(11) 塔式起重机． 动态响应． 输入激励． 载荷 时间函数

67-71

塔机动态响应输入激励的载荷时间函数求解*

宋立权 TH 213.301
（机电工程学院）

摘　要　从动力学的观点，由塔机起升动力装置在不同工况下的机械特性，导出了载荷时间函数，为塔机动态响应的研究，为塔机系统振动方程的求解提供了符实的输入激励。

关键词　动态响应，输入激励，时间函数

中图法分类号　TH213.302

随着高层建筑的兴起，塔式起重机已成为建筑工程中必不可少的施工机械，并日益朝着大型、重载和超高的方向发展。工作时频繁的起、制动使塔机这样一个多自由度的弹性系统处于冲击和振动的动态过程。研究塔机动力学、变静强度设计为动强度设计，需研究塔机机构——结构系统的动态响应过程。响应与系统的固的特性、动力装置的机械特性即输入激励，密切相关。将塔机系统视为一多自由度的质量弹性系统，由能量原理求出各代换质量及代换刚度，可建立起系统的振动微分方程组（另文讨论）。

$$[M][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + [K][X] = [F] \tag{1}$$

$[M]$、$[C]$、$[K]$—— 分别为质量矩阵、阻尼矩阵及刚度矩阵；

$[\ddot{X}]$、$[\dot{X}]$、$[X]$—— 分别为加速度矩阵、速度矩阵及位移矩阵；

$[F]$—— 为输入激励的列阵。

$[F]$ 列阵中，包含有与起升载荷有关的元素，还含有与动力装置机械特性有关的输入激励。以电动机作为动力装置的原动机，其机械特性通常以 $M = f(\omega)$ 的函数形式表出（M—— 电机驱动力矩，ω—— 电机角速度）。在这种情况下，应用模态分析的方法对振动微分方程组（1）的解耦将变得异常困难，不仅要引入状态向量，而且还要求解复模态矩阵。为求出系统的真实动态响应，不应对 $M = f(\omega)$ 作简化或将其视为常量。为使方程组易于解耦，应将 $M = f(\omega)$ 变换为时间函数，即具有形如 $F = f(t)$ 的形式，在这种情况下，当阻尼矩阵为比例阻尼或振型阻尼时[2]，由模态分析方法，易于求出系统的真实响应。因此，输入激励的时间函数求解是动态响应研究的关键之一。

1　动力装置的机械特性分析

用于塔机起升机构的交流异步电动机多为绕线式电机。转子串电阻使其起动转矩大、起

* 收稿日期：1994-12-12
宋立权，男，1952年生，讲师，重庆建筑大学机电工程学院(630045)

动功率因素高，其机械特性如图 1 所示。

在串入电阻后，图 1 中第象一限线 1、2、3、4、5 为起升特性(设五级起动)、当电机型号确定后，可由[3] 求出最大起动力矩 $M_{q\max}$($M_{q\max} = 2.1\ Mn$) 和最小起动力矩 $M_{q\min}$($M_{q\min} = 1.1Mn$，Mn 为额定力矩)。

图 1 中第四象限为下降特性，线 6、7 均为加电阻后的特性。线 6 为正向电动状态的反接制动，线 7 为能耗制动。线 8、9 为回馈制动特性，线 8 为自然特性，线 9 为人为特性。

起升或下降制动工况时，采用液压杆制动器，可视制动力矩为常数，它与原动机机械特性无关。

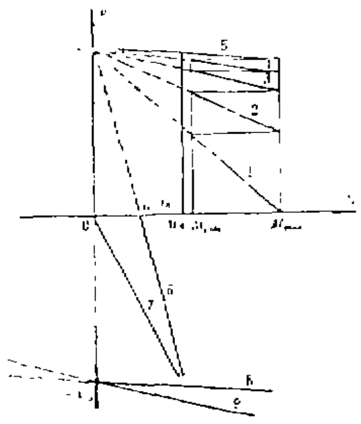

图 1

2　振动方程组输入激励时间函数求解

2.1　负载转矩 M_Z

M_Z 为起升载荷换算至电机轴上的负载转矩

$$M_Z = QD\eta/2ai \tag{2}$$

式中　$Q = Q_0 + Q_1 + Q_2$

Q_0—— 物品重量

Q_1—— 吊具重量

Q_2—— 起重钢绳重量

a—— 起重滑轮组倍率

D—— 卷筒直径

η—— 总效率

$\eta = \eta_{机构}\cdot\eta_{卷筒}\cdot\eta_{导轮}\cdot\eta_{滑轮组}$

i—— 机构传动比

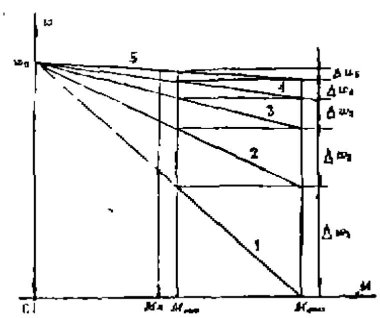

图 2

2.2　上升起动工况

由图 2 知，对第 k 组起动，电机力矩为

$$M_k = M_{q\max}\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \sum\limits_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j}\qquad 并定义\ \Delta\omega_0 = 0 \tag{3}$$

