

高层电梯升降系统动载响应研究

(15)
89-94

宋立权 张大可 胡学斌
(重庆建筑大学机电工程学院 630045)

TU876.3

摘要 视高层电梯升降系统为一弹性振动系统,探讨在起、制动过渡过程中的动载响应,导出适用于工程设计的动载荷计算式。为按动强度设计提供了载荷时间历程。

关键词 高层电梯,升降动力学,动载响应

中图分类号 TH113.1 高层建筑,电梯

随着高层建筑的不断兴起,电梯越来越广泛地得到应用。高层电梯上升、下降时频繁的起、制动,使曳引升降的弹性系统经常处于冲击和振动过程。电梯运行的安全可靠性是衡量电梯的重要指标。就机械设计来看,如何确定计算载荷,是可靠、合理设计的首要问题。目前的设计,采用的是静强度设计方法,即取定一动载系数乘以静载荷来作为计算载荷。但动载系数的取定往往是由设计人员凭经验人为确定。到目前为止,关于升降动力学的研究尚不充分,且无适宜的公式用来正确计算动载系数的大小。本文视高层电梯升降系统为一弹性振动系统,建立起三质量二自由度的力学模型。在输入(驱动力矩或制动力矩)的激励下,探讨系统的动态响应,并导出适用于工程设计的动载荷及动载系数计算式,不仅为目前电梯按静强度设计提供了确定载荷的计算依据,同时也为变静强度设计为动强度设计提供了系统动态过程中的载荷时间历程。

1 系统动力学模型

电梯升降系统动力学模型如图1所示,图中:

m_c —轿箱质量 m_{c1} 与载重质量 m_{c2} 及曳引绳质量 m'_{c3} 的代换质量。按瑞利法将曳引绳视作纵向振动的连续弹性“杆”,代换到 m_c ,其代换质量为 $m'_{c3} = \frac{1}{3}m'_{c3}$,故

$$m_c = m_{c1} + m_{c2} + m_{c3}$$

m_w —平衡重(对重)质量 m_{w1} 与平衡钢绳质量

m'_{w2} 的代换质量,与上述相同, $m_{w2} = \frac{1}{3}(m'_{w2})$ 故

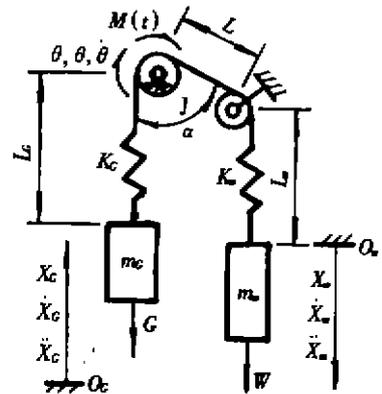


图1 力学模型

收稿日期:1996-09-02

宋立权,男,1952年生,副教授

$$m_w = m_{w1} + m_{w2}$$

设计中,一般取

$$m_{w1} = m_{c1} + (40\% \sim 50\%) \times m_{c2}$$

K_c, K_w —曳引及平衡钢绳刚度, $K_c = \frac{E A_c}{L_c} n_c, K_w = \frac{E A_w}{L_w} n_w$ (L 较短,可忽略不计)。其中, A_c, A_w 分别为单根钢绳的钢丝总截面积, n_c, n_w 为相应部分钢绳的根数。

J —动力装置中运动构件(包括电机转子、传动系统、曳引轮)换算至曳引轮的代换转动惯量。设曳引轮转动惯量为 J , 其角速度为 ω_k , 动力装置中其余各运动构件转动惯量分别为 J_i ; 角速度为 ω_i , 则由动能等效原理求得

$$J = J_e + \sum_{i=1}^n J_i \left(\frac{\omega_i}{\omega_k} \right)^2$$

$M(t)$ —输入激励的载荷时间函数。(由驱动装置或制动装置折算至曳引轮的等效动力矩或等效阻力矩)可由文献[1]求得。

由图 1 知,系统动能为: $J = 1/2[m_c \dot{X}_c^2 + m_w \dot{X}_w^2 + J \theta^2]$

系统势能为: $V = 1/2[K_c(R\theta - X_c)^2 + K_w(X_w - R\theta)^2]$

上式中, R 为曳引轮绳轮半径, θ 为曳引轮转角。

由拉格朗日方程,建立系统振动微分方程组如下:

$$\begin{cases} m_c \ddot{X}_c - K_c(R\theta - X_c) = -G \\ m_w \ddot{X}_w - K_w(X_w - R\theta) = W \\ J\ddot{\theta} + K_c(R\theta - X_c)R - K_w(X_w - R\theta)R = M(t) \end{cases} \quad (1)$$

其矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} m_c \\ m_w \\ J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{X}_w \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_c & 0 & -K_c R \\ 0 & K_w & -K_w R \\ -K_c R & -K_w R & (K_c + K_w)R^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ X_w \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G \\ W \\ M(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[M][\dot{X}] + [K][X] = [F] \quad (3)$$

求解上述振动方程组,并由相应工况的初始条件及输入激励,可获得该工况下的输出(动载)响应。

2 振动方程组求解

采用模态分析方法,对方程组解耦,求得系统在主坐标下各响应,再由模态矩阵作振型迭加,求得系统在原物理坐标的各输出响应。

由式(2)知,系统特征矩阵为

$$[B_i] = [K] - P_i^2[M] = \begin{bmatrix} K_c - P_i^2 m_c & 0 & -K_c R \\ 0 & K_w - P_i^2 m_w & -K_w R \\ -K_c R & -K_w R & (K_c + K_w)R^2 - P_i^2 J \end{bmatrix} \quad (4)$$

令 $[B_i] = 0$,求得系统频率方程为

$$P_i^6 - \left[\frac{K_c(R^2 m_c + J)}{J m_c} + \frac{K_w(R^2 m_w + J)}{J m_w} \right] P_i^4 + \frac{K_c K_w (R^2 m_c + R^2 m_w + J)}{J m_c m_w} P_i^2 = 0$$

由频率方程知,系统具有零频率,为半正定系统,其各阶频率为:

$$\begin{aligned}
 p_0 &= 0 \\
 p_{1,2}^2 &= \frac{K_C(R^2 m_C + J)}{2Jm_C} + \frac{K_W(R^2 m_W + J)}{2Jm_W} \\
 &\mp \sqrt{\left[\frac{K_C(R^2 m_C + J)}{2Jm_C} + \frac{K_W(R^2 m_W + J)}{2Jm_W} \right]^2 - \frac{K_C K_W (R^2 m_C + R^2 m_W + J)}{2Jm_C m_W}}
 \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)根号前的“+”,“-”号,低阶频率 p_1^2 取“-”号,高阶频率 p_2^2 取“+”号。特征矩阵 $[B_i]$ 的伴随矩阵为:

$$[B_i]^* = \begin{bmatrix} (K_W - P_i^2 m_W) [(K_C + K_W)R^2 - P_i^2 J] - K_W^2 R^2 & & \\ & K_C K_W R & \\ & & K_C (K_W - P_i^2 m_W) R \\ K_C K_W R^2 & & K_C (K_W - P_i^2 m_W) R \\ (K_W - P_i^2 m_W) [(K_C + K_W)R^2 - P_i^2 J] - K_W^2 R^2 & & K_W (K_C - P_i^2 m_C) R \\ K_W (K_C - P_i^2 m_C) R & & (K_C - P_i^2 m_C) (K_W - P_i^2 m_W) \end{bmatrix}$$

求得系统的模态矩阵为:

$$[X_W] = [X_{W1}, X_{W2}, X_{W3}] = \begin{bmatrix} R & \frac{K_C R}{K_C - P_1^2 m_C} & \frac{K_C R}{K_C - P_2^2 m_C} \\ R & \frac{K_W R}{K_W - P_1^2 m_W} & \frac{K_W R}{K_W - P_2^2 m_W} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

设系统在主坐标下位移响应为:

$$[S_Z] = [S_{Z1}, S_{Z2}, S_{Z3}]^T$$

上式对时间求一阶、二阶导数,其速度、加速度响应分别为:

$$[\dot{S}_Z] = [\dot{S}_{Z1}, \dot{S}_{Z2}, \dot{S}_{Z3}]^T \quad [\ddot{S}_Z] = [\ddot{S}_{Z1}, \ddot{S}_{Z2}, \ddot{S}_{Z3}]^T$$

