第19卷 第4期
1997年8月
重庆建筑大学学报
Journal of Chongqing Jianzhu University
Vol. 19 No. 4
Aug. 1997

一类广义 Liénard 系统零解全局渐近稳定性

(14)
81-88

O175.13

杨启贵 周焯华
(广西师范大学 桂林 541001) (重庆建筑大学 630045)

摘 要 研究如下非线性微分方程

$$\begin{cases}\dot{x}=\Phi(x)h(y)-F(x)P(x,y)\\ \dot{y}=-g(x)Q(x,y)\end{cases} \tag{1}$$

得出了(1)三个无环的充分条件和两个全局稳定性定理,这些结果推广了文献[1]的结果。

关键词 微分方程, 极限环, 渐近稳定性 Liénard方程

中图法分类号 O175.13

对 Liénard 方程

$$\begin{cases}\dot{x}=y-F(x)\\ \dot{y}=-g(x)\end{cases}$$

的零解全局渐近稳定性问题,已知结果如文献[2-5],以往大都运用 Liapunov 第二方法研究这个问题,文献[1,6-8]则采用定性理论中的方法分别讨论了 Liénard 方程及其更广泛的系统

$$\dot{x}=h(y)-F(x)\quad \dot{y}=-g(x)$$

与

$$\dot{x}=h(y)-F(x)\quad \dot{y}=-g(x)Q(x,y)$$

的全局渐近稳定性。本文在[1]的基础上,利用定性方法的 Filippov 变换,探讨更一般的二阶非线性方法

$$\begin{cases}\dot{x}=\Phi(x)h(y)-F(x)P(x,y)\\ \dot{y}=-g(x)Q(x,y)\end{cases} \tag{1}$$

所得结论包括[1]的结果为特例。

没有特别指出,本文总设

1) Φ、h、F、$g:R\to R$ 连续,P、$Q:R^2\to R$ 连续,$xg(x)>0(x\neq0)$,$yh(y)>0(y\neq0)$,且满足解的存在唯一性,原点是(1)的唯一奇点。

2) $0<l\leqslant\Phi(x)\leqslant L$, $0<m\leqslant Q(x,y)\leqslant M$, $n\leqslant P(x,y)\leqslant N$

3) 作 Filippov 变换

$$z=G(x)=\int_0^x g(s)\mathrm{d}s$$

收稿日期:1996-05-10
杨启贵. 男,1965年生,助教
本文获世川良一基金资助

设 $x_1(z)$, $x_2(z)$ 分别是 $z=G(x)$ 在 $x>0$ 和 $x<0$ 时的反函数，令 $z_1=G(+\infty)$, $z_2=G(-\infty)$，于是记

$$\Phi_i(z)=\Phi(x_i(z)) \qquad F_i(z)=F(x_i(z))$$

$$p_i(z,y)=p(x_i(z),y) \qquad Q_i(z,y)=Q(x_i(z),y)$$

其中 $0<z<z_i$ 、$i=1,2$。则当 $x\geqslant 0$ 和 $x\leqslant 0$ 时系统(1)分别等价于下面两个方程

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=[F_1(z)p_1(z,y)-\Phi_1(z)h(y)]\cdot\frac{1}{Q_1(z,y)}, \quad z\in(0,z_1) \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=[F_2(z)p_2(z,y)-\Phi_2(z)h(y)]\cdot\frac{1}{Q_2(z,y)}, \quad z\in(0,z_2) \tag{3}$$

1 结 果

本文主要结论是

定理1 设1)—3)成立，且

4) $\exists\alpha,k>0$，使当 $y>0$ 时有 $h(y)\leqslant\frac{M}{L}ky^{\alpha}$

5)下面条件之一满足

(1) 当 $n>0$ 时，$F_1(z)\geqslant\frac{M}{n}a\,z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$

(2) 当 $N<0$ 时，$F_1(z)\leqslant\frac{M}{N}a\,z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$

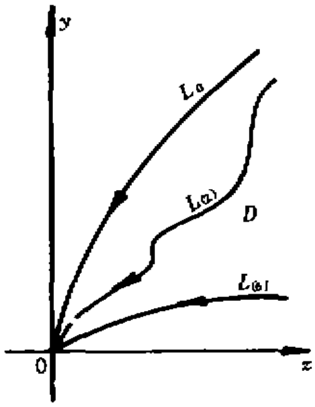

图1

其中 $a=(\alpha+1)\left[K\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}$，则系统(1)不存在极限环。

