

⑤ 混凝土 数值模拟 细观结构

37-45

“数值砼”——砼材料细观结构的模拟

钱觉时

(材料科学与工程系)

邹定祺

(建筑工程学院)

TU 528.01

摘要 本文对砼材料细观结构的数值模拟从理论上进行了系统的分析,并给出一些模拟实例,本文最后还对砼材料细观结构数值模拟的发展方向进行了讨论。

关键词 砼,数值模拟,细观结构

中图分类号 TU528

砼是一种多相复合材料,其物理力学性能的优劣受各相的相对比例以及各相的物理力学性能的影响,以往对于这些影响的研究通常是采用试验研究的方法。试验研究不仅工作量巨大,很多时候还受时间和试验条件的限制而无法完成,如研究砼的徐变、收缩,时间跨度达几年,甚至几十年,显然试验研究无法突破时间的。

近年来对砼断裂行为进行很多研究,但主要都是在纯现象观察和连续介质力学的基础上展开,也就是认为砼为一种均质材料而忽略细观上的非均质结构,如果要想解释水泥净浆、砂浆、普通砼、轻集料砼和高强砼不同的断裂行为时,这种方法就显得不足了。

随着计算机技术和数值分析技术的发展,设想通过计算机来制作一种“数值砼”(numerical concrete),然后利用计算机对其进行“计算机试验”(computer experiments),所谓“数值砼”就是要通过数值方法建立一种假想的砼,这种砼能反映砼的细观结构,例如砼中集料的分布、大小、形状的变化,以及砼中各点性质的变化,表现在集料与基体的强度、弹性模量、断裂能的不同等和集料、基体本身的性能波动上,这在数学上属于随机模拟问题;而“计算机试验”就是利用计算机对“数值砼”进行数值分析。

细观断裂力学是新近发展起来的一门学科,这旨在细观层次上对材料中微裂缝的形成和发展进行研究,已成功地用于很多材料包括砼的研究中。细观断裂力学试验研究要借助于很多精密的仪器才能展开,目前还受试验条件的限制。采用数值砼,通过计算机进行模拟将细观断裂力学应用于砼的研究将非常方便和简单。

利用计算机对“数值砼”进行试验,可以突破试验条件、时间的限制就能获得有效的结构,节省人力和财力,因此这方面的研究将有很大的意义。

本文着重探讨数值砼“制作”过程中涉及的数学问题,并给出一些模拟结果,本文最后还讨论了数值砼模拟存在的问题。

* 收稿日期:1994-03-08

钱觉时,男,1962年生,副教授,重庆建筑大学材料与工程系(630045),
得到国家自然科学基金、霍英东教育基金资助

1 材料随机模拟的数学基础—蒙特卡洛方法

计算机模拟是根据系统的数学模型,编制出体现该模型并可以在计算机上执行的程序。这种计算机模拟属于蒙特卡洛(Monte Carlo)方法。蒙特卡洛方法又称统计试验方法,它是研究计算机上产生具有各种概率分布的伪随机数的方法,并通过构造随机模量,使某一随机量的数学期望等于问题中所要求的解。

当系统的输入变量是随机变量时,在计算机上产生该随机变量的独立样本序列是进行计算机模拟的前提之一。首先我们来看均匀随机数序列的产生方法,然后讨论砼材料随机模拟所需要的正态分布的随机数的产生方法。

1.1 均匀分布的随机数—伪随机数的产生

在计算机上几乎总是使用所谓的伪随机数而不是采用(真正的)随机数,这种数为采用算术递推而构成的数列,数列由一个初值唯一确定,数列是周期性的,但周期很长,周期涉及计算机的字节和计算机时参数的输入。这种数列并不是一个严格的随机数序列,所以称为伪随机数。

伪随机数产生都是采用同余法。一般的形式为混合同余式:

$$z_i \equiv az_{i-1} + c \pmod{M} \quad (1)$$

(1) 式中的 a 称为乘子, z_0 称为初始值或种子, c 是常数, M 为模,且 z_0, a, c, M 都是正整数, z_0, a, c 均小于 M , 当给定初始 (z_0, a, c, M) 就可以唯一确定序列 $\{z_i\}$, 设 $R_i = z_i/M$, 则序列 $\{R_i\}$ 就是均匀分布的伪随机数序列。

