

# 应用画法几何解决空间连杆机构杆件的定位

①  
63-66

郑敏玉 邱乐路  
(重庆建筑高等专科学校建安系 400030)

TH133.5  
0185.2

**摘要** 应用画法几何探讨空间四杆机构各杆件的定位问题。空间几何问题需要用“形”和“数”来确定,经过图示图解后建立起数学模型,然后通过计算获得结果,较之单纯的数学分析法使解题简单明了、形象直观、易于掌握。

**关键词** 空间曲柄连杆,空间曲柄滑块,画法几何,杆件定位

中图分类号 0185.2

空间连杆机构

在工程技术中,存在着许多空间几何问题,解决这些问题时,往往需要用“形”和“数”来确定它们。需采用适当的方法,画法几何学就是研究在平面上图示与图解空间几何问题的一种主要方法。为了提高解题的精确性,在应用画法几何方法的同时,应用了计算法。即先根据所需解决的问题进行几何分析、进行图示和图解,然后在所建立的画法几何模型基础上建立数学模型。边种将图解与计算结合起来的方法能使解题简单明了、形象直观,并且具有所需的精确性。对一般具有画法几何知识的工程技术人员来讲是易于理解与掌握的。

本文研究的是空间连杆机构输入输出量的关系。即曲柄连杆机构中曲柄与摇杆,曲柄滑块机构中曲柄与滑块的位置关系。我们找出了对应的输入输出关系,进而可以解决机构设计和改进中诸如曲柄存在的条件、连杆的长度、摇杆的速度、加速度以及机构的运动分析等问题。应用图解和计算相结合的方法可以解决空间有关的诸多几何问题。

## 1 空间曲柄连杆机构输入、输出转角的图解分析

图1所示为一个空间曲柄连杆机构。设 $O_A$ 、 $O_B$ 为圆柱面运动付, $A$ 、 $B$ 为球面运动付,主动杆曲柄 $O_A A$ 的位置由 $\theta_1$ 角决定,从动杆摇杆 $O_B B$ 的位置有两个可能,由 $\theta_2$ 角决定,这是由于 $B$ 点的轨迹圆与以 $A$ 为中心、 $AB$ 为半径的球面一般交于两点。 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 角的度量方向分别是绕 $O_A O_A$ 、 $O_B O_B$ 旋转轴的顺时针方向。 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 分别称为输入、输出角。为便于设计,设主动杆 $A$ 点的轨迹圆处在 $V$ 面上,从动杆 $B$ 点的轨迹圆处在所设的侧垂面 $P$ 上, $V$ 、 $P$ 两面的夹角为 $\varphi_0$ 。位于侧垂面 $P$ 上的从动杆 $O_B B$ 多为一般位置直线,它的投影在投影面上不反映实长,在解决空间几何问题时就比较复杂,现运用直角投影面体系正投影变换投影面法中的旋转法(将 $P$ 面旋转至与 $H$ 面重合),使 $O_B B$ 在投影体系中具有特殊性,即改变 $O_B B$ 与投影面体系的相对位置,使 $O_B B$ 处在有利于解题的位置。所设的侧垂面 $P$ 更换 $H$ 投影面成为新投影面,新投影面垂直于原投影体系中的一个未变换的 $W$ 投影面,此时 $O_B B$

收稿日期:1997-04-10

郑敏玉,女,1943年生,讲师

在新投影面上反映实长。设  $O_B$  点对  $O_A$  点的相对坐标值为  $X, Y, Z$ ,  $O_A A$  长度为  $R_A$ ,  $O_B B$  长度为  $R_B$ , 连杆  $AB$  的长度为  $L$ 。  $O_A O_V$  和  $O_B O_P$  分别是主动杆和从动杆的回转轴。

当主动杆  $O_A A$  处于某一位置时(见图 2), 即与水平线的角度为  $\theta_1$  时, 其相应的从动杆  $O_B B$  的位置确定如下:

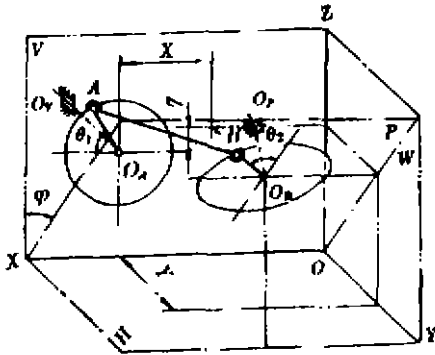


图 1 空间曲柄连杆机构

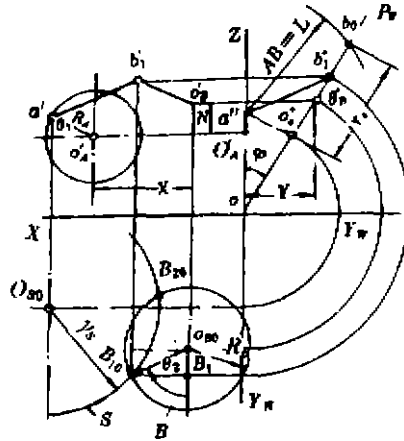


图 2 已知主动杆位置( $\theta_1$ )图解确定从动杆位置( $\theta_2$ )

1) 求以  $A$  为中心,  $AB = L$  为半径的球面与  $P$  面的截交圆。由于球面的中心是  $A$ , 以球截交圆的中心作图时从  $a''$  作  $P_V$  的垂线, 得垂足  $O_S''$ , 此即为截交圆中心的投影。由于  $P$  平面更换  $H$  投影面, 当  $P$  平面旋转到  $H$  面上时, 截交圆中心位置为  $O_{S0}$ , 再以  $a''$  为中心,  $L$  为半径截交  $P_W$  于  $b_0$  点, 则  $O_{S0} b_0$  即为截交圆的半径  $r_B$ 。在  $H$  面上作出  $S$  圆。

2) 由于  $B$  点在  $P$  面上,  $P$  面重合到  $H$  面时,  $O_B$  的位置为  $O_{B0}$ , 以  $R_B$  为半径在  $H$  面上作出  $B$  圆。

3) 由于  $S$  圆、 $B$  圆均在  $P$  面上, 两圆的交点  $B_{10}, B_{20}$  即为  $B$  点的两个位置。现取其中一个解  $B_{10}$ , 即得确定  $O_B B$  的位置的  $\theta_2$  值。

4) 由  $B_{10}$  再转回到  $V/W$  体系中返求其投影位置, 得  $b_1', b_1''$ , 连接  $AB_1, O_B B_1$ , 即得空间曲柄摇杆机构的各杆在  $V$  面和  $W$  面上的投影。从图中可看出:

$$\cos \theta_2 = B_1 O_{B0} / O_{B0} B_{10} \tag{1}$$

通过数学推导可得出输入、输出转角  $\theta_1$  与  $\theta_2$  的关系式, 本文未列出详细的演算过程。

$$\theta_2 = \cos^{-1} [1 / (A_1^2 + A_2^2) (A_1 A_3 \pm A_2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2} - A_3)] \tag{2}$$

上式中  $A_1 = 2R_B [(Z + R_A \cos \theta_1) \cos \varphi - Y \sin \varphi]$  (3)

$$A_2 = 2r_B (Z + R_A \sin \varphi) \tag{4}$$

$$A_3 = X^2 + Y^2 + Z^2 + R_A^2 + R_B^2 - L + 2R_A (2 \cos \varphi + X \sin \varphi) \tag{5}$$

$$r_B = \sqrt{L^2 - (Y \cos \varphi - Z \sin \varphi + R_A \sin \theta_1 \sin \varphi)^2} \tag{6}$$

由以上关系式可看出,  $\theta_2$  方程解的个数与作图所能求得的机构位置的个数是一致的。

## 2 空间曲柄滑块机构输入输出量的图解分析

图 3 所示为一个空间曲柄滑块机构， $B$  点处为移动付，这时输出转角变成直线输出位移。即  $g$  是一变化的长度。此机构相当于曲柄连杆机构中摇杆  $O_B B = 0$  的情况。

当主动杆曲柄已知一输入角  $\theta_1$ ， $B$  点的位置有两个可能，这是由于  $QQ$  直线与以  $A$  为中心、 $AB$  为半径的球面一般交于两点。

由图 3 所知，主动杆  $A$  点的轨迹圆设在  $V$  面上，从动杆  $B$  点沿固定杆件  $QQ$  移动，现已知  $QQ$  杆平行  $W$  面对  $H$  面的倾角为  $\varphi$ ，交点  $Q$  的  $Y$  坐标为  $Y_Q$  (见图 4)， $O_A$  点的  $Z$  坐标为  $Z_{O_A}$ 。设  $B$  点对  $O_A$  点的相对坐标分别为  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 。

