

# 采样控制系统仿真中采样周期的改变

②  
6-90

童明傲

(重庆建筑大学机电工程学院 400045)

TP391.9  
TP332.3

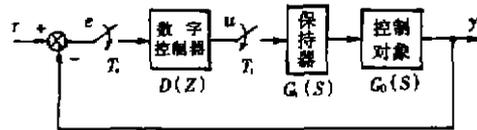
**摘要** 在采样控制系统的数字仿真中,由于某种特殊要求,有时希望改变其采样周期。与此同时,数字控制器的脉冲传递函数  $D(Z)$  也应发生相应变化,以保证仿真模型与原系统模型等价。本文对  $D(Z)$  中含有共轭复数零(极)点,或负实数零(极)点时,如何确定数字控制器的相应脉冲传递函数  $D'(Z)$  的问题进行了研究,提出了解决方法,通过实例对三种不同情形进行了对比分析。分析结果表明,所提出的方法是合理的、有效的、实用的、可以推广应用。

**关键词** 采样控制系统, 数字控制器, 采样周期, 脉冲传递函数

中图分类号 TP391.91 数字仿真, 计算机.

采样控制系统通常由离散部分(数字控制器)与连续部分(控制对象和保持器)两部分组成,其典型结构框图如附图所示,其中,离散部分通常是按实际采样周期  $T_s$  进行仿真的,即根据数字控制器的脉冲传递函数  $D(Z)$

$= U(Z)/E(Z)$  得到的差分方程进行仿真。但是,在某些特殊情况下,例如,为了提高仿真计算速度,或寻求最优采样周期,我们在仿真中需改变系统的采样周期,即由实际采样周期  $T_s$  改为计算采样周期  $T's$  ( $T's$  可能增大或减小)。与此同时,数字控制器的脉冲传递函数  $D(Z)$  也应发生相应变化,以保证仿真模型与原系统模型等价。



附图 采样控制系统的结构框图

由控制理论可知,当两个脉冲传递函数同时从  $Z$  平面映射到  $S$  平面上时,若它们具有相同的零、极点,并且对同一输入信号具有相同的稳态响应,则该二系统等价。我们可以根据这个原则来确定在计算采样周期  $T's$  下数字控制器的相应脉冲传递函数  $D'(Z)$ ,其具体步骤如下<sup>[1,2]</sup>:

- 1) 求  $D(Z)$  在  $Z$  平面上的零点  $Z_k (k=1 \sim m)$  及极点  $Z_p (i=1 \sim n)$ ;
- 2) 将  $Z$  平面上的零、极点按实际采样周期  $T_s$  映射到  $S$  平面上:  
 零点:  $S_k = (1/T_s) \ln Z_k \quad (k=1 \sim m)$   
 极点:  $S_{pi} = (1/T_s) \ln Z_{pi} \quad (i=1 \sim n)$
- 3) 将  $S$  平面上的零、极点再按计算采样周期  $T's$  映射回  $Z$  平面:

收稿日期:1997-03-31

童明傲,男,1942年生,教授

$$\text{零点: } Z'_k = e^{T's_k} = e^{\frac{T_s}{n} \ln Z_k} = (Z_k)^{\frac{T_s}{n}} \quad (k=1 \sim m) \quad (1)$$

$$\text{极点: } Z'_\mu = e^{T's_\mu} = e^{\frac{T_s}{n} \ln Z_\mu} = (Z_\mu)^{\frac{T_s}{n}} \quad (i=1 \sim n) \quad (2)$$

4) 将  $D'(Z)$  表示为零、极点因式乘积的一般形式:

$$D'(Z) = \frac{K_z \prod_{k=1}^m (Z - Z'_k)}{\prod_{i=1}^n (Z - Z'_\mu)} \quad (3)$$

式中,  $K_z$  为待定系数。

5) 选择合适的输入信号, 使数字控制器在该输入信号作用下的稳态输出为非零有限值, 根据二者稳态输出相等的原则确定待定系数  $K_z$ 。

在实际应用中, 我们可直接按式(1)及式(2)确定  $D'(Z)$  的零、极点, 即将步骤 2)、3) 合并为一步。

显然, 当  $D(Z)$  在  $Z$  平面上的零、极点为复数或负实数时, 上述计算步骤会遇到困难。此时应如何确定  $D'(Z)$ ? 本文对此问题进行了研究。

