重庆建筑工程学院学报
第13卷第3期 JOURNAL OF CHONGQING INSTITUTE OF Vol.13 No.4
1991年 12月 ARCHITECTURE AND ENGINEERING Dec. 1991

半透明材料日照作用时的温度分布

孟 庆 林

(建筑系)

摘 要 本文通过分析日照作用下半透明材料的传热过程，立出数学描述求出稳态温度分布解，证明了半透明材料在日照时的热屏蔽效应。

关键词 半透明材料，日射，温度分布，热屏蔽

现代建筑中，半透明材料诸如玻璃、聚脂、塑料及其它各种聚合物等正在广泛应用。这些材料中除具有导热现象外，还同时发生热能的辐射传递。当日射热流通过这种半透明材料层时，其日射强度由于材料的吸收作用而减弱，材料内部也因此而具备了内热源[1,2]。

1 现象的数学描述

对于均质的半透明材料，从中取出一微元体 $dV=dxdydz$，如图1示。

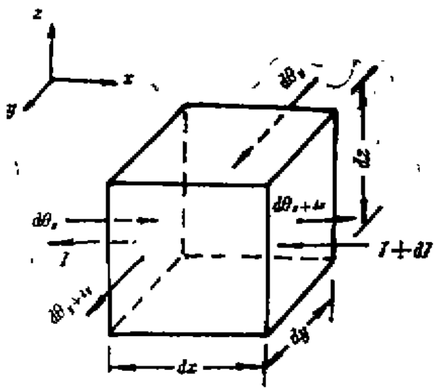

图 1 数学模型推导

根据能量守恒定律，对微元体进行热平衡分析，在 $d\tau$ 时间内导入与导出微元体的热量净差额，加上微元体对日射热吸收发热量，应等于微元体内能的增量。即有关系式为

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\text{导入与导出}\\\text{微元体的净热量}\end{bmatrix}}_{\mathrm{I}}+\underbrace{\begin{bmatrix}\text{微元体中}\\\text{吸收日射热}\end{bmatrix}}_{\mathrm{II}}=\underbrace{\begin{bmatrix}\text{微元体}\\\text{内能增量}\end{bmatrix}}_{\mathrm{III}} \qquad (1)$$

由付立叶定律得沿 x，y，z 三个方向在 $d\tau$ 时间里输入、输出 dV 中的净热量为

$$\mathrm{I}=\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial z}\right)\right]dVd\tau \qquad (2)$$

式中 λ——材料导热系数[W/m·℃]。

在 $d\tau$ 时间里微元体中吸收的日射净热为

$$\mathrm{II}=dIdydzd\tau \qquad (3)$$

式中　dI——沿 x 轴日射强度的增量[W/m²]。

在 $d\tau$ 内微元体内能增量为

$$\text{Ⅲ} = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dV d\tau \tag{4}$$

式中　c——材料比热[kJ/kg·℃]；

ρ——材料密度[kg/m³]。

于是由（1）式得

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dV d\tau = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z}\right)\right] dV d\tau + dI dy dz d\tau \tag{5}$$

因

$$dV = dx dy dz \tag{6}$$

又均质材料 λ，ρ，c 均为常数，故

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{1}{c\rho} \cdot \frac{dI}{dx} \tag{7}$$

式中 $a = \frac{\lambda}{c\rho}$——材料导温系数[m²/h]。

均质半透明材料日射强度 I 在材料内部的减弱，遵循指数衰减定律[2]，即

$$I = I_0 e^{\alpha(x-l)} \tag{8}$$

式中　I_0——日射材料表面的日射强度[W/m²]。

$I_0 = (1-r) I_{\odot}$　其中 r 为材料表面反射系数。

从而

$$dI = I_0 \alpha e^{\alpha(x-l)} dx \tag{9}$$

考虑到 I 或 I_0 是随时间而变化的，故（7）式又为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{\alpha I_0(\tau)}{c\rho} e^{\alpha(x-l)} \tag{10}$$

式中　α——衰减系数[1/m]。

今令　$m = \frac{\alpha I_0(\tau)}{c\rho}$　　(11)

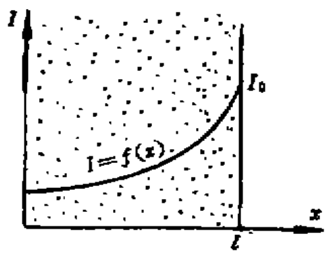

图 2　辐射能衰减

（10）式又为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + m e^{\alpha(x-l)} \tag{12}$$