如已知主动杆曲柄  $O_A A$  的位置，即已知  $O_A A$  与水平线成  $\theta_1$  角时，则以  $A$  为中心， $AB = L$  为半径作一球面，该球面与  $QQ$  固定直线交于  $B$  点 (一般为两点，现取一点研究)，即移动付  $B$  在  $QQ$  杆上的位置可以确定，以长度  $g$  表示。作图是以  $a'$  为中心， $L$  为半径画弧交  $q'q'$  于  $m'n'$ ， $m'$  与  $n'$  是球面及  $QQ$  杆在  $V$  面上投影的重影点。再以  $a''$  为中心， $m'n'/2$  为半径画弧与  $q''q''$  交于两点，这是因为  $QQ$  所在的侧平面与球面截交圆的半径为  $m'n'/2$ 。现取其中一点  $b''$ ，由此可得  $B$  点的另外两个投影  $b$  和  $b'$  (见图 4)。

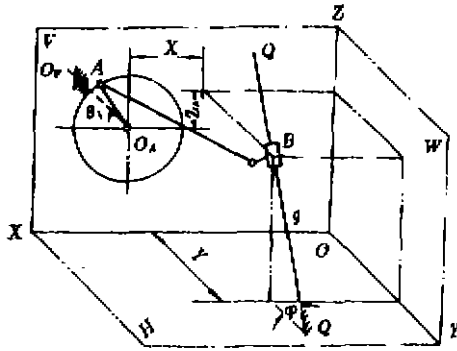


图 3 空间曲柄滑块机构

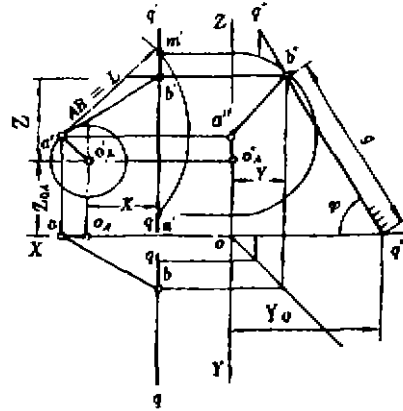


图 4 空间曲柄滑块机构输入输出量的图解法

该机构的输入、输出  $\theta_1 - g$  关系式可推得如下：
$$g = (Z + Z_{O_A}) / \sin \varphi \quad (7)$$

式中  $Z$  由下式确定 (未列出详细演算过程)：

$$\begin{aligned} Z^2 \cot \varphi + Z(2Z_{O_A} \cot \varphi - 2Y_Q + 1) - L^2 + (X + R_A \cos \theta_1)^2 \\ - R_A \sin \theta_1 + Y_Q^2 - 2Y_Q Z_{O_A} + Z_{O_A}^2 \cot \varphi = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

### 参 考 文 献

- 1 朱 辉, 孟嘉庚等. 高等画法几何学. 上海: 上海科技出版社, 1985
- 2 朱 辉, 孟嘉庚主编. 画法几何在科学技术中的应用. 北京: 高等教育出版社, 1987
- 3 南开大学数学系. 空间解析几何引论. 北京: 人民教育出版社, 1978

## Applying Projective Geometry to Solve the Bar Fixing of Spatial Four-Bar Mechanism

*Zheng Mingyu     Qiu Lelu*

(Chongqing Jianzhu College, 400030)

**Abstract** In this paper, the bar fixing problems of spatial four-bar mechanism are discussed applying projective geometry. Space geometry problems are determined by "shape" and "number", to build up a mathematic model based on the drawing and then to obtain the expecting result by dealing in mathematic calculation than to solve the problem by using mathematic analytics can be much easier, simpler and straighter.

**Key Words** spacial crank-connecting bar, spacial crank-slide block, projective geometry, bar fixing

(编辑:陈 蓉)

---

(上接 62 页)

## Study on Formulating High-Strength Concrete with Superfine Sand

*Ren Shiman     Zhang Lu     Chen Jing*

(Dept. of Material Science and Engineering, Chongqing Jianzhu University, 400045)

**Abstract** This paper introduces the method of how to improve superfine sand grading and fineness modulus by the use of crushed-run stone which contains 20 percent of stone chippings smaller than 5 mm, and the technical means of how to formulate superfine-sand high-strength concrete(HSC) by blending fly-ash and admixture. In addition, based on the analysis of the results obtained from numerous comparative experiments on factors influencing concrete strength, the parameters of mix proportion for C<sub>50</sub> and C<sub>60</sub> superfine-sand HSC are determined.

**Key Words** high-strength concrete, superfine sand, crushed-run stone, fly-ash, admixture, mix proportion