初始 (z_0, a, c, M) 的选取非常重要。可以证明,当 $M = 2^t$ (t 为计算机的字长), c 为素数,并且 c 与 M 互质, a 被 4 除时余数为 1 时,所产生的伪随机数序列相关性最小。

1.2 正态分布的随机数产生

1.2.1 负指数分布随机数的产生

设在区间 $(0, 1)$ 上均匀分布的随机数为 $\varphi(0, 1)$. 如随机变量 v 有分布密度函数

$$f_v(x) = \begin{cases} e^{-x} & 0 \leq x < \infty \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

这种分布记为 $\Psi(1)$, 产生的方法为:

如 $F_v(r)$ 是 $\varphi(0, 1)$ 上的随机变量, 从而 $1 - F_v(r)$ 也属于 $\varphi(0, 1)$ 的随机变量, 所以:

$$U = 1 - F_v(r) = e^{-r} \quad (3)$$

$$r = -\ln U \quad (4)$$

算法为: (1) 从 $\varphi(0, 1)$ 产生 u

(2) $u \rightarrow r$

1.2.2 正态分布随机数的产生

设随机变量 x 具有分布密度函数

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

为正态分布, 记为 $\Omega(\mu, \sigma)$, 实际上可以只讨论标准正态分布 $\Omega(0, 1)$.

原理: 如 U 为 $\varphi(0, 1)$ 分布, V 有 $\Psi(1)$ 分布, 则

$$\begin{cases} W_1 = (2V)^{1/2} \cos(2\pi U) \\ W_2 = (2V)^{1/2} \sin(2\pi U) \end{cases} \quad (6)$$

是一对相互独立的 $\Omega(0,1)$ 的随机变量。

在具体程序设计时还可进行改进,设 $Y = \cos(2\pi U)$

$$f_1(y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \sqrt{(1-y)^2}} & -1 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (7)$$

如 U_1, U_2 是相互独立的 $\Phi(0,1)$ 的随机变量, s 代表条件: $U_1^2 + U_2^2 \leq 1$, 如 s 成立, $Y = \frac{U_1}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2}}$, 具体实现:

- (1) 从 $\Phi(0,1)$ 产生 u_1
- (2) $2u_1 \rightarrow u_1$
- (3) 如 $u_1 > 1, 0 \rightarrow s, u_1 - 1 \rightarrow u_1$, 转至(5), 否则
- (4) $1 \rightarrow s$
- (5) 从 $\Phi(0,1)$ 产生 u_2
- (6) $2u_2 \rightarrow u_2$
- (7) 如 $u_2 > 1, 0 \rightarrow t, u_2 - 1 \rightarrow u_2$, 转至(9), 否则
- (8) $1 \rightarrow t$
- (9) $u_1^2 + u_2^2 \rightarrow B$
- (10) 如 $B > 1$, 转至(1), 否则
- (11) 从 $\Psi(1)$ 产生 v
- (12) $u_1(2v/B)^{1/2} \rightarrow w_1, u_2(2v/B)^{1/2} \rightarrow w_2$
- (13) 如 $s = 0, -w_1 \rightarrow w_1$, 否则
- (14) 如 $t = 0, -w_2 \rightarrow w_2$, 否则
- (15) 取出 w_1, w_2

这样一次可产生两个相互独立的符合正态分布的随机数。

2 砼微观结构数值模拟的基本理论

砼是一种多相复合材料,为了简化分析,往往将多相复合材料作为多级二相复合材料^[2]。砼材料可视为多级二相复合材料。作为一级二相复合材料,砼可视为由砂浆为基相,粗集料、孔、裂疑为分散相的复合材料。作为二级二相复合材料,砼可视为由水泥浆为基相,细集料、裂缝组为分散相组成的复合材料再作为第一相,粗集料、孔、裂缝组作为第二相的复合材料……。将砼视为一级二相复合材料来对砼微观结构进行模拟,对于砼断裂行为的分析和砼宏观断裂力学分析基本满足要求,当然要分析砼的收缩、徐变等物理力学性能,要将砼视为更高级次的二相复合材料,对砼微观结构进行模拟才能满足要求。