定理2 设1)—3)成立，且

4)′ $\exists\alpha,k>0$，使得当 $y<0$ 时 $|h(y)|\leqslant\frac{M}{L}k|y|^{\alpha}$

5)′ 下面条件之一满足

(1) 当 $n>0$ 时，$F_2(z)\leqslant-\frac{M}{n}a\,z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$； (2) 当 $N<0$ 时，$F_2(z)\geqslant-\frac{M}{N}a\,z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$

其中 $a=(\alpha+1)\left[K\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}$，则系统(1)不存在极限环。

下面就系统(1)的一种特殊情况，再给出无环的条件。

考虑满足1)、3)的系统

$$\dot{x}=h(y)-F(x)P(x,y) \qquad \dot{y}=-g(x)q(y) \tag{1'}$$

其中 $q(y)>0$，由3)则得系统在 $x\geqslant 0$ 和 $x<0$ 上分别等价于

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=\frac{1}{q(y)}[F_1(z)p_1(z,y)-h(y)], \quad z\in(0,z_1) \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=\frac{1}{q(y)}[F_2(z)p_2(z,y)-h(y)], \quad z\in(0,z_2) \tag{5}$$

定理3 在系统(1)′和(4)、(5)中，若1)、3)成立，且

6) $q(y)>0$，当 $z\in(0,\min(z_1,z_2))$ 时，$F_1(z)p_1(z,y)>F_2(z)p_2(z,y)$ 或者 $F_2(z)p_2(z,y)>F_1(z)p_1(z,y)$。则系统(1)′不存在极限环。

定理 4　设 1)—5)成立，且

7) $z_1=z_2=+\infty$；$\exists\ 0<\bar{K}<K$，使 $|h(y)|\geqslant\frac{m}{l}\bar{K}|y|^{\alpha}$，$h(y)$ 可导，$\lim\limits_{|y|\to+\infty}\frac{h'(y)}{h(y)}=0$

8) $z\geqslant0$ 时，下列条件之一满足

(1) 当 $n>0$ 时，$F_2(z)\leqslant\frac{M}{N}a_2z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$；　(2) 当 $N<0$ 时，$0>F_2(z)\geqslant\frac{M}{n}a_2z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$

其中 $a_2=\left(0,(\alpha+1)\left[\bar{K}\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}\right)$，则系统(1)的零解是全局渐近稳定的。

定理 5　若 1)—3)，4)′、5)′，7)．成立，且

8)′ $z\geqslant0$ 时，下列条件之一满足

(1) 当 $n>0$ 时，$F_1(z)\geqslant-\frac{M}{N}a_2z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$

(2) 当 $N<0$ 时，$0<F_1(z)\leqslant-\frac{M}{n}a_2z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$

其中 $a_2\in\left(0,(\alpha+1)\left[\bar{K}\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}\right)$，则系统(1)的零解是全局渐近稳定的。

2　辅助定理

引理 1　系统

$$\frac{dz}{dy}=az^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}-K|y|^{\alpha-1}y\qquad(y>0)\tag{6}$$

其中 α、$K>0$，$a=(\alpha+1)\left[K\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}$，则(6)存在一条进入原点的积分曲线

$$L_{(6)}:\quad y=\left(\frac{\alpha+1}{K\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha+1}}z^{\frac{1}{\alpha+1}}\quad z\geqslant0,\ y\geqslant0$$

证　将 $L_{(6)}$ 直接代入系统(6)验证即得。

类似可得

引理 2　若 α，$K>0$，$a=(\alpha+1)\left[K\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}$，则系统

$$\frac{dz}{dy}=-az^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}-K|y|^{\alpha-1}y\qquad(z\geqslant0,\ y<0)\tag{7}$$

存在一条进入原点的积分曲线

$$L_{(7)}:\quad y=-\left(\frac{\alpha+1}{K\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha+1}}z^{\frac{1}{\alpha+1}}\qquad z\geqslant0,\ y\leqslant0$$