## 1 共轭复数及负实数零(极)点的映射

### 1.1 共轭复数零(极)点

如前所述, 为了使  $D'(Z)$  与  $D(Z)$  等价, 将它们的零、极点分别按  $T's$  与  $T_s$  映射到  $S$  平面上时, 应得到相同的零、极点。换句话说,  $D'(Z)$  与  $D(Z)$  的零、极点可由  $S$  平面上的相同零、极点分别按  $T's$  与  $T_s$  映射回  $Z$  平面上而得到。

设  $S = \sigma \pm j\omega$ , 为  $S$  平面上的一对共轭复数点, 将它们分别按计算采样周期  $T's$  与实际采样周期  $T_s$  映射回  $Z$  平面上, 有:

$$Z' = e^{T's} = e^{T_s(\sigma \pm j\omega)} = e^{\sigma T_s} \cdot e^{\pm j\omega T_s}$$

$$Z = e^{T_s} = e^{T_s(\sigma \pm j\omega)} = e^{\sigma T_s} \cdot e^{\pm j\omega T_s}$$

由以上二式可得

$$|Z'| = e^{\sigma T_s} = (e^{\sigma T_s})^{\frac{T_s}{n}} = |Z|^{\frac{T_s}{n}} \quad (4)$$

$$\angle Z' = \pm \omega T_s = \pm \omega T_s \cdot (T's/T_s) = \angle Z \cdot (T's/T_s) \quad (5)$$

由此可见, 当  $D(Z)$  中含有共轭复数零(极)点时, 我们可分别按式(4)及式(5)确定  $D'(Z)$  中对应的共轭复数零(极)点的模与幅角。

### 1.2 负实数零(极)点

当  $D(Z)$  中的零(极)点为正实数时, 式(4)及式(5)仍然成立 ( $|Z'| = |Z|^{\frac{T_s}{n}}$ ,  $\angle Z' = \angle Z \cdot (T's/T_s) = 0^\circ$ ); 但是, 当  $D(Z)$  中的零(极)点为负实数时,  $\angle Z = 180^\circ$ , 若仍按式(5)确定  $\angle Z'$ , 则可能得到单个复数零(极)点, 使  $D'(Z)$  中出现复数系数, 这是绝对不允许的。

在这种情况下, 我们仍可按式(4)确定  $D'(Z)$  中相应零(极)点的模, 但保持其幅角不变, 即  $\angle Z' = \angle Z = 180^\circ$ 。换句话说, 相应的零(极)点仍为负实数, 即

$$Z' = - |Z'| = - |Z|^{\frac{r}{n}} \quad (6)$$

## 2 应用举例

以下就  $D(Z)$  中全为正实数零、极点, 含有共轭复数零(极)点, 或含有负实数零(极)点的三种不同情形分别举例, 确定  $T's$  增大或减小时相应的  $D'(Z)$ , 并通过数字仿真打印  $D(Z)$  与  $D'(Z)$  的单位阶跃响应  $u(t)$ , 以便对比分析在不同情形下  $D'(Z)$  与  $D(Z)$  的近似程度。

三种情形下的数字控制器脉冲传递函数  $D(Z)$ , 及与计算采样周期  $T's$  对应的数字控制器脉冲传递函数  $D'(Z)$ , 以及单位阶跃响应的数字仿真结果分别示于表 1、表 2 及表 3 中。

