delta J[\bar{x}(k), \bar{u}] = \delta J[\bar{x}(k+1), \bar{u}] + \varepsilon \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) H_u^T(k) C^{-1}(k) H_u(k) \quad (36)$$

$$J_x^*[\bar{x}(k)] = H_x(k) - B^T(k) C^{-1}(k) H_u(k) \quad (37)$$

$$J_{xx}^*[\bar{x}(k)] = A(k) - B^T(k) C^{-1}(k) B(k) \quad (38)$$

边界条件为

$$\delta J[\bar{x}(N), \bar{u}] = 0 \quad (39)$$

$$J_x^*[\bar{x}(N)] = S_x[\bar{x}(N)] \quad (40)$$

$$J_{xx}^*[\bar{x}(N)] = S_{xx}[\bar{x}(N)] \quad (41)$$

以上是微分动态规划的基本公式, 如果进一步考虑到物理限制

$$\min u \leq u(k) \leq \max u$$

$$\min x \leq x(k) \leq \max x$$

可得 CDDP 算法步骤如下:

- 1) 给定一起始近似解 $\bar{u}(k) \in U$, $k=0, 1, \dots, N-1$, 由 (21) 式计算 $x(k+1)$, 且令

$$\bar{x}(k+1) = \text{sat } \bar{x}(k+1) = \begin{cases} \min x, & \bar{x}(k+1) < \min x \\ \bar{x}(k+1), & \min x \leq \bar{x}(k+1) \leq \max x \\ \max x, & \bar{x}(k+1) > \max x \end{cases} \quad (42)$$

当 $\bar{x}(k+1)$ 超出极限而取极限值时, 应根据状态方程重新计算控制量 $u(k)$ 。完成上述计算后, 再计算 $J[x(0), \bar{u}]$, 存贮 \bar{x} 与 $J[x(0), \bar{u}]$;

2) 按 (26)~(31)、(36)~(41) 从后往前求出 $J_2^*[\bar{x}(k)]$ 、 $J_{2x}^*[\bar{x}(k)]$ 并计算 $C^{-1}(k)H_u(k)$ 和 $C^{-1}(k)B(k)$;

3) 令 $\varepsilon=1$; 用 (34) 式计算 $\bar{u}(k)$ 的修正 $\delta u(k)$, 令

$$\delta u(k) = \text{sat}[\delta u(k)] = \begin{cases} \min u - \bar{u}(k), & \delta u(k) < \min u - \bar{u}(k) \\ \delta u(k), & \min u \leq \bar{u}(k) + \delta u(k) \leq \max u \\ \max u - \bar{u}(k), & \delta u(k) > \max u - \bar{u}(k) \end{cases} \quad (43)$$

如果 $J[x(0), \bar{u} + \delta u] < J[x(0), \bar{u}]$, 采用 $\bar{u} + \delta u$ 作为下一次迭代的起始值, 否则令 $\varepsilon = \varepsilon/2$, 重新计算 δu , 直至不等式成立为止, 求得相应的 δu 。

重复 1)~3) 步骤直至两次迭代结果十分接近为止。

一般情况下采用 CDDP 法, 有可能收敛到局部最优解, 这就需要从众多局部最优解中去挑选全局最优, 但若控制模型是凸规划, 就可得唯一最优解。

将上述方法用于 mod 2 时, 可大大减小计算量和存贮量。可以证明, mod 2 是凸规划。因而可在任意给定的初始控制下获得唯一最优解。

2.4 水厂水量递阶控制仿真

设某水厂的取水与送水泵站均有 6sh-9A 和 10sh 9 型号水泵各两台, 清水池横截面为 4000 m^2 , 池深 4 m, 泵站能力为 $30 \text{ l/s} \sim 40 \text{ l/s}$, 管网向水厂下达的指令为: $H(k) = 34 \text{ m}$, $Q(k)$ 按图 2 曲线 1, 取水泵站静扬程 $H_0 = 25 \text{ m}$, 管道摩阻系数 $\alpha = 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^2 / \text{l}^2$, 水比重 $\gamma = 1 \text{ kg/dm}^3$, 取水泵站与送水泵站效率范围 $0.8 \sim 1$, 电价函数

$$\beta(k) = \begin{cases} 0.1 \text{ 元/千瓦} \cdot \text{时}, & 0 \leq k < 6, 18 \leq k \leq 24 \\ 0.2 \text{ 元/千瓦} \cdot \text{时}, & 6 \leq k < 18 \end{cases}$$