引理 3[9]　当 $|a|<(\alpha+1)\left[K\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha+1}}$ 时，方程 $\frac{dz}{dy}=az^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}-K|y|^{\alpha-1}y\quad z\geqslant0$ 的任一非退化积分曲线和正、负 y 轴各交一点，并且对任一固定的直线 $z=z_0$，当 $|y_0|$ 充分

大时，可使过$(0,y_0)$的点的积分曲线同 $z=z_0$ 有且仅有两个交点，其中一个在 z 轴上方，另一个在 z 轴下方。

引理 4[9] 若 $a>0, aN>0$，则方程$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=a z^{\frac{a}{a+1}}+N \quad z\geqslant 0$

的任一积分曲线 $y=y(z)$，当 $a>0$ 时，有$\lim\limits_{z\to\infty} y(z)=+\infty$；当 $a<0$ 时，有$\lim\limits_{z\to\infty} y(z)=-\infty$。

3 定理证明

定理 1 证明 取 L_0: $y=(a+1)^{\frac{1}{a}}\left(\frac{a+1}{Ka}\right)^{\frac{1}{a+1}} z^{\frac{1}{a+1}}(z\geqslant 0, y\geqslant 0)$，显见 L_0 在 $z-y$ 平面上位于引理 1 中的积分曲线 $L_{(6)}$: $y=\left(\frac{a+1}{Ka}\right)^{\frac{1}{a+1}} z^{\frac{1}{a+1}}(z\geqslant 0, y\geqslant 0)$ 之上。记由 L_0 和 $L_{(6)}$所界区域为 D，在 D 中若 5)(1)满足有 $\quad a z^{\frac{a}{a+1}}-Ky^{a}>0$

比较(2)和系统(6)

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=[F_1(z)p_1(z,y)-\Phi_1(z)h(y)]\cdot\frac{1}{Q_1(z,y)}\geqslant\left(\frac{M}{n}a z^{\frac{a}{a+1}}\cdot n-L\cdot\frac{M}{L}K|y|^{a-1}y\right)\frac{1}{M}$$

$$=a z^{\frac{a}{a+1}}-K|y|^{a-1}y$$

类似条件 5)(2)时亦有上式。

所以从 D 出发的系统(2)的积分曲线 $L_{(2)}$ 沿着 y 下行时不可能穿过 $L_{(6)}$，再由系统(1及条件 1)—3)知在$\{(z,y)\mid z>0, y>0\}$中无奇点且 $L_{(2)}$不可能与正 y 轴相交，因此 $L_{(2)}$必趋于原点，这就证明了系统(1)不存在极限环。

定理 2 证明

根据引理 2，类似定理 1 证明即可。

定理 3 证明

先证 $F_1(z)P_1(z,y)>$的情形，考虑

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=\frac{1}{q(y)}[F_1(z)p_1(z,y)-h(y)], \qquad z\in(0,z_1) \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=\frac{1}{q(y)}[F_2(z)p_2(z,y)-h(y)], \qquad z\in(0,z_2) \tag{9}$$

若下一列条件之一不满足，则(1)'显然不存在极限环。

1)' 系统(8)从 y 轴($y>0$)上任一点出发的积分曲线 $L_{(8)}$，当 y 下行时与负 y 轴相交；

2)' 系统(9)从负 y 轴上任一点出发的积分曲线 $L_{(9)}$，当 y 上行时与正 y 轴相交。

现假定 1)',2)'都成立

设 $A(0,y_A)(y_A>0)$为正 y 轴上任一点，系统(8)从 A 出发的积分曲线$L_{(8)}$与负 y 轴交 $B(0, y_B)(y_B<0)$，而系统(9)从点 B 出发的积分曲线与正 y 轴交点 $C(0, y_C)(y_C<0)$。

由定理 3 假设有

$$\left.\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}\right|_{(8)}>\left.\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}\right|_{(9)}$$

