

# 决定单自由度体系弹塑性地震 反应的结构参数分析

⑥  
42-48

TU311.3  
~~TU313~~

黄宗明

孙勇

(重庆建筑大学建筑工程学院 630045)

(深圳华筑工程设计有限公司 518031)

**摘要** 文章分析了决定单自由度系统弹塑性地震反应的基本结构参数,在此基础上,给出了地面运动幅值对单自由度体系弹塑性地震反应各物理量的影响关系。

**关键词** 弹塑性地震反应, 基本结构参数, 输入幅值影响

结构地震

中图法分类号 TU313

## 1 问题的提出

在结构地震反应分析中,单自由度体系具有重要的地位和作用。一方面,单自由度体系的数学模型简单,便于研究地面运动特性对结构反应的影响规律;另一方面,根据一定的等效原则,多自由度体系的总地震作用或总输入能的确定可以转化为等效单自由度体系的分析。因此,结构地震反应的各种谱,如加速度反应谱、延性谱、强度谱及能量谱的研究,往往是针对单自由度体系进行的,然后推广用于多自由度体系。但是,当结构进入弹塑性阶段后,即便是单自由度体系,表征其动力特性的基本结构参数是比较复杂的,在目前发表的有关研究论文和报告中,结构参数的取法或定义很不一致,这对研究成果的应用和对比分析都不利。

根据等效粘滞阻尼假设,单自由度体系在地面运动加速度作用下的运动微分方程为:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m} \dot{x}(t) + r(x) = -\ddot{y}(t) \quad (1)$$

式中  $x(t)$  为质点相对于地面的位移;  $m$  为系统的的质量;  $c$  为系统的阻尼系数;  $r(x)$  为单位质量的系统恢复力;  $\ddot{y}(t)$  为地面运动加速度。

其中质量  $m$ 、阻尼系数  $c$  和滞回恢复力  $r(x)$  是描述结构动力特性的物理量。质量  $m$  的取值比较单纯,但阻尼和恢复力参数的选取则有多种不同形式。本文从结构分析的角度,对结构参数的选取进行讨论,在此基础上,分析地面运动幅值对结构弹塑性地震反应的影响规律。

## 2 阻尼系数 $C$

收稿日期:1995-11-09

黄宗明,男,1957年生,教授

国家自然科学基金资助项目

结构地震反应分析中最常采用的是瑞雷阻尼(Rayleigh Damping)模型。瑞雷阻尼假设阻尼矩阵与刚度矩阵和/或质量矩阵成比例,即

$$[C] = a[M] + b[K] \quad (2)$$

式中  $a$ 、 $b$  为常数。

根据振型正交条件,待定常数  $a$ 、 $b$  与振型阻尼比之间应满足关系

$$\zeta_k = \frac{a}{2\omega_k} + \frac{b\omega_k}{2} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

式中  $n$  为体系的自由度。任意指定两个振型阻尼比  $\zeta_i$  和  $\zeta_j$  后,可按下式确定比例常数

$$\left. \begin{aligned} a &= 2 \left( \frac{\zeta_j}{\omega_j} - \frac{\zeta_i}{\omega_i} \right) / \left( \frac{1}{\omega_j^2} - \frac{1}{\omega_i^2} \right) \\ b &= 2 (\zeta_j \omega_j - \zeta_i \omega_i) / (\omega_j^2 - \omega_i^2) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其余振型的阻尼比由式(3)求得。

当瑞雷阻尼推广用于弹塑性时程分析时,由于系统刚度矩阵  $[K]$  随时间的变化,使瑞雷阻尼矩阵可以具有多种不同的形式。其一般表达式可以写为

$$[C] = a[M] + b[K_t] + b_0[K_0] \quad (5)$$

式中  $[K_t]$  为系统瞬时切线刚度矩阵;  $[K_0]$  为系统初始刚度矩阵;  $a$ 、 $b$  和  $b_0$  为比例系数,  $b$  与  $b_0$  不同时在式中出现。