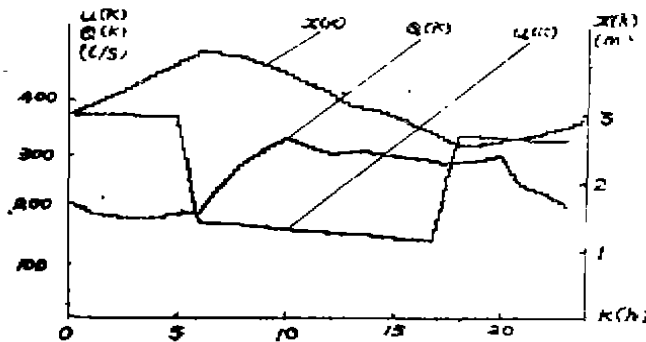


图 2 仿真曲线

清水池初水位 $x(0) = 3 \text{ m}$, 采样周期 $T = 1 \text{ h}$ 。

给定 $\eta_1(k)$ 、 $\eta_2(k)$ 序列均为 0.6, 对两组不同初值 $\bar{u}(k) = 300$ 和 $\bar{u}(k) = 200$ 采用 CDDP 方法, 结果分别在 6~7 步收敛到最优值 $u^*(k)$, 误差小于 0.3%。得出的最优轨线与最优控制如图 2。

由图可见, 在高电价时段 ($6 \leq k < 18$), 取水量小于送水量,

在电价低时段则相反。这里靠清水池贮水或放水调节，使用电“平峰填谷”。

再改变水池容积，取 $S = 2000\text{m}^3$ ， $S = 400\text{m}^3$ 等情况，仿真得 $u^*(k)$ 如图3a 曲线1、2、3。当容积 S 减小时， $u^*(k)$ 与 $Q(k)$ 越是接近，水池调节能力越弱，水位也越是接近极限状况（见图3b）。节约效果 $\delta_i = (J_0 - J^*)/J_0$ 列于表1中，这里 J_0 是水池水位恒定时目标函数， J^* 对应于于曲线1、2、3的目标函数。

显然，清水池容量减小时，效益变差。

再对电价变化的影响进行仿真，结果说明，就是在全天电价不变时，最优控制 $u^*(k) \neq Q(k)$ ，最优状态轨线 $x^*(k) \neq x(0)$ ，这就说明，节约的效果并非全由电价变化造成，其中还包含了节能的成份。

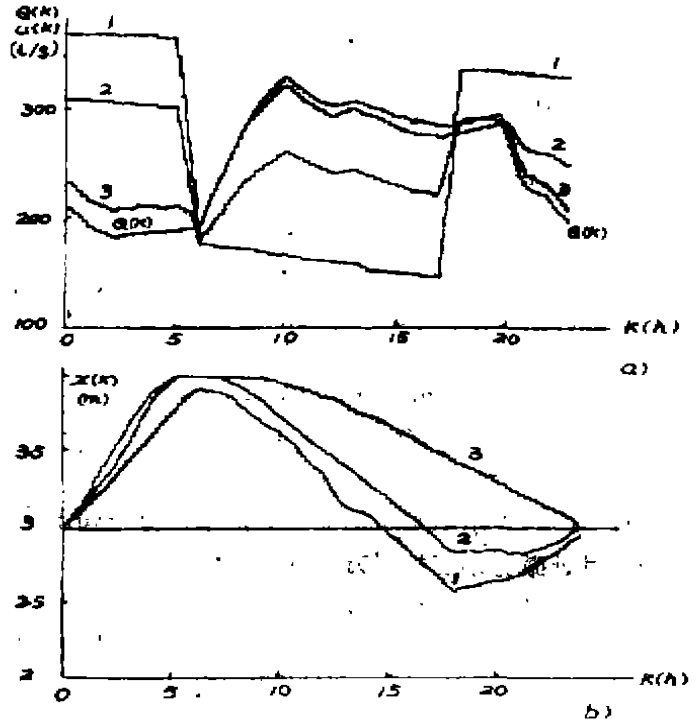


图3 改变清水池容积仿真

表1

参 数	方 案		
	1	2	3
S (m^3)	4000	2000	400
δ_i (%)	9.5	5.2	1.7

3 考虑滞后时水厂控制决策

3.1 控制模型的建立

源水从取水泵站出口到清水池，要流经沉砂池、搅拌混凝池、过滤池，存在较大的容积滞后，把它近似作为纯滞后 τ 处理。 τ 受源水水质及水处理过程的影响，并使水质控制与水量控制互相关联。但是，由于这一关联是通过 τ 的变化而发生作用，因此，可对 τ 进行在线辨识（另文述叙），并在此基础上讨论水量最优控制问题。