因而 $y_A > y_C$。回到 $x-y$ 平面，知系统(1)的任何积分曲线不会封闭，从而不可能存在极限环。

同理可证，当 $F_2(z)\,p_2(z,\ y) > F_1(z)\,p_1(z,\ y)$ 时，系统(1)′也不存在极限环。

定理 4 证明

先考虑系统满足 1)—5)、7)、8)(1)情形 1。

下面利用引理 3、引理 4 证之。

1) 系统(1)零解全局吸引的证明

在情形 1 的条件下，系统(1)从 D 上任上点出发的积分曲线必趋于原点，故只需证系统(1)从 D 以外其它点出发的积分曲线也趋于原点即可，证明步骤如下

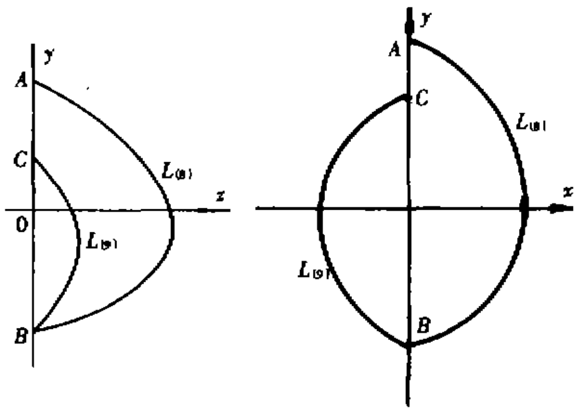

图 2

(A) 系统(3)从负 y 轴上任一点出发的积分曲线 $L_{(3)}$ 或趋向原点，或与正 y 轴相交；

(B) 系统(2)从任一点出发的积分曲线 $L_{(2)}$ 或进入原点、或定与负 y 轴相交。

若(A)、(B)得证，这样就证明了系统(1)从任一点出发的积分曲线、或直接进入原点，或进入第一象限，而在第一象限积分曲线沿正向，y 是下行的，它进入 D，再由 D 进入原点。事实上，若(1)的积分曲线在 $L_{(6)}$: $y = \left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha+1}} z^{\frac{1}{\alpha+1}}\ (z \geqslant 0, y \geqslant 0)$ 之上方，由定理 1 证知 $L_{(2)}$ 必趋于原点。若积分曲线 $L_{(2)}$ 在 $L_{(6)}$ 之下方，由(B)得与负 y 轴相交，再由(A)得或趋于原点、或进入第一象限。

证明(A)

(1) 先证当 $|y|$ 充分大时，系统(3)从点 $(0, -|y_N|)$ 出发的积分曲线 $L_{(3)}(N)$ 若不进入原点，就必与正 y 轴相交。

任取 $z_0 > 0$，作直线 $z = z_0$，由于 $\lim\limits_{|y| \to +\infty} |h(y)| = +\infty$，因此对于任给 $\varepsilon > 0$，$\exists R > 0$，当 $|y| > R$ 时，对于 $0 \leqslant z \leqslant z_0$，一致有

$$\left|\frac{Q_2(z,y)}{F_2(z)P_2(z,y) - \Phi_1(z)h(y)}\right| < \varepsilon \qquad (\star)$$

设系统(1)从点 $N(0, -|y_N|)$ 出发的积分曲线 $L_{(3)}(N)$ 当 y 上行时不与直线 $z = z_0$ 相交，因为导数有限，$L_{(3)}(N)$ 不可能与 y 轴平行，所以沿着 y 上行时，易知 $L_{(3)}(N)$ 若不趋于原点、则必然与正轴相交。记曲线

$$L_{(a_2\bar{K})}:\quad a_2 z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} - \bar{K}|y|^{\alpha-1}y = 0 \qquad (y > 0)$$

设 $L_{(3)}(N)$ 与直线 $z = z_0$ 相交于 P_0，由不等式$(\star)$、可取 $|y_N| > R$ 充分大，使 P_0 点的 y 坐标 $|y_{P_0}|$ 也充分大，以保证点 P_0 位于 z 轴下方。现将系统(3)和系统

$$\frac{dz}{dy} = a_2 z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} - \bar{K}|y|^{\alpha-1}y \qquad y > 0 \tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=a_2 z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}-\frac{l}{m}e^2 \quad y<0 \tag{11}$$

分别在 $y\geqslant0$ 和 $y<0$ 上作比较，其中 $-e^2=\min\limits_{-|y_{P_0}|<y}\{h(y)\}$，过点 P_0 在直线 $z=z_0$ 的右方作系统(11)的积分曲线 $L_{(11)}(P_0)$，由引理 4 知 $L_{(11)}(P_0)$ 与正 z 轴相交，记交点为 $P_1(z_{P1},0)$。过 P_1 作系统(10)的积分曲线 $L_{(10)}(P_1)$，由引理 3 知 $L_{(10)}(P_1)$ 随着 y 上行时与正 y 轴相交，因此 $L_{(10)}(P_1)$ 与 $L_{(a_2,\bar{K})}$ 相交，记交点为 P_2，在 $L_{(a_2,\bar{K})}$ 下方，易证 $L_{(3)}(P_0)$ 位于曲线 $\widehat{P_0P_1P_2}$ 之左侧，并与 $L_{(a_2,\bar{K})}$ 相交于 P'_2（P'_2 不一定与 P_2 重合）。

