(5)

重庆建筑工程学院学报
第15卷第1期 JOURNAL OF CHONGQING INSTITUTE OF Vol.15 No.1
1993年 3月 ARCHITECTURE AND ENGINEERING March 1993

31－35

混凝土抗压强度与弹模关系式的理论基础

吴礼贤 霍津海

（重庆建筑工程学院） （中国新型建材进出口公司）

TU 528.023

摘 要 本文用修正的Burgers模型推导出砼抗压强度与弹性模量的关系式。结果表明，该关系式与砼抗压强度与弹性模量的经验公式形式相同，从而用砼流变学理论证实了经验公式的准确性。

关键词 抗压强度，弹性模量，Burgers模型，砼 混凝土

水泥砼是一种粘弹性体。对于砼的力学和变形行为，可由各种流变模型来描述。目前，大多采用 Burges 模型来描述[1][2][3]。Burges 模型虽然可定性地描述砼的徐变以及卸载后的变形行为，但却不能应用于预测砼的徐变行为。本文曾引入一指数函数对 Burges 流变模型中的粘性元件进行修正，导出了符合徐变规律的徐变方程[4]。本文从修正的 Burges模型推导出砼抗压强度与弹性模量的关系式，为砼抗压强度与弹性模量的经验公式找到了理论依据。

1 Burgers模型与修正的Burgers模型

1.1 Burgers模型

将Kelvin模型与Maxwell模型串联，则该模型称为Burgers模型，其结构公式为：

$$\mathrm{Bu}=H-N-(H/N)=M-K \tag{1}$$

Burgers模型的流变方程为：

$$\sigma+\left(\frac{\lambda_1}{E_1}+\frac{\lambda_2+\lambda_1}{E_2}\right)\dot{\sigma}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{E_1E_2}\ddot{\sigma}=\lambda_1\dot{\varepsilon}+\frac{\lambda_1\lambda_2}{E_2}\ddot{\varepsilon} \tag{2}$$

1.2 修正的Burgers模型[4]

将图中的常数λ_1用一指数函数$\lambda_1(t)$来代替，设$\lambda_1(t)=ae^{bt}$，$\frac{1}{\lambda_1(t)}=\frac{1}{a}e^{-bt}$（$a$、$b$为

本文1992年9月14日收到。

常数）。通过这种改造后的模型称为修正的伯格斯（Burgers）模型。

$$\frac{(E_2-\lambda_2 b)}{a}e^{-bt}\sigma+\left(\frac{E_2}{E_1}+1+\frac{\lambda_2}{a}e^{-bt}\right)\dot{\sigma}+\frac{\lambda_2}{E_1}\ddot{\sigma}=E_2\dot{\varepsilon}+\lambda_2\ddot{\varepsilon} \tag{3}$$

设

$$\frac{E_2-\lambda_2 b}{a}=q_1;$$

$$\frac{E_2}{E_1}+1=q_2;$$

$$\frac{\lambda_2}{a}=q_3;$$

$$\frac{K_2}{E_1}=q_4$$

则

$$q_1e^{-bt}\sigma+q_2\dot{\sigma}+q_3e^{-bt}\dot{\sigma}+q_4\ddot{\sigma}=E_2\dot{\varepsilon}+\lambda_2\ddot{\varepsilon} \tag{4}$$

（4）或（3）式便是修正的Burgers模型的流变方程。

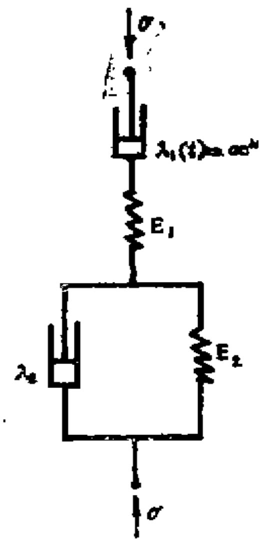

图 1 修正的Burgers模型

2 推导砼抗压强度与弹模的关系式

假设对砼均匀加荷，则有应力$\sigma=ct$，c为加荷速度。

当$t=t'$时，砼破坏，则砼的抗压强度

$$R_c=\sigma(t')=ct' \tag{5}$$

砼的弹性模量通常定义为

$$E=\frac{\omega R_c}{\varepsilon(\omega t')} \tag{6}$$

其中ω按试验规范取一定值 $0<\omega<0.6$

假设砼是修正的Burgers体，$\sigma=ct$，则σ、$\dot{\sigma}$、$\ddot{\sigma}$的拉氏变换为：

$$\bar{\sigma}=\frac{C}{S^2} \tag{7}$$

$$\bar{\dot{\sigma}}=S\bar{\sigma}-\sigma(0)=\frac{C}{S} \tag{8}$$

$$\bar{\ddot{\sigma}}=S^2\bar{\sigma}-S\sigma(0)=0 \tag{9}$$

$$\bar{\dot{\varepsilon}}=S\bar{\varepsilon} \tag{10}$$

$$\bar{\ddot{\varepsilon}}=S^2\bar{\varepsilon} \tag{11}$$

对（4）式两边取拉氏变换：

$$\frac{q_1C}{(S+b)^2}+\frac{q_2C}{S}+\frac{q_3C}{S+b}=E_2S\bar{\varepsilon}+\lambda_2S^2\bar{\varepsilon} \tag{12}$$

则

$$\bar{\varepsilon}=\frac{q_1C}{(S+b)^2(E_2S+\lambda_2S^2)}+\frac{C(q_2+q_3)}{E_2S+K_2S^2} \tag{13}$$