根据式(5)中所含项数的不同以及比例系数计算方式的差异,瑞雷阻尼可以有以下三类八种不同的形式。

(1)  $b = 0$ , 系数  $a$  与  $b_0$  由系统的初始刚度求得, 记为  $C_1$ 。共有  $C_1(a, b_0)$ 、 $C_1(a)$  和  $C_1(b_0)$  三种形式, 括弧内的参数表示矩阵  $C_1$  中具体包含的项。此时  $C_1$  是常阻尼系数矩阵, 实际上这三种形式分别是弹性分析时的瑞雷阻尼、质量比例阻尼和刚度比例阻尼。

(2)  $b_0 = 0$ , 系数  $a$  与  $b$  由系统的初始刚度求得, 记为  $C_2$  共有  $C_2(a, b)$  和  $C_2(b)$  两种不同形式。  $C_2$  的特点是比例系数是常数, 但刚度矩阵是时变的, 因此阻尼矩阵也是时变的。

(3)  $b_0 = 0$ , 系数  $a$  与  $b$  根据系统的瞬时切线刚度求得, 记为  $C_3$ , 共有  $C_3(a_t, b_t)$ 、 $C_3(a_t)$  和  $C_3(b_t)$  三种形式, 式中下标  $t$  表明比例系数是随时间变化。  $C_3$  的特点是比例系数和刚度矩阵均是时变的。

对于单自由度系统, 由于  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ,  $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta$ , 由式(4)得到瑞雷阻尼的待定系数  $a$ 、 $b$  的表达式为

$$\left. \begin{aligned} a &= \zeta \omega \\ b &= \zeta / \omega \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

于是有

$$c_1(a) = a \cdot m = \zeta \omega_0 m \quad (7a)$$

$$c_1(b_0) = b_0 \cdot k_0 = \zeta / \omega_0 \cdot k_0 = \zeta \omega_0 m \quad (7b)$$

$$c_1(a, b_0) = a \cdot m + b_0 \cdot k_0 = 2\zeta \omega_0 m \quad (7c)$$

式中  $\omega_0$  为系统初始圆频率;  $\zeta$  为系统的初始阻尼比;  $k_0$  为系统的初始刚度;  $m$  为系统的质量。

以上各式表明, 在单自由度系统中,  $c_1$  模型的三种阻尼形式是等价的。顺便指出, 最为常见的单自由度弹性系统在地面运动作用下的运动微分方程为

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{x}(t) + \omega_0^2x(t) = -\ddot{y}_k(t) \quad (8)$$

由此可见,弹性分析中实际上普遍采用的是瑞雷阻尼  $c_1(a, b_0)$ 。

对于  $c_3$  模型,同理有

$$c_3(a_i) = a_i \cdot m = \zeta\omega_i m \quad (9a)$$

$$c_3(b_i) = b_i \cdot k_i = \zeta/\omega_i \cdot k_i = \zeta\omega_i m \quad (9b)$$

$$c_3(a_i, b_i) = a_i \cdot m + b_i \cdot k_i = 2\zeta\omega_i m \quad (9c)$$

式中  $\omega_i$  为系统瞬时圆频率,  $k_i$  为系统瞬时刚度,  $c_3$  模型的三种不同形式也是等价的。

对于  $c_2$  模型,有

$$c_2(b) = b \cdot k_r = \zeta/\omega_0 \cdot k_r = \zeta\omega_0 m \left(\frac{\omega_r}{\omega_0}\right)^2 \quad (10a)$$

$$c_2(a, b) = a \cdot m + b \cdot k_r = \zeta\omega_0 m \left[1 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_0}\right)^2\right] \quad (10b)$$

可见  $c_2(a, b)$  在  $c_2(b)$  的基础上向上平移了  $\zeta\omega_0 m$ 。我们将  $c_1(b)$  乘以常数 2, 这样既不影响  $c_2(b)$  的变化规律, 又能使其表达式与其它几种阻尼形式接近。