考虑系统

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=-\frac{m}{M}a_2 z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}-\frac{m}{M}\bar{K}\,|y|^{\alpha-1}y \tag{12}$$

易验证系统(12)满足引理 3 条件，因此(12)从 P'_2 出发的积分曲线一定与正 y 轴相交。在 $L_{(a_2,\bar{K})}$ 上方，因为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}&=[F_2(z)p_2(z,y)-\Phi_2(z)h(y)]\cdot\frac{1}{Q_2(z,y)}\\&\leqslant\left(\frac{M}{N}a_2 z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}\cdot N-\frac{m}{l}\bar{K}\,|y|^{\alpha}\cdot l\right)\frac{1}{M}\\&=\frac{m}{M}a_2 z^{\frac{\alpha}{\alpha+1}}-\frac{m}{M}\bar{K}\,|y|^{\alpha-1}y\end{aligned}$$

所以 $L_{(3)}(P'_2)$ 沿着 y 上行时，总位于 $L_{(12)}(P'_2)$ 之左侧，因而 $L_{(3)}(P'_2)$ 也与正 y 轴相交。这就证明了 $L_{(3)}(N)$ 与正 y 轴相交。

(2) 再证 $|y|\leqslant R$ 时，系统(3)从负 y 轴出发的积分曲线 $L_{(3)}(N)$（其中 $N(0;|y_N|)$（$|y_N|<R$）为负 y 轴上任一点），或趋于原点，或与正 y 轴相交。

根据系统(3)的定义，$L_{(3)}(N)$ 沿 y 上行时，易知有两种趋势：

(a) 在 z 轴下方趋于原点；

(b) 穿过 z 轴，位于 z 轴的上方。

若(a)出现，则(1)的零解为全局吸引。

若(b)出现，和 $|y|>R$ 时方法相同，可证 $L_{(3)}(N)$ 与正 y 轴。

综上所述，(A)证明完毕。

(B)的证明与(A)的证明方法基本相同，略。

至此，系统(1)的零解全局吸引得。

2) 系统(1)零解的稳定性证明

由(1)的证明可知，系统(1)由负 y 轴出发的积分曲线或进入原点，或与正 y 轴相交。取 $y_0=-\eta$，$\eta>0$，过点 $(0,-\eta)$ 作(1)的正向积分曲线，此曲线和正 y 轴交于点 $(0,\bar{y})$，过点 $(0,\bar{y})$ 作 x 轴的平行线交 $L_{(6)}$ 于点 $(\bar{x},\bar{y})(\bar{x}>0)$，由 $(0,-\eta)$ 作负向积分曲线和直线 $x=\bar{x}$ 相交，这样得到一条围绕原点的封闭曲线 C_η（也记 C_η 所围成的区域

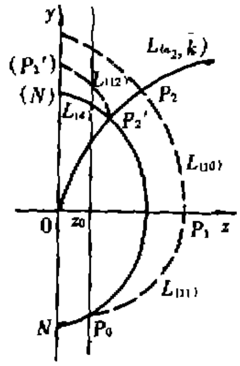

图 3

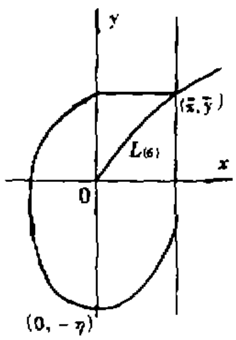

图 4

为 C_η)，易证 $\lim_{\eta\to0}\rho(0, C_\eta)=0$。且系统(1)从 C_η 上任一点出发的积分曲线均进入 C_η 内部(否则将破坏解的唯一性)。因而对任给的 $\varepsilon>0$，记 $B_\varepsilon=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant\varepsilon^2\}$，则必存在 $\eta>0$，使 $C_\eta\subset B_\varepsilon$，同时可取到 $\delta>0$，使 $B_\delta\subset C_\eta$，故对任意点 $(x_0,y_0)\in B_\delta$，过点 (x_0,y_0) 的积分曲线 $(x(t),y(t))\in B_\varepsilon$ 也即系统(1)的零解是稳定的。