砼视为一级二相复合材料进行模拟,即粗集料、孔、裂缝作为分散在基体砂浆中,不仅分布是随机的,且大小、形状变化也是随机的,因此数值砼的“制作”首先涉及分散相的分布、大小和形状变化的模拟,这方面的工作不少人进行大量的积极尝试,但分散相只考虑了粗集

料。此外基体砂浆受水泥水化程度、孔隙和次一级分散相砂、微裂缝的影响,不同点的基体性能也将发生波动,同时分散相之一的集料的性质也随其位置不同而发生波动,因而数值砼的“制作”还应包括对集料和基体本身性质的波动进行模拟,目前还无资料表明有人对此进行较深入的研究。砼材料的随机模拟目前还受很多条件的限制,特别是计算机容量的限制,因此目前只能是二维上的模拟。

2.1 分散相几何形状的模拟

砼中分散相有不同的形状,将孔假定为圆形、裂缝为直线型或曲线型能基本反映实际情况,但砼中集料的几何形状变化很大,且取决于砼类型,对于陶粒轻集料砼,集料可设定为圆形;对于碎石砼,集料可设定为多边形;而对于卵石砼,集料形状为自然圆形。孔、裂缝分散相与集料分散相可从材料性质上加以区别,具体表现在孔、裂缝分散相的弹性模量可设定为零,而且相对来说,孔、裂缝分散相的模拟比较简单,因此我们这里只讨论集料分散相的几何形状模拟。

2.1.1 圆形集料

相对来说将分散相设定为圆形,在数学上比较容易处理。

圆形集料分散相可用 3 个参数确定:中心坐标 (X_c, Y_c) , 半径 a_c 。

已知二相复合体系的尺寸 L_x 和 L_y , 集料的粒径范围 $a_{min} \sim a_{max}$ 和砼中集料的体积率 V_A 。

具体实现: (1) 从 $\Phi(0, 1)$ 产生 U_1

(2) $U_1 \times L_x \rightarrow$ 集料圆心 X 坐标

(3) 从 $\Phi(0, 1)$ 产生 U_2

(4) $U_2 \times L_y \rightarrow$ 集料圆心 Y 坐标

(5) 从 $\Phi(0, 1)$ 产生 U_3

(6) $U_3(a_{max} - a_{min}) + a_{min} \rightarrow$ 集料半径 a_c

(7) 发生集料重迭, 转至(1), 否则

(8) 集料体积率 $< V_A$, 转至(1), 否则

(9) 退出

2.1.2 多边形集料

碎石砼, 二维以上的集料就为多边形, 相对来说多边形分散相的模拟要复杂一些。我们采用下述方法来产生多边形集料。

我们来看一个五边形的随机产生(见图 1), 首先确定一点 $O(x_0, y_0)$, 一个在 2π 范围内变化的角度 θ_0 作为从 O 点作一射线与 x 轴的夹角, 在射线上取一长度为 a_1 的线段, 得 S_1 点, 再从 O 点以 $\theta_0 + 2\pi/5$ 作射线, 取射

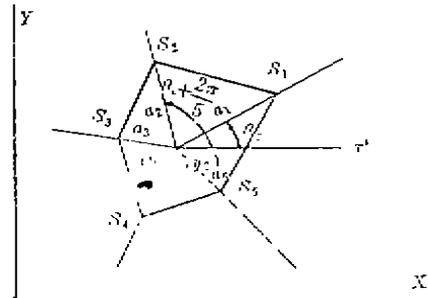


图 1 多边形集料随机模拟示意图

线上 a_2 长得 S_2 点, 然后又从 O 点以 $\theta_0 + 2(2\pi)/5$ 作射线, a_3 为长度为 S_3 点, 由此类推得 S_4, S_5 点, 连接 $S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_4 \rightarrow S_5 \rightarrow S_1$ 点即得五边形。随机模拟时, 多边形的边数, $\theta_0, a_1 \dots a_5, x_0, y_0$ 均是随机的, $a_1 \sim a_5$ 的范围应在 $a_{min}/2 \sim a_{max}/2$ 之内。

多边形集料分散相的特征可用中心坐标 x_0, y_0 , 边数 S , 起始角 θ_0 , 和线段 (a_1, a_2, \dots, a_s) 等参数表示, 这些参数在规定的范围内是随机的。

设二相复合体系的尺寸为 $L_x \times L_y$, 集料的粒径范围为 $a_{min} \sim a_{max}$, 集料的体积率为 V_A , 又设定集料的多边形数在 $S_{min} \sim S_{max}$ 范围内变化.