综合以上分析, 瑞雷阻尼的三类八种不同形式, 在单自由度体系中可以归结为独立的四种, 即

$$c_1(a, b_0) = 2\zeta\omega_0 m \quad (11a)$$

$$c_2(b) = 2\zeta\omega_0 m \left(\frac{\omega_r}{\omega_0}\right)^2 \quad (11b)$$

$$c_2(a, b) = \zeta\omega_0 m \left[1 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_0}\right)^2\right] \quad (11c)$$

$$c_3(a_i, b_i) = 2\zeta\omega_0 m \frac{\omega_r}{\omega_0} \quad (11d)$$

对于阻尼系数  $c$  而言, 以上四种形式的阻尼中只有  $c_1(a, b_0)$  是常数, 其它三种形式中阻尼系数都是随频率比  $\omega_r/\omega_0$  变化的。通常情况下结构的弹性后刚度总是小于初始刚度, 因而有  $\omega_r/\omega_0 \leq 1$ , 即瑞雷阻尼的各种形式在弹塑性振中的阻尼系数总是小于或等于弹性振动时的阻尼系数。以上四种模型的阻尼系数  $c$  随  $\frac{\omega_r}{\omega_0}$  的变化规律如图 1 所示。从图中可以看到, 阻尼系数从大到小的排列顺序依次为  $c_1(a, b_0)$ 、 $c_2(a, b)$ 、 $c_3(a_i, b_i)$  和  $c_2(b)$ 。

以上四种形式的阻尼目前都有人采用<sup>[1][4]</sup>

<sup>[5]</sup> 而且分析表明<sup>[2]</sup>, 不同阻尼模型对结构反应的影响是不可忽略的。但是, 由于缺乏具有说服力的试验验证, 究竟采用哪一种阻尼形式比较符合实际还是一种不能明确回答的问题。作者在文献<sup>[7]</sup>中通过三对小型单层钢框架的动力试验和相应的静力对比试验的研究, 认为当分析中所采用的恢复力模型与实际情况一致时, 采用  $c_1(a, b_0) = 2\zeta\omega_0 m$  比较符合实际, 即弹性动力分析和弹塑性动力分析宜采用相同的阻尼形式。

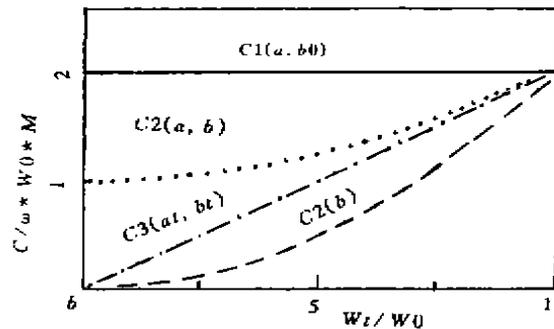


图 1 阻尼系数  $c$  随  $\omega_r/\omega_0$  的变化

从式(11)不难看出, 不论采用哪种阻尼形式, 描述阻尼的基本参数均为阻尼比  $\zeta$ , 当采用  $c = 2\zeta\omega_0 m$  时, 系统的运动微分方程(1)可以改写为

$$\ddot{x}(t) + (4\pi\zeta/T_0)\dot{x}(t) + r(x) = -\ddot{y}(t) \quad (12)$$

其中  $T_0$  为系统的初始自振周期。

### 3 恢复力的控制参数

#### 3.1 屈服强度比

结构的弹塑性动力反应与其屈服强度的大小密切相关, 在所有有关结构弹塑性地震反应规律的研究中, 屈服强度比都是必须考虑的结构参数之一。屈服比的定义主要有以下几种。

1) 相对于地面运动峰值加速度的定义  $\rho_g$

$$\rho_g = \frac{R_y}{m y_{\max}} = \frac{r_y}{y_{\max}} \quad (13)$$

式中  $R_y$  为系统的屈服抗力;  $r_y$  为单位质量的屈服抗力;  $y_{\max}$  为地面运动加速度的峰值。  $\rho_g$  的物理意义为使体系屈服的质点加速度与地面运动峰值加速度之比。美国的大多数研究者采用这样的定义<sup>[1]</sup>。

