

# 框架柱抗侧移刚度 D 值的讨论

肖明葵 赖明 李英氏

(建筑工程学院)

**摘要** 通过对上千个框架的框架柱水平抗侧移刚度的分析,考虑实际框架各层各跨梁柱的实际变形对梁柱线刚比影响系数  $\alpha$  及框架水平抗侧移刚度  $D$  值的影响,提出一系列便于计算机编程使用且较为精确的梁柱线刚比  $\alpha$  的计算公式,修正了传统的  $D$  值法。

**关键词** 框架柱, 抗侧移刚度, 抗震设计

**中图法分类号** TU323.501

随着时代的发展和社会的进步,现代化建筑结构逐渐向高层化及多样化发展。规则框架是现代建筑结构形式的最普遍最常见的结构形式之一。为探索工程上适用的多高层建筑结构抗震的简化分析方法,作者在确定剪切型结构层间抗震分析模型时,通过对大量规则框架的分析比较,发现传统的  $D$  值法由于没有考虑框架柱所在框架中的层数及跨数的不同而引起的梁柱变形不同。假设所有各跨各层梁柱具有相同的转角及相同的线位移所得到的梁柱抗侧移刚度  $D$  值,对结构抗震分析的层间模型的层间抗侧移刚度的确定带来较大的误差。后来,沈祖炎等人提出了修正的  $D$  值公式,但由于分析时所选取的结构模型与实际出入较大,仍然有较大误差。本文利用杆系模型等较为精确的方法,求出框架梁柱的实际变形,利用受力与变形的力学关系,求得较为精确的水平抗侧移刚度  $D$  值的计算公式。

## 1 传统的 $D$ 值法

传统的  $D$  值法是采用武藤清所推导的结果。武藤清所推导的  $D$  值是由层高、跨度、柱的线刚度和梁的线刚度分别全相等的多层多跨规则框架推得的<sup>[1]</sup>。即从规则框架中任意取出一部份,如图 1 所示,并假定  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_m = \theta_n = \theta$ ,且假定各柱的  $\frac{\Delta}{h}$  也相等,因此,所有横梁的杆端弯矩都彼此相等,其值为:  $M_L = 6i_L \theta$

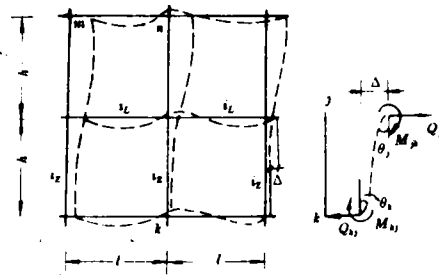


图 1

\* 收稿日期:1994-05-29

肖明葵,女,1952年生,讲师,重庆建筑大学建筑工程学院(630045).

所有柱子的杆端弯矩也彼此相等,其值分别为:

$$M_z = 6i_z\theta - 6i_z \frac{\Delta}{h}$$

$$\theta_z = -\frac{12i_z}{h} \left( \theta - \frac{\Delta}{h} \right)$$

由平衡方程  $\sum M_j = 0$  得:  $2M_z + 2M_L = 0$

解得 
$$\theta = \frac{i_z}{i_z + i_L} \cdot \frac{\Delta}{h}$$

将  $\theta$  代入  $\theta_z$  公式中,并注意到  $D_A = \frac{Q_z}{\Delta}$ ,可得柱子的绝对抗剪刚度为:

$$D_A = \alpha \frac{12i_z}{h^2}$$

式中:  $\alpha = \frac{k}{2+k}$  称为梁柱线刚比影响系数;

$$k = \frac{2i_L}{i_z} \text{ 称为梁柱线刚比。}$$

由于对于某个确定的框架柱,  $i_z$  和  $h$  都是确定的值,故框架柱的绝对抗剪刚度  $D_A$  的取值主要取决于梁柱线刚比影响系数  $\alpha$ ,武滕清对底层  $\alpha$  公式作了修正,当底层柱脚为固端时  $\alpha_{固} = \frac{0.5+k}{2+k}$ ;当底层柱脚为铰接时  $\alpha_{铰} = \frac{0.5k}{1+2k}$ 。

事实上,即使是层高、跨度、梁和柱的线刚度分别全相等的多层多跨框架,在水平力的作用下,随楼层的不同其变形是不相同的。因此,横梁的杆端弯矩和柱子的杆端弯矩和剪力不一定能相等,且多跨框架的中柱和边柱的受力和变形情况也有差异。