- 具体实现步骤:
- (1) 从 $\phi(0,1)$ 产生 U_1
 - (2) $U_1(S_{max} - S_{min}) \div S_{min}$ 取整得多边形边数 S
 - (3) 从 $\phi(0,1)$ 产生 U_2
 - (4) $U_2 \times L_x$ 作为多边形中心的横坐标
 - (5) 从 $\phi(0,1)$ 产生 U_3
 - (6) $U_3 \times L_y$ 作为多边形中心的纵坐标
 - (7) 从 $\phi(0,1)$ 产生 U_4
 - (8) $U_4 \times 2\pi$ 为 θ_i
 - (9) 从 $\phi(0,1)$ 产生 U_5
 - (10) $U_5 \times (a_{max}/2 - a_{min}/2) + a_{min}/2$ 作为 $a_i \sim a_s$
 - (11) 发生集料重迭, 转至(1), 否则
 - (12) 集料体积率 $< V_A$, 转至(1), 否则
 - (13) 退出

2.1.3 自然圆形集料

相对来说, 自然圆形集料在自然界中也是常见的, 但其形状的模拟也是最为困难的, Wittmann 等在文[3]中较为详细地介绍了一种称作为形态定律的方法来模拟这类集料. 这里先介绍这种方法的思想, 然后分析这种思想在数学上的实现.

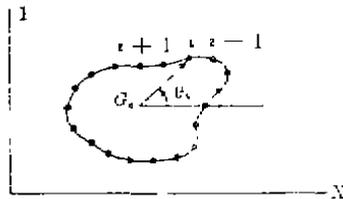


图 2 自然圆形集料截面轮廓在极坐标中的转化

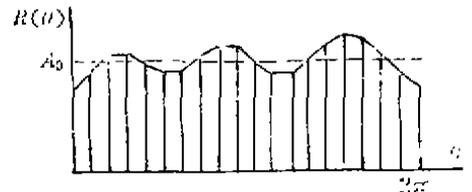


图 3 半径 R 与角度 θ 的关系

对于给定的自然圆形集料, 分析其截面形状的可行方法是将其轮廓线转化极坐标形式, 如图 2 所示, 极坐标的极点选择在截面的重心, 可以画出半径 R 与角度 θ 的函数曲线, 图 3 是一个示例, 图中显示的不规则的函数可用下列方程表示:

$$R(\theta) = A_0 + \sum_{i=1}^4 A_i \cos(i\theta - \alpha_i) \tag{8}$$

式中 A_0 是截面平均半径, A_i 是系数, α_i 是相角.

如果集料来源于同一场地, 集料的特征 A_i 可以用单一函数表示:

$$A_i = f(i) \tag{9}$$

如果我们假定 α_i 是一随机量, 与 i 无关, 就可以确定特征函数 A_i ; 然后也就能模拟出反映这种集料特征的任意轮廓形状. 图 4 是对某一种集料大约 30 个截面的分析结果, 分析时忽略了尺寸效应, 即认为所有的分布接近于一恒定值 A_0 . 图中的曲线是以对数形式给出的. 显然, 取 A_i 与 i 的对数关系为直线形式与试验结果能较好地吻合, 因此特征函数 A_i 可表示为:

$$\ln(A_i) = -p \ln(i) + b \tag{10}$$

式中 p, b 为形态参数。式(10) 称作为某种给定集料的形态定律。

将图 4 所示的形态定律代入(8) 式, 就
可得出这种集料的特征轮廓。

当自然形集料特征 A_i 确定后, 其它特征
可用中心坐标 x_0, y_0 , 平均半径 A_0 , (8) 式中级
数项次 n 和线段 (a_1, a_2, \dots, a_n) 等能数确定,
这些参数在规定的范围内是随机的。

同样设二相复合体系的尺寸为 $L_x \times L_y$,
集料的平均粒径有 $A_{01}, A_{02}, \dots, A_{0m}, A_{0n}$ 等 m 个
系列, (3) 式中形态参数 p, b 已知, (9) 式中 n 的最大数为 N_{max} , 最小数为 N_{min} . 一个任意集料
模拟产生步骤为:

- (1) 从 $\Phi(0, 1)$ 产生 U_1
- (2) $(U_1 \cdot m + 0.5)$ 取整得 $i \rightarrow A_{0i}$
- (3) 从 $\Phi(0, 1)$ 产生 U_2
- (4) $U_2 \times L_x \rightarrow$ 集料中心横坐标
- (5) 从 $\Phi(0, 1)$ 产生 U_3
- (6) $U_3 \times L_y \rightarrow$ 集料中心纵坐标
- (7) 从 $\Phi(0, 1)$ 产生 U_4
- (8) $U_4(N_{max} \sim N_{min}) + N_{min} \rightarrow n$
- (9) 从 $\Phi(0, 1)$ 产生 U_5
- (10) $U_5 \times 2\pi \rightarrow a_1$
- (11) 发生集料重迭, 转至(1), 否则
- (8) 集料体积率 $< V_d$, 转至(1), 否则
- (9) 退出

2.2 集料分散相和基相材料性质的模拟

一级二相复合层次上的砗细观结构的模拟, 不仅应包括分散相几何形状大小的随机模
拟, 还应包括集料分散相和基相材料性质的模拟。

砗断裂时, 其断裂面有贯穿集料, 也有绕过集料, 这种断裂面的变化对砗力学性能和砗
断裂行为有很大的影响, 因此要使数值砗能用于“计算机试验”, 应在细观结构模拟时充分考
虑这些影响。上述情况的出现, 原因之一是由于集料力学性能有波动, 同样基体砂浆, 由于微
裂缝、微孔以及水泥水化程度有一定的随机性, 也存在力学性能的波动。因此, 对集料、基相
材料性质波动的模拟也是砗细观模拟的一个重要方面。

集料和基体性质波动的模拟也属于随机模拟, 砗中的每个集料性质, 不同点的砂浆基体
性质都有差别, 而且某一集料, 某一点的基体的性质一定程度上又是不确定的、随机的和波
动的。

模拟时首先要确定这种波动符合什么样的分布, 一般情况下, 我们将这种波动设定为正
态分布能反映实际情况。从砗力学性能分析角度, 考虑强度、弹性模量和断裂能这三项基本
力学性能的波动就能反映砗细观结构对砗力学性能的影响。相对来说, 材料性能波动的随机
模拟则较为简单。集料的性能波动可在集料形状、大小模拟时间时考虑, 由于集料性能波动

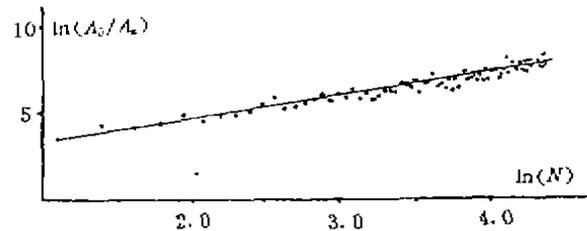


图 4 某种集料 30 个
截面的形态定律

较小,可将同个集料的性能设定为恒定,不同集料的性能是变化的,且变化规律符合正态分布,具体实施时可在每个集料生成以后,从 $\Omega(0,1)$ 产生三个独立的符合正态分布的随机数来形成集料的强度、弹性模量和断裂能。对基相材料性能波动的模拟还与“计算机试验”采用的方法有关,目前来说,采用有限元方法才能比较容易实施对基相材料性能波动的模拟,在对基相进行单元划分时,可从 $\Omega(0,1)$ 产生三个独立的符合正态分布的随机数来构成该单元的强度、弹性模量和断裂能。

很显然,对分散相集料和基相材料性能波动的模拟,实施时则是较为简单的,困难的是在于确定波动符合什么分布,如果是正态分布,分布参数又如何?这些参数确定要在大量试验结果基础上进行统计,有很多问题待进一步研究,但可以肯定这些研究是很有意义的。