利用模态矩阵 $[X_W]$,求出在主坐标下的主质量阵

$$[M_Z] = [X_W]^T [M] [X_W] = \begin{bmatrix} M_{Z11} & 0 \\ & M_{Z22} \\ 0 & & M_{Z33} \end{bmatrix}$$

主刚度阵

$$[K_Z] = [X_W]^T [K] [X_W] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{Z22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{Z33} \end{bmatrix}$$

主坐标下的输入激励

$$[F_Z] = [X_W]^T [F] = [X_W] \begin{bmatrix} -G \\ W \\ M(t) \end{bmatrix}$$

上述振型分离,使主坐标下的主质量阵 $[M_Z]$,主刚度阵 $[K_Z]$ 均为对角阵,方程组(1)或(2)得以解耦,且 $p_i^2 = \frac{K_{Zi}}{M_{Zi}}$ ($i = 1, 2, 3$)。由此,主坐标下的振动方程组为:

$$[M_Z] \ddot{[S_Z]} + [K_Z] [S_Z] = [F_Z]$$

上述方程组中各方程均为非耦合振动方程,可由常微分方程方法求解,求得各位移响应分别为 S_{z1}, S_{z2}, S_{z3} 。再由模态矩阵 $[X_w]$,求得系统在原物理坐标下的各位移响应为

$$[X] = [X_c, X_w, \theta]^T = [X_w][S_z]$$

图 1 所示为上升工况,曳引轮顺时针转动, θ 如图示方向。下降工况曳引轮逆时针转动, θ 与图 1 方向相反。

由不同工况下的初始条件(如上升启动工况,当 $t = 0, X_c = -\frac{G}{K_c}, \dot{X}_c = 0; X_w = \frac{W}{K_w}, \dot{X}_w = 0; \theta = 0, \dot{\theta} = 0$ 及相应补充条件)可确定相应工况下的各积分常数。于是,求得动载荷响应:

$$\text{曳引钢绳} \quad F_c = K_c (R\theta - X_c)$$

$$\text{平衡钢绳} \quad F_w = K_w (X_w - R\theta)$$

动载系数响应为

$$\text{曳引钢绳} \quad \varphi_c = F_c / G = K_c (R\theta - X_c) / G$$

$$\text{平衡钢绳} \quad \varphi_w = F_w / W = K_w (X_w - R\theta) / W$$

限于篇幅,现给出制动工况动载响应解答。采用推杆制动器,可认为制动力矩 M'_M 为常量。由瞬时功率相等的等效代换原理, M'_M 代换至曳引轮的等效阻力为 $M_M = \frac{M'_M}{\eta_M}$, i_M 为制动轮与曳引轮间的传动比, η_M 为制动轮与曳引轮间的机械效率。

求得下降制动工况动载响应的时间历程为

$$F_{c \downarrow} = K_c A \left(-\frac{B_{c1}}{p_1^2} \cos p_1 t + \frac{B_{c2}}{p_2^2} \cos p_2 t \right) + C m_c + G \quad (6)$$

$$F_{w \downarrow} = K_w A \left(\frac{B_{w1}}{p_1^2} \cos p_1 t - \frac{B_{w2}}{p_2^2} \cos p_2 t \right) - C m_w + W \quad (7)$$

上升制动工况动载响应的时间历程为:

$$F_{c \uparrow} = K_c A \left(\frac{B_{c1}}{p_1^2} \cos p_1 t - \frac{B_{c2}}{p_2^2} \cos p_2 t \right) - C m_c + G \quad (8)$$

$$F_{w \uparrow} = K_w A \left(-\frac{B_{w1}}{p_1^2} \cos p_1 t + \frac{B_{w2}}{p_2^2} \cos p_2 t \right) + C m_w + W \quad (9)$$