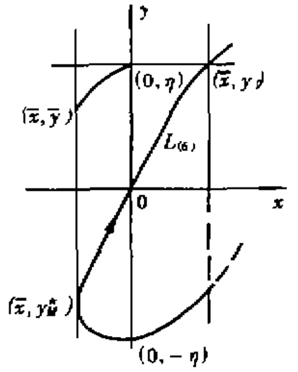

图 5

当系统(1)过点 $(0,-\eta)$ 的正向积分曲线直接趋于原点时，C_η 的作法作如下修改：过此正积分曲线的最左点 $(\bar{x},y_\eta^*)$ 作 y 轴的平行线和系统过 $(0,\eta)$ 的积分曲线交点 $(\bar{x},\bar{y})$，在 $x>0$ 一侧作过点 $(0,\eta)$ 的水平线和 $L_{(6)}$ 相交于点 $(\bar{x}',\eta)$。过 $(\bar{x}',-\eta)$ 作平行 y 轴的直线 $x=\bar{x}'$ 与系统(1)过 $(0,-\eta)$ 的负向积分曲线相交。这样也得到一个围绕原点的封闭曲线 C_η'(C_η' 也表示曲线 C_η' 所围成的区域)。同样可证，对任给 $\varepsilon>0$，总存在 $\delta>0$，只要 $(x_0,y_0)\in B_\delta$，系统(1)过点 (x_0,y_0) 的积分曲线 $(x(t),y(t))\in B_\delta$。

至此，情形 1 得证。

完全类似可证情形 2：(1)满足 1)—5)，7)，8)(2)的情形。

综前所述定理 4 证毕。定理 5 的证明 类似定理 4 的证明。

衷心感谢导师陈均平教授的悉心指导与帮助。

参 考 文 献

1 莫愈仁．一类二阶非线性系统的全局渐近稳定性．应用数学，1993，6(3)：291－297

2 Lasalle，J.，Kefschetz，S.，Stability by Liapunov's direct method with application，Academic Press，New York，1961

3 Burton T A．Atability and periodic sohtion of ordinary and functonal differential equations Academic press，1985，226

4 李曾淑，王慕秋．关于 Liénard 方程零解的全局稳定性．数学研究与评论，1985，5(2)：67－70

5 李惠卿．Liénard 方程零解全局渐近稳定的充要条件．数学学报，1988，31(2)：207－214

6 王　克．Liénard 方程零解全局渐近稳定性．科学通报，1993，38(2)：584－586

7 韩茂安．一类广义 Liénard 方程的有界性．科学通服，1995，40(21)：1925－1928

8 莫愈仁．一类非线性微分方程的全局渐近稳定性．北京理工大学学报，1990，10(4)：1－8

9 葛渭高．方程 $\dot{x}=h(y)-F(x)$，$\dot{y}=-g(x)$ 的极限环存在定理．应用数学学报，1988，11(2)：163－172

10 张芷芬等．微分方程定性理论．北京：科学出版社，1985

Global Asymptotic Stability of the Zero Solution for a Generalized Liénard System

Yang Qigui *Zhou Zhuohua*

(Guangxi Normal University ,Guilin 541001) (Chongqing Jianzhu University 630045)

Abstract This paper, studies the following system (1): $\dot{x} = \varnothing(x)h(y) - F(x)P(x, y), \dot{y} = -g(x)Q(x, y)$. Three sufficient conditions of the nonexistence of limit cycles for(1) and two theorems of the global asymptotic stability for (1) are obtained, the results in [1] are extended by the above results.

Key Words differential equation; limit cycle; asymptotic stability

(编辑:刘家凯)

科研成果

柔索张力在线测量仪

内容简介及技术水平:

柔索张力在线测量仪可在不改变柔索受力结构的情况下，在线测量柔索在静态和动态过程中所受的张力，直接用数字显示，并可打印制表。检测时亦不受柔索材质、直径、长度等变化的影响。

其性能特点是:检测精度高、重量轻、安装、撤卸、使用、维护方便。