## 2 修正的 D 值法

沈祖炎在武滕清 D 值法的基础上,对杆端转角都相等的假定作了修正。沈祖炎假设框架各杆的杆端转角不等<sup>[2]</sup>,所取的框架模型如图 2,但该模型与框架实际变形情况有差异。

对于该模型,由结构力学的转角位移方程得:

$$-Qh = M_{jk} + M_{kj} = 6i_z\theta_j + 6i_z\theta_k - 12k_z \frac{\Delta}{h}$$

而 
$$M_{Lk} = 6i_L\theta_k, \quad M_{Lj} = 6i_L\theta_j$$

所以 
$$M_{kj} + M_{jk} = \frac{M_{Lk} + M_{Lj}}{k} - 12i_z \frac{\Delta}{h}$$

令 
$$M_{Lk} + M_{Lj} = -\varphi(M_{kj} + M_{jk})$$

则上式变为 
$$(M_{kj} + M_{jk}) \left( 1 + \frac{\varphi}{k} \right) = -12i_z \frac{\Delta}{h}$$

或  $D = \frac{Q}{\Delta} = \frac{12i_z}{h^2} \cdot \frac{k}{\varphi+k}$ ,式中:  $\frac{k}{\varphi+k} = \alpha$ ,则为沈祖炎所修正的  $\alpha$  表达式。该式的关键在于确定  $\varphi$  值,沈祖炎对  $\varphi$  值作了近似推导,采用的是弯矩分配法,且假定相邻柱的转动刚度都相等而得出关于底层、顶层及中间层的  $\varphi$  值,继而求得框架底层、顶层和中间层的  $\alpha$  值。由于

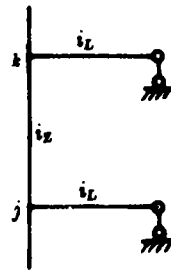


图 2

弯矩分配法仅适用于无侧移刚架,且假定相邻柱的转动刚度都相等,不符合实际,使得修正的  $\alpha$  值公式的误差仍然很大。

### 3 本文对 $D$ 值的修正

鉴于以上所讨论的计算  $D$  值的公式误差较大,且所采用的假定及修正的方法不合理。本文为较为准确地确定框架柱抗侧移刚度,对各种框架的梁柱线刚比影响系数  $\alpha$  值作了修正。对于各种梁柱线刚比( $k = 0.1 \sim 5.0$ ) (因梁柱线刚比较大的情况下,成为强梁弱柱的框架,而武膝清的  $D$  值法对于强梁弱柱的框架是足够精确的),各种楼层(框架层数从 1 ~ 12 层以上)的多跨多层的上千个框架采用杆系模型,并考虑到地震荷载使框架产生水平侧移的特点,作用在框架上的荷载取为水平均布荷载和水平倒三角形荷载两种,电算分析分别求得在这两类荷载作用下各类框架的实际变形和内力,求得各柱的剪力  $Q_z$  和各柱的层间相对位移  $\Delta$ ,并由剪力、位移之间的力学关系知:柱的剪力  $Q_z$  和层间相对位移  $\Delta$  及柱的抗侧移刚度之间存在如下关系:

$$D_A = \frac{Q_z}{\Delta}$$

从而可以求得  $D_A$  值,然后,由  $D$  值与梁柱线刚比的关系式:

$$D_A = \alpha \frac{12i_z}{h}$$

反求出各类框架在不同荷载作用下的梁柱线刚比系数  $\alpha$  值的精确解。从所得结果可以看出,梁柱线刚比系数  $\alpha$  值不仅与梁柱线刚度的  $k$  值有关,而且与框架的总层数及框架柱在框架中的位置(如在某一层,中柱还是边柱等)这些因素有关。不同层数的框架及不同位置的框架柱有不同的  $\alpha$  值,这是由于框架各杆的杆端转角并不相等,且层间相对位移也不相等,因此,本文采用精确计算方法所得的  $\alpha$  值其精度大为提高,能更好地应用于工程计算及抗震结构分析模型的参数确定。