（10）式或（12）式即为描述半透明材料日射作用下的导热微分方程。

2　一维稳态情形温度分布理论解

由于建筑物中所用到的半透明体，一般都是薄层材料，所以在实际分析中可逐时按一维稳态过程分析，此时日射强度 $I(\tau)$ 或 $I_0(\tau)$ 即为逐时值，即在一小时内视为定值 I 或 I_0，因因（10）式可写为

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}=a\nabla^2 t+\frac{\alpha I_0}{c\rho}\cdot e^{\alpha(x-l)} \tag{10'}$$

（11）式写为
$$m'=\frac{\alpha I_0}{c\rho} \tag{11'}$$

从而一维稳态情形的数学描述可写成

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{m'}{a}e^{\alpha(x-l)}=0 \tag{13}$$

其解为

$$\begin{aligned} t_x &= -\iint\left[\frac{m'}{a}e^{\alpha(x-l)}\right]dx^2+c \\ &= -\frac{m'}{\alpha^2 a}e^{\alpha(x-l)}+c_1x+c_2 \end{aligned} \tag{14}$$

给定边界条件

$$t|_{x=0}=t_1 \qquad t|_{x=l}=t_2 \tag{15}$$

于是

$$c_1=\frac{1}{l}[\Delta t+(1-e^{-\alpha l})I_0/(\alpha\lambda)] \tag{16}$$

$$c_2=t_1+[I_0/(\alpha\lambda)]\cdot e^{-\alpha l} \tag{17}$$

式中
$$\Delta t=t_2-t_1 \tag{18}$$

于是解为

$$t_x=-\frac{I_0}{\alpha\lambda}e^{\alpha(x-l)}+\frac{1}{l}\left[\Delta t+(1-e^{-\alpha l})\frac{I_0}{\alpha\lambda}\right]x+\left(t_1+\frac{I_0}{\alpha\lambda}e^{-\alpha l}\right) \tag{19}$$

代入边界条件（15）式满足；量纲分析为：

（19）式左侧项量纲 [℃]

（19）式右侧项量纲 $\left[\frac{\mathrm{W/m^2}}{(1/\mathrm{m})\cdot(\mathrm{W/m\cdot ℃})}\right]=[℃]$

（19）式两侧量纲相同，证明（19）式准确。

下面讨论解的分布状态。

今令
$$P=-\frac{I_0}{\alpha\lambda} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{l}\left[\Delta t+(1-e^{-\alpha l})\frac{I_0}{\alpha\lambda}\right] \\ &= \frac{1}{l}[\Delta t-P(1-e^{-\alpha l})] \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} R &= t_1+\frac{I_0}{\alpha\lambda}e^{-\alpha l} \\ &= t_1-Pe^{-\alpha l} \end{aligned} \tag{22}$$