表 1  $D(Z)$  中全为正实数零、极点

实际采样周期 $T_s = 0.1 \text{ s}$		计算采样周期 $T's = 0.2 \text{ s}$		计算采样周期 $T's = 0.05 \text{ s}$	
$D(Z) = \frac{1.8(Z-0.57)}{(Z-0.76)(Z-0.41)}$		$D'(Z) = \frac{2.8451(Z-0.3249)}{(Z-0.5776)(Z-0.1681)}$		$D'(Z) = \frac{1.0288(Z-0.755)}{(Z-0.8718)(Z-0.6403)}$	
$t(\text{s})$	$u(t)$	$t(\text{s})$	$u(t)$	$t(\text{s})$	$u(t)$
0.000 0	0.000 00	0.000 0	0.000 00	0.000 0	0.000 00
0.200 0	1.800 00	0.200 0	0.000 00	0.200 0	2.411 32
0.400 0	3.582 72	0.400 0	2.845 10	0.400 0	3.854 37
0.600 0	4.417 62	0.600 0	4.042 29	0.600 0	4.561 46
0.800 0	4.867 12	0.800 0	4.658 81	0.800 0	4.948 72
1.000 0	5.121 24	1.000 0	5.002 31	1.000 0	5.168 91
1.200 0	5.267 10	1.200 0	5.198 60	1.200 0	5.295 53
1.400 0	5.351 19	1.400 0	5.311 62	1.400 0	5.368 60
1.600 0	5.399 73	1.600 0	5.376 84	1.600 0	5.410 80
1.800 0	5.427 77	1.800 0	5.414 51	1.800 0	5.435 18
2.000 0	5.443 96	2.000 0	5.436 26	2.000 0	5.449 26
2.200 0	5.453 31	2.200 0	5.448 82	2.200 0	5.457 40
2.400 0	5.458 71	2.400 0	5.456 08	2.400 0	5.462 11
2.600 0	5.461 83	2.600 0	5.460 27	2.600 0	5.464 82
2.800 0	5.463 64	2.800 0	5.462 70	2.800 0	5.466 79
3.000 0	5.464 68	3.000 0	5.464 09	3.000 0	5.467 30
3.200 0	5.465 28	3.200 0	5.464 90	3.200 0	5.467 83
3.400 0	5.465 63	3.400 0	5.465 37	3.400 0	5.468 13
3.600 0	5.465 83	3.600 0	5.465 64	3.600 0	5.468 31
3.800 0	5.465 94	3.800 0	5.465 79	3.800 0	5.468 41
4.000 0	5.466 01	4.000 0	5.465 88	4.000 0	5.468 47

(表 2, 表 3 见下页)

## 3 结 论

对表 1、表 2 及表 3 的数字仿真结果进行对比分析, 不难看出, 在上述三种情形下, 无论计算采样周期  $T's$  增大或减小,  $D'(Z)$  与  $D(Z)$  的近似程度均基本相当, 除最初几拍外,  $D'(Z)$  与  $D(Z)$  的阶跃响应均十分接近。这表明, 本文提出的处理方法是合理的, 有效的, 实用的, 可以推广应用。

表 2  $D(Z)$  中含有共轭复数极点

实际采样周期 $T_s = 0.1 \text{ s}$		计算采样周期 $T'_s = 0.2 \text{ s}$		计算采样周期 $T'_s = 0.05 \text{ s}$	
$D(Z) = \frac{3.51(Z - 0.57)}{Z^2 - 0.6Z + 0.25}$		$D'(Z) = \frac{5.245(Z - 0.3249)}{Z^2 + 0.28Z + 0.25}$		$D''(Z) = \frac{3.3606(Z - 0.755)}{Z^2 - 0.8944Z + 0.25}$	
$t(\text{s})$	$u(t)$	$t(\text{s})$	$u(t)$	$t(\text{s})$	$u(t)$
0.000 0	0.000 00	0.000 0	0.000 00	0.000 0	0.000 00
0.200 0	3.500 00	0.200 0	0.200 00	0.200 0	3.407 83
0.400 0	2.793 00	0.400 0	5.245 00	0.400 0	2.325 66
0.600 0	2.174 48	0.600 0	2.072 30	0.600 0	2.310 61
0.800 0	2.305 26	0.800 0	1.649 41	0.800 0	2.315 36
1.000 0	2.325 61	1.000 0	2.560 99	1.000 0	2.315 26
1.200 0	2.314 59	1.200 0	2.411 47	1.200 0	2.315 24
1.400 0	2.314 86	1.400 0	2.225 44	1.400 0	2.315 24
1.600 0	2.315 51	1.600 0	2.314 91	1.600 0	2.315 24
1.800 0	2.315 40	1.800 0	2.336 37	1.800 0	2.315 24
2.000 0	2.315 37	2.000 0	2.307 99	2.000 0	2.315 24
2.200 0	2.315 39	2.200 0	2.310 57	2.200 0	2.315 24
2.400 0	2.315 39	2.400 0	2.316 94	2.400 0	2.315 24
2.600 0	2.315 38	2.600 0	2.314 51	2.600 0	2.315 24
2.800 0	2.315 38	2.800 0	2.313 60	2.800 0	2.315 24
3.000 0	2.315 38	3.000 0	2.314 46	3.000 0	2.315 24
3.200 0	2.315 38	3.200 0	2.314 45	3.200 0	2.315 24