为方便工程应用,本文将求得的  $\alpha$  值制表查用。同时,考虑到目前多高层建筑内力分析均采用电算分析,为方便计算机程序编制,本文采用参数识别的复合形方法,选定  $\alpha$  值的非线性回归模型,求出  $\alpha$  的计算公式。考虑到  $\alpha$  值的变化与框架的总层数,框架柱在框架中的位置及梁柱线刚比等因素都有关系,其关系可从图 3 中看出,因此,选用数学模型为:

$$\alpha = \frac{Ak}{(B + ck)m^n n^k}$$

式中,  $A, B, C, D, E$  为待定常数,  $k$  为梁柱线刚比,  $m$  为框架总层数,  $n$  为第  $n$  层柱。采用复合形方法确定  $A, B, C, D, E$  等待定常数,拟合  $\alpha$  值的曲线。

复合形方法是在非线性约束的  $n$  维设计空间内,取  $2n$  个顶点构成复合形,然后对复合形的各顶点函数值逐一比较,不断去掉最坏点,代之以既能满足约束条件又可使目标函数有所改进的新点,逐步调向最优点,其框图如下:

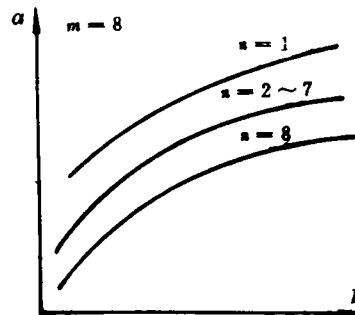


图 3

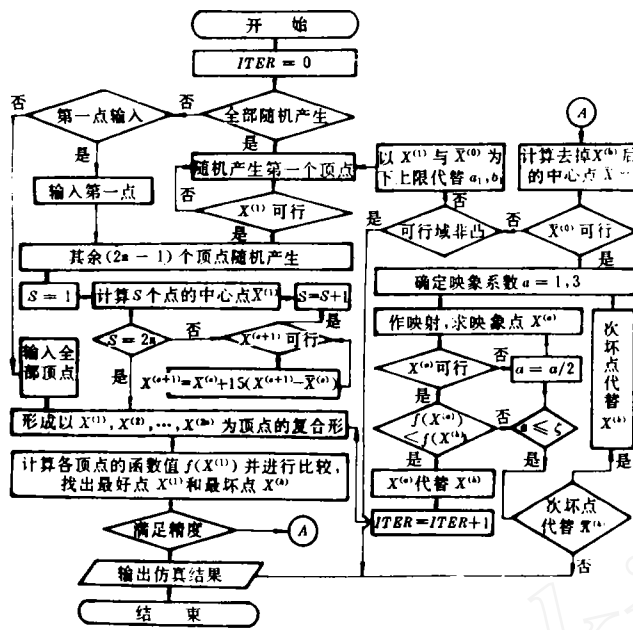


图 4

从图 3 中还可看出, 底层和顶层与中间各层曲线离散较大, 故拟合曲线分为三组, 底层、顶层及中间层分别拟合, 这三组曲线中每组又有四个公式, 分别为中柱和边柱以及三角形分布荷载和均布荷载的作用。采用复合形方法拟合, 得各组曲线为:

$$\text{底层倒三角形荷载: } \begin{cases} \text{边柱: } \alpha = \frac{4.811864k}{(2.061435 + 5.760921k)m^{0.114791}} \\ \text{中柱: } \alpha = \frac{10.89529k}{(6.276176 + 11.04505k)m^{0.100462}} \end{cases}$$

$$\text{底层均布荷载: } \begin{cases} \text{边柱: } \alpha = \frac{9.419173k}{(4.325336 + 10.0187k)m^{0.09372522}} \\ \text{中柱: } \alpha = \frac{16.68358k}{(7.5147798 + 19.26138k)m^{0.09353144}} \end{cases}$$

$$\text{顶层倒三角形荷载: } \begin{cases} \text{边柱: } \alpha = \frac{4.518964k}{(4.593557 + 3.152782k)m^{0.7936926}n^{0.1559735}} \\ \text{中柱: } \alpha = \frac{2.184966k}{(2.800463 + 2.562112k)m^{0.4861791}n^{0.3154213}} \end{cases}$$

$$\text{顶层均布荷载: } \begin{cases} \text{边柱: } \alpha = \frac{2.169843k}{(2.309985 + 1.431895k)m^{0.6072993}n^{0.1198163}} \\ \text{中柱: } \alpha = \frac{1.750465k}{(2.777609 + 1.197678k)m^{0.4985408}n^{0.2922983}} \end{cases}$$