2) 相对于完全弹性反应抗力要求的定义  $\rho_e$

$$\rho_e = R_y / R_e = r_y / r_e \quad (14)$$

式中  $R_e$  为完全弹性分析得到的系统恢复力绝对最大值;  $r_e$  为单位质量的弹性恢复力最大值。  $\rho_e$  的物理意义为系统的屈服抗力与完全弹性反应抗力要求之比。当  $\rho_e \geq 1$  时, 系统处于完全弹性状态; 当  $\rho_e < 1$  时, 系统进入弹塑性状态。中国的研究者习惯采用式(14)的定义<sup>[6]</sup>。

3) 相对于系统重量的定义  $\rho_w$

$$\rho_w = R_y / W = r_y / g \quad (15)$$

式中  $W$  为系统的重量,  $g$  为重力加速度。日本的一些研究者习惯采用这样的定义<sup>[1]</sup>。

以上三种形式的屈服比定义都在某种程度上反映了结构强度相对于地震作用的大小程度,  $\rho_g$  单纯从地面运动峰值来体现地震作用,  $\rho_w$  单纯从结构质量方面考虑地震作用, 而  $\rho_e$  则综合考虑了地面运动特性和结构本身动力特性对地震作用的影响, 因而更合理一些, 物理意义也更加明确, 因此我们建议采用式(14)定义的屈服比。

#### 3.2 恢复力模型特征参数

由于实际结构或构件在耗能特性上的多样性, 结构地震反应分析中的恢复力模型也是多种多样的。其中的两线型模型具有形式简单、计算方便同时又能反映结构弹塑性滞回本质特征的特点, 因而得到最为广泛的应用, 是研究结构弹塑性地震反应规律的基本模型。

两折线滞回恢复力模型如图(2)所示, 其特性参数可由系统的初始周期  $T_0$ 、屈服强度比  $\rho_e$  及第二刚度系数  $p$  按以下公式确定:

$$k_1 = 4(\pi/T_0)^2 \quad (16a)$$

$$k_2 = p \cdot k_1 \quad (16b)$$

$$r_y = \rho_e \cdot r_e \quad (16c)$$

$$\delta_y = 0.25(T_0/\pi)^2 r_y \quad (16d)$$

其中式(16c)采用了式(14)的屈服比定义。当采用其它形式的屈服比定义时, 式(16c)有不同的

表达形式。

### 3.3 位移延性系数 $\mu$

在结构弹塑性地震反应分析中,位移延性  $\mu$  也是一个十分重要的指标,通常将其定义为

$$\mu = \frac{|x(t)|_{\max}}{\delta_y} \quad (17)$$

对于具有相同自振周期  $T_0$  的系统来说,屈服抗力  $r_y$  和屈服位移  $\delta_y$  与屈服比成正比。屈服比减小时,体系的反应增大,因而  $\mu$  增大;屈服比增大时,体系的反应减小,因而  $\mu$  减小。给定屈服比后,有一个位移延性  $\mu$  与之对应;反过来,给定系统的位移延性反应  $\mu$ ,也能大致确定与之对应的一个系统屈服比,当

给定系统的屈服比时,可求出系统的各种等强度反应谱,如等强度延性谱、等强度能量谱等。当指定系统的延性反应  $\mu$  时,可求出系统的等延性反应谱,如等延性强度谱、等延性能量谱等。但在计算等延性谱时,需要进行迭代计算,即先假定一个屈服比  $\rho$ ,然后根据算出的  $\mu$  对  $\rho$  进行修正,直到满足目标延性系数。