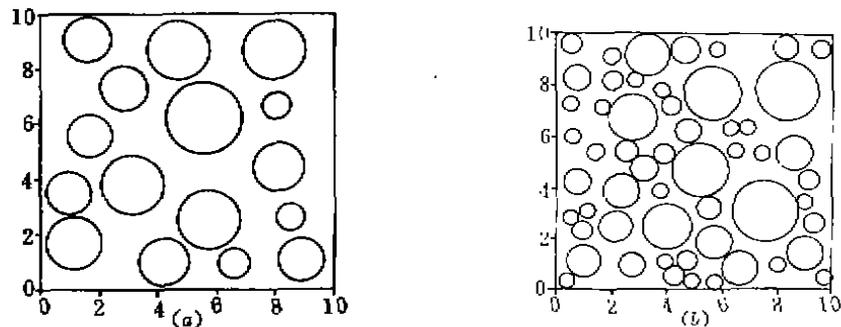


图 5 圆形集料的二维模拟结果

3 砼细观结构模拟举例

砼中集料分散相和基相材料性质的模拟,相对来说比较简单,而且基相材料性质的模拟还与“计算机试验”采用方法有关,这里不作进一步讨论,下面着重介绍砼中集料分散相的随机模拟。

3.1 圆形集料

设二相复合体的尺寸为 10×10 cm, 图 5 是作者的模拟结果;(a) 设粒径范围在 $1 \sim 3$ cm, 集料体积率为 0.4;(b) 设粒径范围在 $0.5 \sim 3$ cm, 集料体积率为 0.5。

3.2 多边形集料

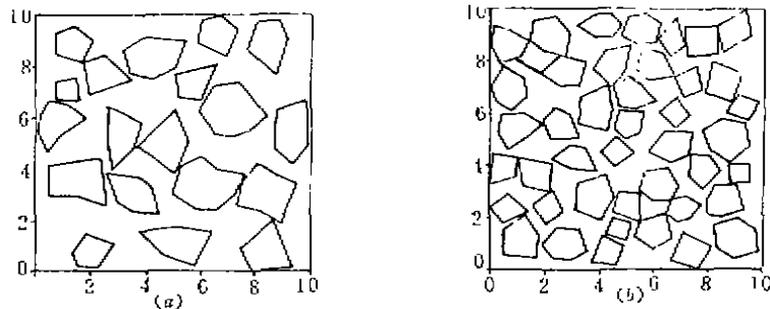


图 6 多边形集料的二维模拟结果

设二相复合体的尺寸仍为 $10 \times 10 \text{ cm}$ 。图 6 是作者的模拟结果。(a) 设集料特征参数 a_{\min} 为 1 cm , a_{\max} 为 3 cm , 多边形在 $4 \sim 8$ 范围内, 即取 $S_{\min} = 4, S_{\max} = 9$, 集料体积率为 0.4 ; (b) 设集料特征参数 a_{\min} 为 1 cm , a_{\max} 为 2 cm , 多边形在 $4 \sim 6$ 范围内, 即取 $S_{\min} = 4, S_{\max} = 7$, 集料体积率为 0.5 。相对来说, 多边形集料模拟比较复杂, 表现在判断集料是否发生重叠上, 数学处理和编程技巧上都有一定的难度。

3.3 自然形集料

设自然形集料的特征 A_i 为文[3]中的试验参数, 即将(10)式改写为下列形式:

$$\ln(A_i / A_0) = 1.33 \ln(i) + 1.925 \quad (11)$$

也设二相复合体系的尺寸为 $10 \times 10 \text{ cm}$ 。图 7 是作者的模拟结果。(a) 设集料截面平均半径 A_0 在 $0.5 \sim 1.5 \text{ cm}$ 范围内, (8) 式中级数项数 n 为 $50 \sim 100$ 范围内, 集料体积率为 0.4 ; (b) 设集料截面平均半径 A_0 在 $0.25 \sim 1.5 \text{ cm}$ 范围内, (8) 式中级数项数 n 在 $50 \sim 100$ 范围内, 集料体积率为 0.5 ; 同样自然集料模拟实施时的难点也是在判断集料是否发生重叠上。