$$\text{中间层倒三角形荷载: } \begin{cases} \text{边柱: } \alpha = \frac{33.95921k}{(47.76186 + 42.04399k)m^{0.02356829}n^{0.207696}} \\ \text{中柱: } \alpha = \frac{2.535271k}{(2.080204 + 1.411743k)m^{0.4474836}n^{0.08045336}} \end{cases}$$

$$\text{中间层均布荷载: } \begin{cases} \text{边柱: } \alpha = \frac{0.6471767k}{(0.461319 + 0.436050k)m^{0.3300434}n^{0.2026028}} \\ \text{中柱: } \alpha = \frac{1.716081k}{(1.668252 + 1.194238k)m^{0.3396469}n^{0.04351911}} \end{cases}$$

### 4 算例分析及讨论

八层规则钢筋混凝土框架如图 5 所示。其梁和柱的线刚度写在圆圈内，受水平倒三角形的荷载作用，以 D 值法，杆系模型法及本文推荐的 D 值计算公式求柱的剪力 Q，并列表分析比较其结果。

各柱剪力如附表，剪力单位为 kN。

从算例分析可以看出，本文推荐的 α 值计算公式有较高的精度。尤其是底层和顶层回归公式计算结果与杆系模型的精确解吻合较好。本套公式的最大优点是规律性强，格式统一，便于在编制结构分析的计算机程序时使用，公式的工程适用性强，可用于剪切型结构和剪弯型结构层间模型中的层间抗剪刚度的计算及各类框架的内力分析中。

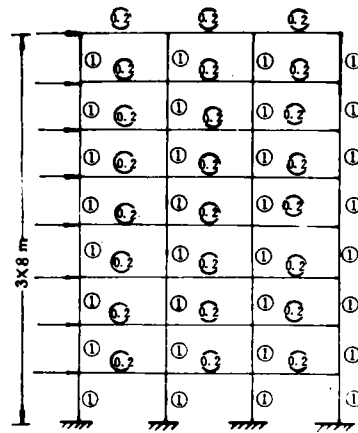


图 5

附表 单位: kN

精确解	本文推荐公式解	D 值法解	精确解	本文推荐公式解	D 值法解	精确解	本文推荐公式解	D 值法解	精确解	本文推荐公式解	D 值法解
9.987	8.93	6.18	30.23	31.07	33.8	30.12	31.07	33.8	9.753	8.93	6.18
25.80	23.35	26.38	49.29	51.64	48.62	49.21	51.64	48.62	25.70	23.35	26.38
36.01	34.0	36.93	69.09	71.03	68.07	69.09	71.03	68.07	35.90	34.0	36.93
44.88	42.50	45.73	85.21	87.48	84.27	85.13	87.48	84.27	44.78	42.50	45.73
52.10	51.00	52.76	106.90	99.31	97.23	106.80	99.31	97.23	58.11	51.00	52.76
64.50	58.81	58.04	110.60	106.20	106.96	110.50	106.20	106.96	64.45	58.81	58.04
64.50	66.89	61.56	110.60	108.20	113.40	110.50	108.20	113.44	64.45	66.89	61.56
78.63	78.97	82.59	101.80	105.36	97.40	101.50	105.36	97.40	78.05	78.97	82.59

## 参 考 文 献

- 1 武藤清. 结构物动力设计. 北京: 中国建筑工业出版社, 1984
- 2 同济大学《多层及高层房屋结构设计》编写组. 多层及高层房屋结构设计. 上海科学技术出版社, 1986  
(编辑: 刘家凯)

## A DISCUSSION ABOUT THE HORIZONTAL LATERAL RESISTING STIFFNESS OF FRAMES COLUMNS

*Xiao Mingkui      Lai Ming      Li Yingmin*

(Faculty of Civil Engineering)

**ABSTRACT** This paper presents a series of modified beam-column linear-stiffness ratio coefficient  $\alpha$  formulas, based on analysis of the horizontal lateral resisting stiffness of thousands of real frames. The factor that real deformation, which occurs in various frame stories and spans, affects the beam-column linear stiffness ratio  $\alpha$  and the horizontal lateral resisting stiffness is considered in this paper. The formulas presented by this paper are more accurate and convenient for making up computing procedures, and can be provided for seismic design and used for determining the horizontal lateral resisting stiffness in structural designs.

**KEY WORDS** frames' columns, lateral resisting stiffness, seismic design