先建立状态方程。设 τ 满足不等式

$$0 < \tau \leq T \tag{44}$$

在某个采样时刻 k ，一个采样周期内流入清水池的总体积可近似认为等于

$$V(k) = (T - \tau)u(k) + \tau u(k - 1) \tag{45}$$

清水池平衡方程为

$$S(k)[x(k + 1) - x(k)] = V(k) - TQ(k) \tag{46}$$

将(45)式代入、整理,得

$$x(k+1) = x(k) + \frac{T-\tau}{S(k)}u(k) + \frac{\tau}{S(k)}u(k-1) - \frac{T}{S(k)}Q(k) \quad (47)$$

协调级优化模型为

$$\text{mod 3} \quad \min J' = R[x(N) - x(0)]^2 + J \quad (48)$$

$$\text{s.t.} \quad x(k+1) = x(k) + \frac{T-\tau}{S(k)}u(k) + \frac{\tau}{S(k)}u(k-1) - \frac{T}{S(k)}Q(k) \quad (49)$$

$$\min u \leq u(k) \leq \max u \quad (50)$$

$$\min x \leq x(k) \leq \max x \quad (51)$$

$$x(0) = \text{const} \quad (52)$$

$$u(-1) = \text{const} \quad (53)$$

其中, $u(-1)$ 表示取水泵站前一天最末时刻的输出流量,对当天来说 $u(-1)$ 是一个已知常数。

3.2 时延微分动态规划方法 (DDDP)

时延系统的递推方程可表达为 (参见(49)式)

$$J^*(x_k) = \min_{u_{k-1}, u_k} [L(x_k, u_k) + J^*(x_{k+1})] \quad (54)$$

逆推时, 每步的优化变量不是一个 $u(k)$, 而且还有 $u(k-1)$, 它通过 $x(k+1)$ 进而影响 $J^*(x_{k+1})$, 给寻优带来困难。就是在这一步中把 $u(k)$ 、 $u(k-1)$ 确定了, 再往前推一步, 寻优变量为 $u(k-1)$ 、 $u(k-2)$, 又要寻优, 得出的 $u(k-1)$ 很可能与前一步的结果根本不一样。

为解决这一困难, 在进行第 k 步运算时, 认为对 $u(k-1)$ 已作了某一固定改进, 改进后的 $u(k-1)$ 可看作一个常数, 这相当于在这一步中不考虑 $u(k-1)$ 的改进而只对 $u(k)$ 进行改进。当逆推至第 $k-1$ 步时再去解决 $u(k-1)$ 的改进问题。这样的作法在每步运算中虽然考虑问题是不全面的, 但从总体来说 $\{u(k)\}$ 终究是改进了。只要反复运算, 逐步逼近, 而最后两次迭代的控制序列 $\{u(k)\}$ 相差很小, 则前面的假设(在第 k 步中寻优时认为 $u(k-1)$ 是常数)自然就成立了, 从而可以确信得到的结果是最优解。

这是本文提出的时延微分动态规划的基本思想。下面简述逆推方程推导结果。

根据基本思想, (54) 式可写作

$$J^*[x(k)] = \min_{\delta u(k)} \{L[\bar{x}(k) + \delta x(k), \bar{u}(k) + \delta u(k)] + J^*[x(k+1)]\} \quad (55)$$