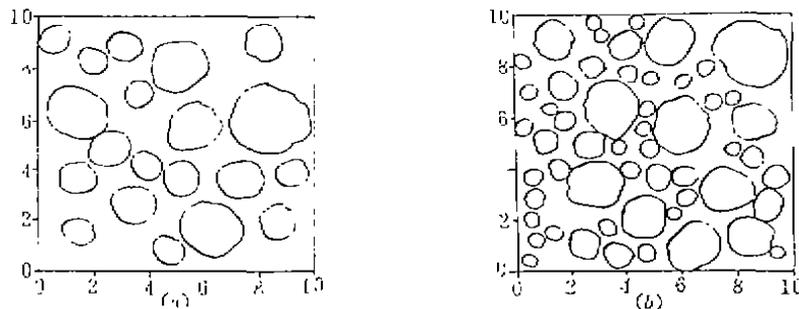


图 7 自然圆形集料的二维模拟结果

4 结论与讨论

根据上面给出的几种集料分散相分布、大小、形状的随机模拟结果来看, 采用蒙特卡洛方法和其它数值方法, 通过有效的计算程序, 砗材料的细观结构模拟是比较容易的。从模拟结果来看, 基本上能反映二维上砗集料分散相的实际情况。根据此模拟结果, 采用数值方法可从细观上对砗断裂行为、砗收缩、砗徐变等进行一定的分析。

根据我们的分析和模拟结果以及其他研究者的结果来看, 可以说砗材料细观结构模拟理论已基本成熟, 但这方面的研究只能算是起步, 还有很多问题有待进一步解决, 只有这些问题得到真正的解决, “计算机试验”的结果才是可信的。接下来我们关于这些问题进行一些讨论, 供进一步研究参考:

① 用数值方法模拟砗细观结构, 并非否定试验研究, 相反, 这种模拟需要建立在大量试验数据统计结果的基础上, 作者上面给出的模拟结果, 假定了集料一些特征参数, 旨在从理论上对砗材料细观结构模拟进行探讨。要结合实际情况分析, 这些集料的特征参数需通过试验确定, 因此有关参数的试验确定将是这方面研究的一个重要方面。

② 对砗断裂、徐变、收缩等的数值分析, 现常用的方法是有限元方法, 从上面的模拟结

果来看,由于集料分布、形状是随机,单元网络的自动划分将是“计算机试验”首先面临的问题,此外还涉及集料与基体的界面单元等问题。

③ 随计算机技术的发展,三维上进行砼细观结构模拟也是可行的,显然三维上细观结构模拟理论上比二维要复杂得多,但要使“计算机试验”结果更接近实际情况,三维上的模拟又是必要的。

④ 本文在对砼材料细观结构进行模拟时,将砼视为一级二相复合材料,直观上接近真实砼细观结构,但由此带来了单元网络自动划分、三维模拟等问题。我们知道砼细观结构模拟是为了反映砼细观上的不均质性,但反映砼细观结构上不均质性可能有多种途径,例如,忽视砼真实的细观结构进行抽象模拟,具体说,忽略砼集料真实的分布、形状、大小,而在对砼体进行单元划分时,某单元要么设定为集料,要么设定为基体,在满足集料体积率的前提下,某单元是集料还是基体是随机的,不同集料单元、基体单元其材料性能在一定范围内也是随机的,这样单元网络自动划分和三维分析等问题就比较简单,但是这种抽象模拟是否能真实地反映砼细观结构对砼宏观行为的影响将有待进一步的研究。

参 考 文 献

- 1 Dahlquist G. and Bjorck A. 包雪松译. 数值方法. 高等教育出版社, 1990
- 2 吴科如. 混凝土破坏机理概论. 混凝土与水泥制品. 1985年1, 2期
- 3 Wittmann F. H. et al. Simulation and Analysis of Composite Structure. *Materials Science and Engineering*, 68 (1984~1985), 239~248
- 4 Zaitsev Y. W. et al. Simulation of Crack Propagation and Failure of Concrete. *Mater. Constr.* 14(1981); 357~365
- 5 Schorn H. Numerical simulation of Composite Materials as Concrete. *Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete* (Ed. by Wittmann F. H.), Elsevier Science Publisher B. V. , 1986

(编辑:姚国安)

NUMERICAL CONCRETE-SIMULATING OF MESO-LEVEL STRUCTURE OF CONCRETE

Qian Jueshi

(Dept. of Material Science and Engineering)

Zou Dingqi

(Faculty of Civil Engineering)

ABSTRACT Theoretical analysis on the numerical simulation meso-level structure of concrete is studied systematically and some simulated results are given in this paper. The existing problems on the numerical simulation of meso-level structure and discussed.

KEY WORDS concrete, numerical simulation, meso-level structure