上述各式中:

$$\begin{cases} A = \frac{QR^2}{J(p_1^2 - p_2^2)}, \quad C = \frac{QR^2}{J + R^2 m_c + R^2 m_w} \\ B_{c1} = p_1^2 - \left[\frac{K_c}{m_c} + \frac{(K_c + K_w)R^2}{J} \right], \quad B_{c2} = p_2^2 - \left[\frac{K_c}{m_c} + \frac{(K_c + K_w)R^2}{J} \right] \\ B_{w1} = p_1^2 - \left[\frac{K_w}{m_w} + \frac{(K_c + K_w)R^2}{J} \right], \quad B_{w2} = p_2^2 - \left[\frac{K_w}{m_w} + \frac{(K_c + K_w)R^2}{J} \right] \\ Q = \frac{M_M}{R} - G + W \end{cases} \quad (10)$$

分析式(6), (7), (8), (9)知,动载响应由三部分组成。第 3 项 G 与 W 为静载荷。第 2 项为在常制动力矩作用下, m_c 与 m_w 作匀减速运动产生的惯性载荷。而第 1 项为振动频率 p_1 及 p_2 的动载荷波的迭加。

又由式(6),(7),(8),(9)并结合式(10)分析,曳引钢绳最大动载荷发生在下降制动工况(式(6),轿箱下降),而平衡钢绳的最大动载荷发生在上升制动工况(式(9),轿箱上升)。可以证明(从略):当 $\frac{K_C}{m_C} \leq \frac{K_W}{m_W}$ 时, $B_{C1} \geq 0$, $B_{C2} < 0$ 及 $B_{W1} < 0$, $B_{W2} < 0$;当 $\frac{K_C}{m_C} > \frac{K_W}{m_W}$ 时, $B_{C1} < 0$, $B_{C2} < 0$ 及 $B_{W1} > 0$, $B_{W2} < 0$ 。故当 $\frac{K_C}{m_C} \leq \frac{K_W}{m_W}$ 时,在式(6)中令 $\cos p_1 t = \cos p_2 t = -1$;在式(9)中令 $\cos p_1 t = 1$, $\cos p_2 t = -1$ 。当 $\frac{K_C}{m_C} > \frac{K_W}{m_W}$ 时,在式(6)中令 $\cos p_1 t = 1$, $\cos p_2 t = -1$;在式(9)中令 $\cos p_1 t = \cos p_2 t = -1$ 。可求得相应情况下曳引及平衡钢绳最大动载荷计算式如下

当 $\frac{K_C}{m_C} \leq \frac{K_W}{m_W}$ ($B_{W1} < 0$, $B_{W2} < 0$)时:

$$\begin{cases} F_{C\max} = F_{C\uparrow\max} = 2Cm_C + G \\ F_{W\max} = F_{W\downarrow\max} = -K_W A \left(\frac{B_{W1}}{p_1^2} + \frac{B_{W2}}{p_2^2} \right) + Cm_W + W \end{cases} \quad (11)$$

当 $\frac{K_C}{m_C} > \frac{K_W}{m_W}$ ($B_{C1} < 0$, $B_{C2} < 0$)时:

$$\begin{cases} F_{C\max} = F_{C\downarrow\max} = -K_C A \left(\frac{B_{C1}}{p_1^2} + \frac{B_{C2}}{p_2^2} \right) + Cm_C + G \\ F_{W\max} = F_{W\uparrow\max} = 2Cm_W + W \end{cases} \quad (12)$$

3 分析及结论

对上升起动,下降起动工况,其动载响应与动力装置的机械特性有关。而机械特性曲线是以 $M = M(\omega)$ (驱动矩是角速度的函数)的形式表出。若以此形式代入方程组(1)或(2)替换 $M(t)$ 将使方程组的解耦变得极其困难。因此,在求解方程组(1)或(2)之前,须应用刚性系统动力学建立系统动力学方程,将 $M = M(\omega)$ 的形式变换为 $M = M(t)$ 的形式,再由前述方法对方程组求解。计算表明,尽管可由此获得精确解,但不便于工程计算。笔者取驱动力矩中最大值作为常数代入振动方程组进行计算,求得的最大动载荷与精确解的最大动载荷十分接近。按静强度设计方法,所关心的亦是最大载荷。因此式(11)及式(12)亦可用于起动工况的最大载荷计算,仅需将式(10)中最后一式的 M_m 改为驱动力矩换算曳引轮上的等效驱动矩即可。这给工程设计带来了极大的方便。