综上所述,单自由度系统受地面运动加速度作用的运动方程可写为式(12)的形式。当给定系统的恢复力滞回规律后,决定单自由度系统非弹性地震反应的基本结构参数主要有四个,它们分别是  $T_0$ 、 $\zeta$ 、 $\rho$  和  $\mu$ (求等强度谱时),或  $T_0$ 、 $\zeta$ 、 $\rho$  和  $\mu$ (求等延性谱时)。因而单自由度体系在地震作用下的弹塑性反应一般可以表达为:

$$S = S(H, T_0, \zeta, \rho, \rho) \quad (18a)$$

或

$$S = S(H, T_0, \zeta, \rho, \mu) \quad (18b)$$

式中  $H$  表示恢复力模型的滞回规律。

## 4 地面运动幅值对单自由度体系弹塑性动力反应的影响

在研究地面运动参数对结构弹塑性地震反应的影响时,常常对输入地面运动进行比例幅,即将地面运动时程乘以某一大于零的常数  $a$ ,使其峰值调整到所希望的值。这样做的主要有两个,一是对同一地面运动进行不同程度的调幅,以考察地面运动幅值对结构反应的影响;二是将不同地面运动的峰值调整至同一数值,消除幅值的影响,从而考察地面运动其它参数如频谱特性或持时等对结构反应的影响。

将式(12)两端乘以常数  $a$ ,得

$$\bar{x}''(t) + (4\pi\zeta/T_0)\bar{x}'(t) + \bar{r} = -\bar{y}''(t) \quad (19a)$$

$$\text{式中 } \bar{x}(t) = a \cdot x(t), \bar{r}(t) = a \cdot r(t), \bar{y}''(t) = a \cdot y''(t) \quad (19b)$$

上式在任意时刻  $t$  均成立,因而  $\bar{r}(x)$  与  $r(x)$  的滞回路径是完全相似的,如图 3 所示。事实上,只要取屈服强度  $\bar{r}_y = a \cdot r_y$ ,其它参数如  $k_1$  和  $\rho$  等不变,其结果就是  $\bar{r}(x)$ 。

式(19b)表明,若在地面运动加速度乘以缩放因子  $a$  的同时,将体系的屈服强度也乘以  $a$ ,则质点相对位移速度和加速度反应为原来的  $a$  倍;由于能量是力对位移的积分,因而当质点的相对位移速度和加速度反应为原来的  $a$  倍时,各能量反应为原来的  $a^2$  倍。

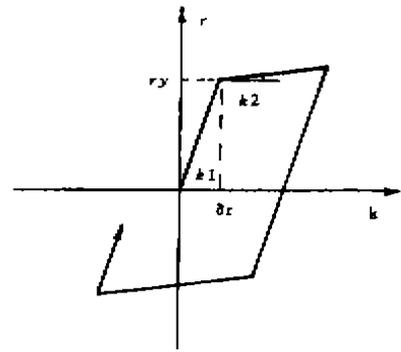


图 2 双线型恢复力模型

由屈服强度比  $\rho_x$  和  $\rho$  的定义式 (13) 和 (14) 可知, 当地面运动加速度和系统屈服强度同时乘以相同的常数  $a$  时, 屈强比将保持不变。但对于式 (15) 定义的屈强比  $\rho_w$ , 不存在这样的规律。

设地面运动加速度和体系的屈服强度同时乘以缩放因子  $a$  后, 体系的延性反应为  $\bar{\mu}$  则

$$\bar{\mu} = \frac{\bar{x}_{max}}{\bar{\delta}_v} = \frac{a \cdot x_{max}}{a \cdot \delta_v} = \frac{x_{max}}{\delta_v} = \mu \quad (20)$$

上式表明体系的延性反应不变。

综合以上分析, 得到如下规律: 具有相同基本结构参数 ( $H, T_0, \zeta, p, \rho$ ) 的单自由度体系, 其弹塑性相对位移、速度和加速度反应与地面运动幅值成正比, 各能量反应与地面运动幅值的平方成正比, 而延性反应与地面运动幅值无关。