该级的加速力矩为

$$\Delta M_k = M_k - M_Z = \frac{M_{q\max}(\omega_0 - \omega) - M_Z\left(\omega_0 - \sum\limits_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)}{\omega_0 - \sum\limits_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j} \tag{4}$$

取电机轴为等效构件，J_i 为重物、吊具、钢绳、滑轮、卷筒以及机构中可动构件代换至等构件上的等效转动惯量(由动能相等原理)。

由动量矩定理的微分形式，对等效构件

$$J_d \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \Delta M_k \qquad \frac{J_d \mathrm{d}\omega}{\Delta M_k} = \mathrm{d}t$$

即
$$\frac{J_d\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)\mathrm{d}\omega}{M_{q\max}(\omega_0 - \omega) - M_Z\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)} = \mathrm{d}t \tag{5}$$

式(5)积分区间为　$\omega\left(\sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j, \omega\right)$　$t(0,t)$

解式(5)，求得

$$t = \frac{J_d}{M_{q\max}}\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)\ln\frac{(M_{q\max} - M_Z)\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)}{M_{q\max}(\omega_0 - \omega) - M_Z\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)} \tag{6}$$

或
$$\omega_0 - \omega = \frac{M_Z}{M_{q\max}}\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right) + \frac{M_{q\max} - M_Z}{M_{q\max}}\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)e^{-\frac{M_{q\max}t}{J_d\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)}} \tag{7}$$

式(7)代入式(4)，求得第 k 起动级的加速力矩 ΔM_k 的时间函数为

$$\Delta M_k = M_k - M_Z = (M_{q\max} - M_Z)e^{-\frac{M_{q\max}t}{J_d\left(\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j\right)}} \qquad t(0,\Delta t_k) \tag{8}$$

现求第 k 起动级上角速度增量 $\Delta\omega_k$ 及时间增量 Δt_k。

由图 2 知

对第 k 起动级
$$\frac{M_{q\max} - M_{q\min}}{\Delta\omega_k} = \frac{M_{q\max}}{\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j} \tag{9}$$

对第 $k+1$ 起动级
$$\frac{M_{q\max} - M_{q\min}}{\Delta\omega_{k+1}} = \frac{M_{q\max}}{\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j} \tag{10}$$

上两式相比
$$\frac{\Delta\omega_{k+1}}{\Delta\omega_k} = 1 - \frac{\Delta\omega_k}{\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j} \tag{11}$$

又由式(9)有
$$1 - \frac{\Delta\omega_k}{\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j} = \frac{M_{q\max}}{M_{q\min}} \tag{12}$$

由式(11)，(12)知
$$\frac{\Delta\omega_{k+1}}{\Delta\omega_k} = \frac{M_{q\max}}{M_{q\min}} = r \tag{13}$$

或
$$\Delta\omega_{k+1} = r\Delta\omega_k = \cdots = r^k\Delta\omega_1 \tag{14}$$

故
$$\omega_0 - \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j = r^{k-1}\omega_0 \tag{15}$$

又由图 2 知，当 $\omega = \sum_{j=0}^{k-1}\Delta\omega_j$ 时，$M_k = M_{q\min}$　(16)

式(13)、(15)、(16)代入式(6)，求得第 k 起动级的时间为

$$\Delta t_k = \frac{J_d \cdot \omega_0 r^{k-1}}{M_{q\max}}\ln\frac{M_{q\max} - M_Z}{M_{q\min} - M_Z} \tag{17}$$

知
$$\Delta t_{k+1} = r\Delta t_k = \cdots = r^k\Delta t_1 \tag{18}$$

将式(15) 代人式(8) 求得第 k 起动级的力矩时间函数为：

$$M_k(t) = (M_{q\max} - M_Z)e^{-\frac{M_{q\max}t}{J_i\omega_0 r^{k-1}}} + M_Z \tag{19}$$

若该力矩换算至卷筒，并以力形式，则求得振动微分方程组的第 k 级输入激励力形式的时间函数为

$$\begin{aligned} F_k(t) &= \frac{2M_k(t)}{D}\cdot i\cdot \eta_{机构}\cdot \eta_{卷筒} \\ &= \left(\frac{2M_{q\max}}{D}\cdot i\cdot \eta_{机构}\cdot \eta_{卷筒} - \frac{Q}{a\eta_{导轮}\cdot \eta_{滑轮组}}\right)e^{-\frac{M_{q\max}t}{J_i\omega_0 r^{k-1}}} \\ &\quad + \frac{Q}{a\eta_{导轮}\cdot \eta_{滑轮组}} \qquad (k = 1,2,\cdots,5) \end{aligned} \tag{20}$$