表 3  $D(Z)$  中含有负实数极点

实际采样周期 $T_s = 0.1 \text{ s}$		计算采样周期 $T'_s = 0.2 \text{ s}$		计算采样周期 $T'_s = 0.05 \text{ s}$	
$D(Z) = \frac{0.8(Z + 0.57)}{(Z - 0.76)(Z - 0.41)}$		$D'(Z) = \frac{2.3525(Z + 0.3249)}{(Z - 0.5776)(Z - 0.1681)}$		$D''(Z) = \frac{0.2331(Z + 0.755)}{(Z - 0.8718)(Z - 0.6403)}$	
$t(\text{s})$	$u(t)$	$t(\text{s})$	$u(t)$	$t(\text{s})$	$u(t)$
0.000 0	0.000 00	0.000 0	0.000 00	0.000 0	0.000 00
0.200 0	0.800 00	0.200 0	0.000 00	0.200 0	1.430 55
0.400 0	3.571 36	0.400 0	2.352 50	0.400 0	4.153 42
0.600 0	5.702 38	0.600 0	4.871 06	0.600 0	6.075 96
0.800 0	7.022 39	0.800 0	6.520 74	0.800 0	7.245 49
1.000 0	7.799 82	1.000 0	7.506 39	1.000 0	7.931 12
1.200 0	8.251 38	1.200 0	8.081 21	1.200 0	8.328 94
1.400 0	8.512 62	1.400 0	8.414 17	1.400 0	8.559 08
1.600 0	8.663 59	1.600 0	8.606 64	1.600 0	8.692 10
1.800 0	8.750 80	1.800 0	8.717 84	1.800 0	8.768 97
2.000 0	8.801 17	2.000 0	8.782 07	2.000 0	8.813 39
2.200 0	8.830 27	2.200 0	8.819 18	2.200 0	8.839 06
2.400 0	8.847 07	2.400 0	8.840 61	2.400 0	8.853 89
2.600 0	8.856 78	2.600 0	8.852 99	2.600 0	8.862 46
2.800 0	8.862 39	2.800 0	8.860 14	2.800 0	8.867 41
3.000 0	8.865 63	3.000 0	8.864 27	3.000 0	8.870 27
3.200 0	8.867 50	3.200 0	8.866 66	3.200 0	8.871 92

参 考 文 献

- 1 熊光楞等. 连续系统仿真与离散事件系统仿真. 北京:清华大学出版社, 1991
- 2 汪瑞芳等. 连续系统仿真及应用技术. 重庆:重庆大学出版社, 1991

## A Change of Sampling Period in Simulation of Sampling Control System

*Tong Mingchu*

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Chongqing Jianzhu University, 400045)

**Abstract** In digital simulation of sampling control system, because of some special requirements, sometimes, we hope sampling period of digital controller is changed. At the same time, pulse transfer function  $D(z)$  of the digital controller must also change correspondingly, to ensure that the simulation model is equivalent to the real system model. This paper studies how to define corresponding pulse transfer function  $D'(z)$  of digital controller, while there are zeros (poles) of conjugate complex numbers or negative real number in  $D(z)$ , poses a solution method and gives comparative analysis for three different situations. The analysis result shows that the solution method posed by this paper is reasonable, efficient and useful, and can be extended and used.

**Key Words** sampling control system, digital controller, sampling period, pulse transfer function

(编辑:刘家凯)

---

(上接第 5 页)

## Monitoring – Forecast and Control – Harmonization on Construction Cost of Building Engineering

*Xiao Weipin*

(Faculty of Management Engineering, Chongqing Jianzhu University, 400045)

*Shi Yuanyin*

(Panzhuhua University, 617067)

*Yang Yiqing He Yong*

(Faculty of Management Engineering, Chongqing Jianzhu University, 400045)

**Abstract** Through construction cost analysis, the paper provides the monitoring forecast models and the Construction Cost Harmonization – Control models.

**Key Words** Construction cost, Monitoring and Forecast, Harmonization and Control

(编辑:刘家凯)