由式(11)及式(12)知,最大动载荷不仅与系统中各参数有关,还与比值差 $K_C/m_C - K_W/m_W$ 有关。可在设计中调整相关参数,以达到控制最大动载荷的目的。由本文还可导出作用在曳引轮上最大扭矩计算式。因曳引钢绳在下降制动工况动载荷最大,故求得该工况下平衡绳动载荷最小值。则扭矩的计算载荷由下式确定:

$$\begin{aligned} M_{\text{扭}\max} &= (F_{C\uparrow\max} - F_{W\downarrow\max}/\eta)R \\ &= \begin{cases} \left[C(2m_C + m_W/\eta) + (G - W/\eta) - K_W A \left(\frac{B_{W1}}{p_1^2} + \frac{B_{W2}}{p_2^2} \right) / \eta \right] R & \left(\frac{K_C}{m_C} \leq \frac{K_W}{m_W} \right) \\ \left[C(m_C + 2m_W/\eta) + (G - W/\eta) - K_C A \left(\frac{B_{C1}}{p_1^2} + \frac{B_{C2}}{p_2^2} \right) \right] R & \left(\frac{K_C}{m_C} > \frac{K_W}{m_W} \right) \end{cases} \quad (13) \end{aligned}$$

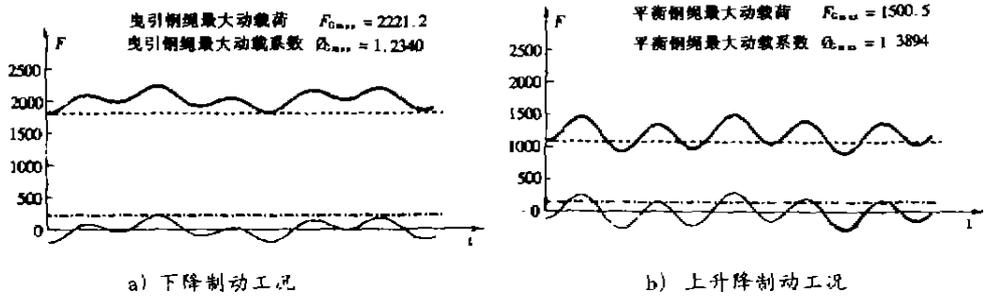
曳引轮所受径向载荷为:

$$F_{\text{轮}} = \sqrt{F_0^2 + (F_{\text{平}}/\eta)^2 + 2F_0 F_{\text{平}} \cos \alpha/\eta} \quad (14)$$

上式中,

η —导向滑轮的效率; α —曳引轮上曳引钢绳与平衡钢绳间夹角(见图 1)。

应用本文理论与方法,对电梯升降系统动载响应进行了实例计算。限于篇幅,仅给出两组动载荷最大的动载响应曲线如图 2 所示。



重量 $G = 1800.0(\text{kg})$ $W = 1080.0(\text{kg})$ 一阶频率 $P_1 = 14.92$ — 总载荷 - - - 惯性载荷
 刚度 $K_G = 25617(\text{kg/m})$ $K_W = 42695(\text{kg/m})$ 二阶频率 $P_2 = 40.57$ — 振动载荷 - - - 静载荷

图 2 动载响应曲线

参 考 文 献

- 1 宋立权 塔机动态响应输入激励的载荷时间函数求解. 重庆建筑大学学报, 1995, 17(12)
- 2 Francis S. Tse. Mechanical Vibrations Theory and Applications. Second edition, Boston.
- 3 张维屏. 机械振动学. 北京:冶金工业出版社

The Research on Dynamic Response of Lifting System of Highrise Building Elevator

Song Liquan Zhang Dake Hu Xuebing

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Chongqing Jianzhu University, 630045)

Abstract In this paper, the lifting system of the highrise building is regarded as an elastic vibrational system, the dynamic response of the system in its starting transition process and stopping transition process is researched, and the dynamic load calculation formulas suitable to practical engineering design are derived. Meanwhile, the load-time transition process has also been submitted for designing lifting mechanism in accordance with dynamic strength.

Key Words highrise building elevator, dynamics research, dynamic load response

(编辑:刘家凯)