其中 $t(0,\Delta t_k)$，Δt_k 由式(17) 确定。

2.3 下降起动工况

此时电机由轴上吸收功率。

2.3.1 特性 6

由图 1 知 $$M = kMn\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right) \qquad \omega \leqslant 0 \tag{21}$$

加速力矩 $$\Delta M = M - M_Z = KMn\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right) - M_Z \tag{22}$$

由 $J_i\dfrac{d\omega}{dt} = \Delta M$，求得电机驱动力矩为

$$M(t) = M_Z - (M_Z - KMn)e^{-\frac{KMn}{J_i\omega_0}t} \tag{23}$$

换算至卷筒，力形式的输入激励时间函数为

$$F(t) = \frac{Q}{a}\eta_{导轮}\eta_{滑轮组} - \left(\frac{Q}{a}\eta_{导轮}\eta_{滑轮组} - \frac{2KMni}{D\eta_{机构}\eta_{卷筒}}\right)e^{-\frac{KMn}{J_i\omega_0}t} \tag{24}$$

2.3.2 特性 7

由图 1 $\quad M = -\beta\omega \qquad \omega \leqslant 0$

求得电机机械特性时间函数为 $$M(t) = M_Z\left(1 - e^{-\frac{\beta}{J_i}t}\right) \tag{25}$$

换算至卷筒，输入激励时间函数为

$$F(t) = \frac{Q}{a}\eta_{导轮}\eta_{滑轮组}\left(1 - e^{-\frac{\beta}{J_i}t}\right) \tag{26}$$

2.3.3 特性 8

$$M = -\frac{2\lambda M_n}{S_k}(1 + \omega/\omega_0) \qquad \omega \leqslant -\omega_0 \tag{27}$$

式中 $\lambda = \dfrac{M_m}{M_n}$—— 最大转矩倍数；$S_k = S_e(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1})$；$S_e$—— 额定转差率；

S_k—— 临界转差率.

加速力矩 $\quad \Delta M = M - M_Z$

由 $J_i\dfrac{d\omega}{dt} = \Delta M$ 求得 $$M = M_Z\left(1 - e^{-\frac{2\lambda M_n}{J_i S_k\omega_0}t}\right) \tag{28}$$

换算至卷筒，输入激励时间函数为

$$F(t) = \frac{Q}{a}\eta_{导轮}\cdot \eta_{滑轮组}\left(1 - e^{\frac{2\lambda M_n}{J_i S_k\omega_0}t}\right) \tag{29}$$

2.3.4　制动工况

采用液压推杆制动器，制动力矩可视为常数，只需将该力矩换算至卷筒即可。

3　结束语

本文较为详尽地讨论了各种工况下动力学方程的输入激励时间函数的求解，给出了解析表达。研究塔机的动态响应，应从过渡过程入手。因此，对上升起动工况，在求解动力学方程时，应将前一起动级时间结束时的动态响应作为后一起动级的初始条件，依次求解直至进入稳定运转阶段。对下降起动工况，可根据实际情况，选用相应特性的输入激励时间函数。

塔机动力学研究是一个较为复杂和具有一定难度的课题。不同工况下的输入激励不同，其动力学方程也不尽相同。仅从上升起动工况来看，也需分为不同情况来考虑，不能一概而论。重物悬挂在空中的上升起动与重物从地面的上升起动是不同的，并且重物从地面上升起动又可分为起动前钢绳是张紧的还是松驰的，是否使用了预备挡。此外，还与地基的弹性有关，这些情况下，动力学方程是不相同的。在方程建立无误的条件下，正确使用本文提供的激励函数，可保证动力响应具有符实性。笔者用本文的激励函数，对各种工况进行较为详尽的探讨，响应输出与工程实际相符。

参 考 文 献

1　唐锡宽，金德闻．机械动力学．北京：高等教育出版社

2　张维屏．机械振动学．北京：冶金工业出版社

3　起重机设计规范．GB3811-83

4　刘瑞琦等．起重运输机械电气设备．北京：中国铁道出版社

5　宋立权．塔式起重机起升机构——金属结构系统动态响应的研究．研究生论文，1988

（编辑：刘家凯）

THE SOLUTION OF LOAD TIME FUNCTION IN INPUT EXCITATION OF DYNAMIC-STATE RESPONES OF A TOWER CRANE

Song Liquan

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering)

ABSTRACT　According to the properties of mechanisms in different working orders, this paper provides the load-time function by dynamic view. The input excitation is useful for the study of tower crane dynamic-state, and true for solution of tower crane dynamic equation. The view and way in the paper have the meaning of theory and practice for other engineering machinery.

KEY WORDS　dynamic-state respones, input excitation