取拉氏逆变换

$$\varepsilon=\frac{q_1C}{E_1}\Big[\frac{1}{b^2}(1-e^{-bt})-\frac{t+b}{b}-\frac{1}{(b-E_2/\lambda_2)^2}e^{-(E_2/\lambda_2)t}$$

$$+\frac{1}{(b-E_2/\lambda_2)^2}e^{-bt}+\frac{t+b}{b-E_2/\lambda_2}\Big]$$

$$+\frac{q_2C+q_3C}{E_2}(1-e^{-(E_2/\lambda_2)t})$$

$$\varepsilon=\frac{q_1C}{E_2}\Big[\frac{1}{b^2}(1-e^{-bt})+\Big(\frac{1}{b-E_2/\lambda_2}-\frac{1}{b}\Big)t+\Big(\frac{b}{b-E_2/\lambda_2}-1\Big)$$

$$+\frac{1}{(b-E_2/\lambda_2)^2}(e^{-bt}-e^{-(E_2/\lambda_2)t})\Big]$$

$$+\frac{q_2C+q_3C}{E_2}(1-e^{-(E_2/\lambda_2)t})$$

$$=\frac{q_1Ct}{E_2}\Big(\frac{1}{b-E_2/\lambda_2}-\frac{1}{b}\Big)+\frac{q_1C}{E_2}\Big[\frac{1}{b^2}(1-e^{-bt})+\frac{b}{b-E_2/\lambda_2}-1\Big)$$

$$+\frac{1}{(b-E_2/\lambda_2)^2}(e^{-bt}-e^{-(E_2/\lambda_2)t})\Big]$$

$$+\frac{q_2C+q_3C}{E_2}(1-e^{-(E_2/\lambda_2)t}) \tag{14}$$

将 $t=\omega t'$ 和 $R_c=Ct'$ 代入(14)，则

$$\varepsilon(\omega t')=\frac{q_1R_c\omega}{E_2}\Big(\frac{1}{b-E_2/\lambda_2}-\frac{1}{b}\Big)+\frac{q_2C}{E_2}\Big[\frac{1}{b^2}(1-e^{-b\omega t'})$$

$$+\Big(\frac{b}{b-E_2/\lambda_2}-1\Big)+\frac{1}{(b-E_2/\lambda_2)^2}(e^{-b\omega t1}-e^{-(E_2/\lambda_2)\omega t'})\Big]$$

$$+\frac{q_2C+q_3C}{E_2}(1-e^{-(E_2/\lambda_2)t}) \tag{15}$$

将(15)代入(6)式，并令

$$A=\frac{q_1}{\omega E_2}\Big(\frac{1}{b-E_2/\lambda_2}-\frac{1}{b}\Big) \tag{16}$$

$$B=\frac{q_2C}{\omega E_2}\Big[\frac{1}{b^2}(1-e^{-b\omega t'})+\Big(\frac{1}{b-E_2/\lambda_2}-1\Big)$$

$$+\frac{1}{(b-E_2/\lambda_2)^2}(e^{-b\omega t'}-e^{-(E_2/\lambda_2)\omega t'})\Big]$$

$$+\frac{q_2C+q_3C}{\omega E_2}(1-e^{-(E_2/\lambda_2)\omega t'}) \tag{17}$$

则有

$$E=\frac{1}{A+B/R_c} \tag{18}$$

从而证明砼的弹性模量与抗压强度经验公式中假设其弹性模量倒数与抗压强度倒数呈线性关系是正确的。

3 实验验证

选择不同配比、不同砂粒径的配制了11组试件，每组试件均按标准方法测试抗压强度和弹性模量，实验结果见表1。

表1 实 验 结 果

编　　号	A1	A2	A3	A4	A5	B1	D1	D4	H1	H2	H3
抗压强度（MPa）	47.7	44.3	49.5	44.6	28.7	38.6	35.7	32.7	41.9	33.8	41.2
弹性模量）GPa）	16.3	18.1	19.2	17.3	16.5	18.7	16.7	16.4	19.1	16.4	18.2

应用（18）式的数学模型，对表1数据进行回归分析，得出下式：

$$E=\frac{10^6}{4.6+\frac{376}{R_c}} \tag{19}$$

经检验（19）式在$a=0.10$水平下显著。

4 结论

用修正的伯格斯模型，可推出砼弹性模量倒数与抗压强度成线性关系，从而验证了砼的抗压强度与弹性模量的经验公式，证明该经验公式的理论基础与修正的Burgers模型相匹配。

本文的最初设想得到蒲心诚教授的鼓励，特致谢意。

参 考 文 献

1 王启宏等编．材料流变学．中国建筑工业出版社，1985年

2 黄大能等．新拌砼的结构和流变特征．中国建筑工业出版社，1983年

3 蒲心诚等．混凝土学．中国建筑工业出版社，1981年

4 吴礼贤、彭小芹．修正的Burgers模型及其对于硬化砼的应用．重庆建筑工程学院学报，第12卷第1期，1990年3月

（编辑：姚国安）

A THEORETICAL BASIS OF EQUATION OF CORRELATION BETWEEN STRENGTH AND ELASTIC MODULUS OF CONCRETE

Wu Lixian

(Chongqing Institute of Architecture and Engineering)

Huo Jinhai

(The New-type Building Materials of China Import and Export Corporation)

ABSTRACT The equation of correlation between compressive strength and elastic modulus of concrete is derived on the basis of modified Burger's model. The result shows that the derived equation is similar to the empirical equation of correlation between compressive strength and elastic moulus of concrete. So this empirical equation is confirmed by rheology theory of concrete.

KEY WORDS compressive strength, elastic modulus, Burgers model, concrete