则有

$$t_1 = Pe^{a(x-l)} \quad (P<0,\ e^a>1) \tag{23}$$

$$t_{\text{II}} = Qx \quad (Q>0) \tag{24}$$

$$t_{\text{III}} = R \quad (R>0) \tag{25}$$

于是

$$t_x = t_{\text{I}} + t_{\text{II}} + t_{\text{III}} \tag{26}$$

$t_x = f(x)$曲线的构成如图 3 示。

可见，具有一定厚度 l 的半透明材料，在有日射作用时，其内部的温度分布曲线呈上凸状。

当厚度 l 很薄近似为零时，由 (23) 式至 (26) 式知

$$t = P + R \tag{27}$$

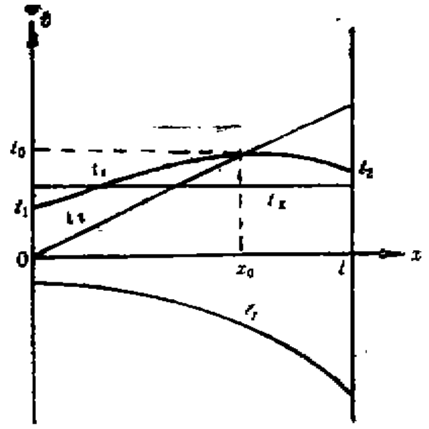

图 3　温度分布

可见，对很薄的半透明材料如塑料薄膜等可近似认为内部的温度分布为水平直线，即把内外两表面的温度看成相同。

而对于具有一定厚度 l 的材料，由 (26) 式求导会得

$$t_x = Pe^{a(x-l)} + Qx + R \tag{28}$$

$$t_x' = aPe^{a(x-l)} + Q \tag{29}$$

$$t_x'' = a^2Pe^{a(x-l)} \tag{30}$$

由 (20) 式知 $P<0$，故 $t_x''<0$，因此证明 $t_x = f(x)$曲线确是上凸且有极大值。由 $t_x' = 0$ 可得

$$x_0 = l + \frac{1}{a}\ln\frac{-Q}{aP} \tag{31}$$

将 (31) 式代入 (28) 式可得

$$t_0 = Q\left(l + \frac{1}{a}\ln\frac{-Q}{aeP}\right) + R \tag{32}$$

此点 $(x_0,\ t_0)$ 即为温度分布曲线上的极大值点，x_0即为极大值温度出现的位置，t_0 即为极大温度。

3　日射作用时的屏蔽效应

对于有一定厚度 l 的半透明材料，在日射作用时，通过材料厚度的比热流为

$$q_x = -\lambda\frac{dt_x}{dx} \tag{33}$$

将 (29) 式代入 (33) 式，则有比热流分布为

$$q_x = -\lambda[aPe^{a(x-l)} + Q] = -\lambda aPe^{a(x-l)} - \lambda Q \tag{34}$$

而在$x = x_0$处，由 (29) 式必有

$$q_{x_0} \equiv 0 \tag{35}$$

可见，在极大温度 t_0 出现的位置 x_0 处，比热流为零。这无疑表明，在通过材料厚度上 x_0 点与热流垂直的平面上无热量的进与出。对高温一侧来说，这个极值平面正是对高温侧的热量发挥了屏蔽作用，是一个热屏蔽层。这种屏蔽效应，使得高温侧的热流不会通过此屏蔽层流向低温侧。这种热屏蔽效应原理，可以完整地揭示那些由半透明材料构造的围护结构如玻璃窗、玻璃幕墙等在日光照射时属于纯得热构件的机理。这样的围护结构，室内一侧通过半透明构造在日光照射时纯得的热量有两部分，一部分是透射的日射热量为（负号表示与传热方向相反）

$$q_{\circledast} = I_0 e^{-\alpha l} \tag{36}$$

另一部分则为屏蔽层的极值温度 t_0 与内表面温度 t_1 温差下的导热量为

通过材料表面传入室内的热流为

$$q_d = q_x|x = 0 \tag{37}$$

由（34）式得

$$q_d = -\lambda\alpha P e^{-\alpha l} - \lambda Q \tag{38}$$

即室内的纯得热为

$$\begin{aligned} q &= q_{\circledast} + q_d \\ &= -I_0 e^{-\alpha l} - \lambda\alpha P e^{-\alpha l} - \lambda Q \\ &= -\frac{\lambda}{l}[\Delta t - P(1 - e^{-\alpha l})] \\ &= -\frac{\lambda}{l}\Delta t - \frac{I_0}{\alpha l}(1 - e^{-\alpha l}) \\ &= \frac{\lambda}{l}(t_1 - t_2) - \frac{I_0}{\alpha l}(1 - e^{-\alpha l}) \end{aligned} \tag{39}$$

现将 $e^{-\alpha l}$ 展开成幂级数取前三项，（39）式又为

$$\begin{aligned} q &= \frac{\lambda}{l}(t_1 - t_2) - I_0\left(1 - \frac{\alpha l}{2}\right) \\ &= -\left[I_0\left(1 - \frac{\alpha l}{2}\right) + \frac{\lambda}{l}\Delta t\right] \end{aligned} \tag{40}$$

这样，当材料等物理参量 c，ρ，λ，α 及边界条件参数 t_1，t_2，I_0 给定后，便可计算极大值温度 t_0 和室内的纯得热量 q 值。

4 结　　论

1） 一定厚度的半透明材料在日射作用时内部温度分布曲线呈上凸状，极大值温度所居平面对热流有屏蔽作用。

2） 当材料厚度很小时，可以近似把材料内外表面温度看成相同。

3） 屏蔽作用下，室内侧纯得热量有两部分，一部分是透射的日射热，另一部分是极大值温度与内表面温度温差下的导热。

致谢：

本文在形成过程中得到了陈启高老师的悉心指导，在此作者深表感谢。

参 考 文 献

1 陈启高．建筑热物理基础．西安交通大学出版社，1991

2 单寮平译．建筑热物理学．中国建筑工业出版社．1988

（编辑：徐维森）

TEMPERATURE DISTRIBUTION IN TRANSLUCENT SLAB UNDER INSOLATION

Meng Qinglin

(Department of Architecture)

ABSTRACT This paper atempts to analyse the heat transfer process in the translucent slab, presents a mathematical model to find the solution of temperatue distribution, and shows that the translucent slab can work as a heat barrier

KEY WORDS translucent slab, insolation, Temperature distribution, heat barrier