仿照前节推导过程, 得一组运算公式如下:

$$H(k) = L[x(k), u(k)] + [J_x^*(\bar{x}(k+1))]^T f[x(k), u(k), u(k-1)] \quad (56)$$

$$H_x(k) = L_x(k) + f_x^T(k) J_x^*[\bar{x}(k+1)] \quad (57)$$

$$H_u(k) = L_u(k) + f_u^T(k) J_u^*[\bar{x}(k+1)] \quad (58)$$

$$H_{u'}(k) = f_{u'}^T(k) J_x^*[\bar{x}(k+1)] \quad (59)$$

$$A(k) = H_{xx}(k) + f_x^T(k) J_{xx}^*[\bar{x}(k+1)] f_x(k) \quad (60)$$

$$B(k) = H_{u_x}(k) + f_u^T(k) J_{xx}^* [\bar{x}(k+1)] f_x(k) \quad (61)$$

$$C(k) = H_{u_x}(k) + f_u^T(k) J_{xx}^* [\bar{x}(k+1)] f_u(k) \quad (62)$$

$$D(k) = H_{u'x}(k) + f_{u'}^T(k) J_{xx}^* [\bar{x}(k+1)] f_x(k) \quad (63)$$

$$E(k) = H_{u'u}(k) + f_{u'}^T(k) J_{xx}^* [\bar{x}(k+1)] f_u(k) \quad (64)$$

$$F(k) = H_{u'u'}(k) + f_{u'}^T(k) J_{xx}^* [\bar{x}(k+1)] f_{u'}(k) \quad (65)$$

上面各式中，为了书写简捷，用 u' 代替 $u(k-1)$ ， u 代替 $u(k)$ 。

$$\delta u(k) = -C^{-1}(k) [\varepsilon H_u(k) + B(k) \delta x(k) + \gamma E(k) \delta u(k-1)] \quad (66)$$

式中， ε 和 γ 均为调节因子，变化范围从 0 到 1。

$$\delta J[\bar{x}(k), \bar{u}] = \delta J[\bar{x}(k+1), \bar{u}] + \varepsilon \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) H_u^T(k) C^{-1}(k) H_u(k) \quad (67)$$

$$J_x^*[\bar{x}(k)] = H_x(k) - B^T(k) C^{-1}(k) H_u(k) \quad (68)$$

$$J_{xx}^*[\bar{x}(k)] = A(k) - B^T(k) C^{-1}(k) B(k) \quad (69)$$

边界条件为

$$\delta J[\bar{x}(N), \bar{u}] = 0 \quad (70)$$

$$J_x^*[\bar{x}(N)] = S_x[\bar{x}(N)] \quad (71)$$

$$J_{xx}^*[\bar{x}(N)] = S_{xx}[\bar{x}(N)] \quad (72)$$

综合上面结果，同时考虑物理约束后，时延微分动态规划步骤可归纳如下：

1) 给定初始控制 $\bar{u}(k) \in U$ ，利用状态方程计算 $\bar{x}(k+1)$ ，令 $\bar{x}(k+1) = \text{sat} \bar{x}(k+1)$ 并使其与控制变量取得协调，再计算 $J[x(0), \bar{u}]$ ，贮存 $\bar{x}(k)$ 和 $J[x(0), \bar{u}]$ ；

2) 按(56)~(65)、(67)~(72)式从后往前，求出 $J_x^*[\bar{x}(k)]$ 、 $J_{xx}^*[\bar{x}(k)]$ 并计算 $C^{-1}(k) H_u(k)$ 、 $C^{-1}(k) B(k)$ 和 $C^{-1}(k) E(k)$ ；

3) 从前往后，令 $\varepsilon = \gamma = 1$ ，用(66)式计算 $\bar{u}(k)$ 的修正量 $\delta u(k)$ ，令 $\delta u(k) = \text{sat}[\delta u(k)]$ ，如果有 $J[x(0), \bar{u} + \delta u] < J[x(0), \bar{u}]$ ，采用 $\bar{u} + \delta u$ 代替 \bar{u} 作为下一次迭代的起始值，否则令 $\varepsilon = \varepsilon/2$ ， $\gamma = \gamma/2$ ，重新计算 $\delta u(k)$ ，直到不等式成立为止。