利用上述性质, 在研究中可以将地面运动峰值加速度调整为单位值 (如 100 gal), 建立归一化的各种弹塑性反应谱, 消除幅值影响因素。

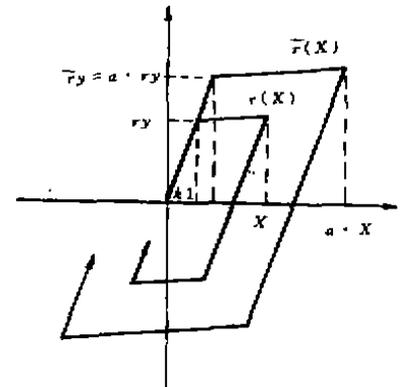


图3  $\bar{r}-\bar{x}$  与  $r-x$  滞回曲线

## 5 结 语

1) 当给定系统的恢复力滞回规律后, 决定单自由度系统弹塑性地震反应的基本结构参数主要有四个, 它们分别是系统自振周期  $T_0$ 、阻尼比  $\zeta$ 、第二刚度系数  $p$  和屈服强度比  $\rho$  (求等强度谱时) 或位移延性反应系数  $\mu$  (求等延性谱时)。

2) 当采用式 (13) 或式 (14) 作为屈服强度比的定义时, 具有相同基本结构参数的单自由度体系的弹塑性相对位移、速度和加速度反应与地面运动幅值成正比, 各能量反应与地面运动幅值的平方成正比, 而延性反应与地面运动幅值无关。

### 参 考 文 献

- 1 Chin-Hsiung Loh, and Ri-Chuan, Ho, Seismic damage assessment based on different hysteretic rules. Earthquake Engrg. and Structural Dynamics, Vol. 19, 1990
- 2 Leger, P., and Dussult, S., Seismic-energy dissipation in MDOF structures. J. Struct. Engrg., ASCE, 118(5), 1992
- 3 铃木哲夫, 武田寿一. 结构承载力与强震时最大塑性变形关系的能量研究(之一). 国外地震工程, 2期, 1984
- 4 Fajfar, P., Vidic, T., and Fischinger, M., On energy demand and supply in SDOF systems Nonlinear Seismic Analysis and Design of Reinforced Concrete Buildings, ED. by Fajfar, P., and Krawinkler, H., Elsevier Science Publishing Co., Inc. New York, 1992
- 5 Takayanagi, T., and Schnobrich, W. C., "Non-linear dynamic analysis of coupled-wall systems Earthquake Engrg. Struct. Dyn., 7(1), 1979
- 6 建筑抗震设计规范, GBJ11-89, 北京
- 7 Huang, Z. M., Bat, S. L., and Lai, M., Identification of damping of structures in inelastic range, Proc. 11th World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, 1996

(编辑: 王秀玲)

## On Determinative Parameters of SDOF Systems in Elasto - plastic Earthquake Response

*Huang Zongming*

(Faculty of Civil Engineering, Chongqing Jianzhu University)

*Sun Yong*

(Shenzhen Huazhu Company of Architectural Engineering Design Ltd.)

**Abstract** Parameters dominating elasto - plastic earthquake response of SDOF systems, relation between ground motion amplitude and elasto - plastic response of SDOF systems are presented in this paper.

**Key Words** elasto - plastic earthquake response, dominant parameters, input amplitude effect

\*\*\*\*\*

(上接 41 页)

## An Experimental Research on Thermal Behaviour of the Office With A Floor - Mounted Split Type Air - conditioner

*He Tianqi*

( Faculty of Urban Construction, CJU)

**Abstract** Some thermal behaviours including the pattern of the efflux of air supply , the uniformity of room temperature and air velocity are all - sidedly analysed and evaluated, based on the tests in a typical office with a floor - mounted split type AC - er. Several conclusions on some applications in engineering that the engineers and technicians are concerned with are presented in this paper.

**Key Words** office, split type AC - er, air distribution, experimental research