重复1)~3)的步骤，直到两次迭代结果之差小于给定误差为止。

3.3 水厂水量控制仿真

设纯滞后时间 $\tau = 0.8$ 小时，其它条件均与第 2 节仿真实例相同。采用上述时延微分动态规划寻优，结果示于图 4。

图中：1 代表无滞后系统，2 代表有滞后系统。由图可见，两者十分类似，都利用了清水池的贮水作用来进行调节，达到节约效果。不同之处是，由于

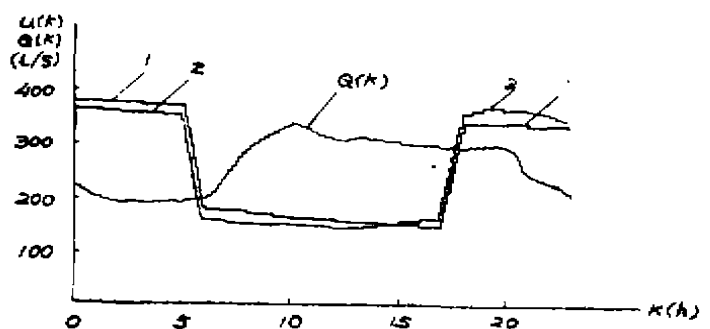


图 4 滞后系统与无滞后系统决策对比

前一天末时刻运行结果的影响, 在 $0 \leq k < 6$ 低电价时段, 取水量要小一些, 而在第二个低电价时段 $18 \leq k < 24$, 取水量又大一些。节约效果与无滞后系统相比, 则相差很小。水池容积减小时, $u^*(k)$ 与 $Q(k)$ 更加接近, 但比之无滞后系统, 接近程度差些, 这是时延作用的结果。

特别需要指出的是, 由于时延, 人工调度时常出现溢池而造成极大浪费⁸, 按本节方法进行控制时, 还能避免这一部份浪费。这是在上述节约之外的更大节约, 从而更加突出了本文研究的意义。

4 结 论

从方法论的角度, 本文的研究解决了有约束非线性时延系统的动态规划, 而这类系统的最优控制问题是经常在工程中遇到的。

从工程应用的角度, 本文研究的水厂最优节能问题, 结果说明: 适当增大清水池容积, 并利用其贮水作用进行最优调节, 效益是相当可观的; 另外, 只要对滞后时间 τ 进行在线辨识, 采用本文方法还可防止清水池“溢流”, 避免了很大的浪费。

本文的研究是基于泵站的变速调节上的。

参 考 文 献

- 1 段文祥、刘士荣. 城市供水系统建模方法研究. 系统工程理论与实践, 1988, No.3
- 2 刘士荣、段文祥. 大规模供水管网系统有约束参数估计. 重庆建筑工程学院学报, 1987, No.3
- 3 段文祥、刘士荣. 城市供水系统负荷量的分时分地预报. 发展战略与系统工程. 学术期刊出版社, 1987, 9
- 4 段文祥, 李远树. 给水泵站最优调度策略与通用程序. 中国给水排水, 1987, No.6
- 5 姚加飞、李远树、段文祥. 供水泵站最优实时控制. 重庆建筑工程学院学报, 1987, No.1
- 6 段文祥、李远树. 川维热电厂供水车间取水供水与投药过程计算控制可行性研究报告(内部资料), 1987
- 7 Sidney J. Yaxowitz. The stagewise Kuhn-Tucker condition and differential dynamic programming. IEEE, Vol. AC-31, No.1, 1986
- 8 Ladon Jones, Robert William and William W.G. Yeh. Optimal control of nonlinear groundwater hydraulics using different dynamic programming. water resources research, Vol.23, No.11, 1987
- 9 Cohen G. Optimal control of water Supply Networks. Optimisation and control of Dynamic Operational Research Models. Tzafestas, S.G.(ed.), North-Holland, Amsterdam, 1982
- 10 段文祥、刘士荣. 大规模供水系统的动态递阶最优控制. 系统工程理论与实践, 1990, No.6

(编辑: 刘家凯)

ENERGY-SAVING AND OPTIMAL HIERARCHICAL CONTROL OF WATER PLANT

Duan Wenze

(Chongqing Institute of Architecture and Engineering)

Yang Shaolin

(Institute of Huauan Computer Company)

ABSTRACT In this paper, on condition that the production processes in water plant are related with each other, a new coordinative algorithm is presented, using a hierarchical control structure and taking the equivalent efficiency of the pump station as coordinative variable. In this way, the problem of optimal control of the complex delay system is solved. Simulation shows that great energy-saving efficiency may be obtained by the above method.

KEY WORDS energy-saving, optimal hierarchical control, control model, control decision, dynamic differential programming