

# 岩石裂纹小范围屈服时声发射总数 与应力强度因子关系的研究

⑨  
41-46

黄志鹏

(长江科学院重庆岩基研究中心 重庆 400014)

朱可善 郭映忠

(重庆建筑大学建筑工程学院 400045)

TU458.3

TU452

**摘·要** 根据裂纹尖端微裂纹密度理论,假定声发射总数与裂纹尖端的显微裂纹总长度成正比,推导出了岩石裂纹稳定扩展时声发射总数与应力强度因子之间的关系式。并将一些试验结果与理论推导进行了比较,结果表明:理论推导与试验结果大体一致。

**关键词** 岩石, 裂纹, 声发射, 应力强度因子

中图法分类号 TU 452

岩石的断裂破坏是岩石的一种主要破坏形式。众所周知,能够表征材料裂纹状态的参数是应力强度因子。很早以前人们在研究岩石的低脆性断裂时就联想到岩石应力强度因子  $K$  与声发射的关系。Eoans 等人认为,在外力作用下,在主裂纹尖端附近的范围内,生成众多的显微开裂是声发射的主要来源<sup>[1]</sup>。声发射总计数  $N$  只取决于裂纹增长  $\Delta a$  时显微裂纹的数目, Dunegan 和 Harris 指出,在裂纹运动之前,一个有缺陷样品产生的累计声发射数与塑性区体积成正比,声发射总数与应力强度因子的四次方成正比<sup>[2]</sup>。后来许多研究者 Harris、Dunegan 和 Tetelman、Palmer 和 Heald<sup>[3]</sup> 的试验表明,声发射总数与应力强度因子不一定是四次方的关系。

从以上的回顾可以看出,这些学者对材料断裂与声发射的关系进行了比较深入的研究,但与实际的情况仍然存在着一些差距,说明这些研究者的研究工作存在着不足。本文拟根据裂纹尖端微裂纹密度理论,假定声发射总数与裂纹尖端的显微裂纹总长度成正比,推导出声发射总数与应力强度因子之间的关系。

## 1 低脆性岩石断裂力学与声发射的理论研究

根据线弹性断裂力学分析,在裂纹尖端附近的区域,应力随  $r$  的缩小而迅速增大。在实际的工程材料中,这样理想化的情况不会出现。对于金属材料,在裂纹尖端前沿当应力达到屈服极限时会发生塑性变形,从而形成一个塑性区。对于低脆性材料,如岩石、混凝土,在宏观裂纹扩展发生之前,存在着缓慢稳定的增长阶段,在裂纹尖端附近存在一个塑性区,塑性区的尺寸相对于裂纹的尺寸一般是比较小的,因此,塑性区的存在不致显著

收稿日期:1997-08-28

黄志鹏,男,1965年生,工程师

影响其外围弹性区的应力和位移。因此，可以应用线弹性力学方法来研究这种低脆性断裂力学问题。以 I 型裂纹为例，其端部应力场为

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{cases} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{cases} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (1)$$

式中， $K_I$  为 I 型裂纹应力强度因子， $r$  为矢径； $\theta$  为幅角。

最大和最小主应力可以由各应力分量计算得到，即

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{cases} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{cases} 1 + \sin \frac{\theta}{2} \\ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (2)$$

应用 Mohr-Colomb 屈服条件，可以得到平面应力状态下塑性区半径为

$$r_y = \frac{K_I^2}{2\pi c^2 \cos^2 \varphi} \cos^2 \frac{\theta}{2} (\sin \frac{\theta}{2} - \sin \varphi) \quad (3)$$

式中， $c$  为岩石材料的凝聚力， $\varphi$  为内摩擦角。

塑性区形成后，应力降低为塑性条件下的应力。有利于应力松弛，将会有能量释放，释放的能量为塑性区形成前后两者应变能之差，根据文献 [4] 塑性区形成前后的应变能密度为

$$w_0 = a_{11} \frac{K_I^2}{r} \quad (4)$$

$$w_d = r \cdot a_{11} \frac{K_I^2}{r_y} \quad (5)$$

式中， $w_0$  为塑性区形成前裂纹尖端的应变能密度， $w_d$  为塑性区形成后裂纹尖端塑性区的应变能密度。

$$a_{11} = \frac{(3 - 4\mu - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{16\pi G} \quad (6)$$

式中， $\mu$  为材料的泊松比， $G$  为材料的剪切模量。释放的能量除少部分转化成热能外，大部分能量用于产生声发射。因此，可以近似地认为释放的能量等于声发射产生的能量。

$$E_s = 4B \int_0^\pi d\theta \int_0^{r_y} (w_0 - w_d) dr = A_1 K_I^2 \quad (7)$$

式中， $B$  为材料的厚度， $A_1$  为常数，其值为

$$A_1 = \frac{B \left( \frac{32}{85} \pi + \frac{3}{8} \pi \sin^4 \varphi + \frac{3}{8} \pi \sin^2 \varphi - \frac{16}{35} \sin \varphi - \frac{8}{5} \sin^3 \varphi \right)}{2\pi^2 c^4 \cos^4 \varphi} \quad (8)$$

同理，初始声发射时，释放的能量为

$$E_{s0} = A_1 \cdot K_{I0}^2 \quad (9)$$

式中， $K_{I0}$  为初始声发射时的应力强度因子。

如果裂纹尖端耗散能均用于微裂纹的产生，设裂纹平均长度为  $a_m$  (一般  $a_m$  与材料颗

粒尺寸相当), 材料表面能为  $\gamma_f$  [42], 则

$$\eta(r, \theta) = 2a_m \cdot \frac{r_f}{w_d} \quad (10)$$

式中,  $\eta(r, \theta)$  为微裂纹密度,  $w_d$  为塑性区应变能密度。塑性区裂纹总长度为

$$L = 4a_m B \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{r_f} \eta(r, \theta) dr = A_2 K_I^4 \quad (11)$$

式中,  $A_2$  为常数, 其值为

$$A_2 = \frac{16a_m^2 B r_f G K_I^4}{\pi^2 c^6 \cos^6 \varphi} \int_0^{\pi} \cos^6 \frac{\theta}{2} \frac{(\sin \frac{\theta}{2} - \sin \varphi)^6}{(3 - 4\mu - \cos \theta)(1 - \cos \theta)} d\theta \quad (12)$$

同理可得应力强度因子为  $K_{I0}$  时, 裂纹的总长度为

$$L_0 = A_2 \cdot K_{I0}^4 \quad (13)$$

既然岩石的声发射是由于塑性区的微裂纹产生的, 那么就可以认为声发射事件总数与塑性区微裂纹的总长度成正比, 考虑到  $L_0$  的存在, 声发射事件数为

$$\phi = A_3 \frac{L}{L_0} = A_3 \cdot \left( \frac{K_I}{K_{I0}} \right)^4 \quad (14)$$

式中,  $A_3$  为比例系数。注意到

$$V_i = \varphi \sqrt{E_{\sigma 0}} \quad (15)$$

且声发射振铃总数

$$N(x) = A_4 \int \ln \left( \frac{\phi \sqrt{E_{\sigma}}}{V_i} \right) \left( \frac{d\phi}{dx} \right) dx \quad (16)$$

式中,  $\phi$  为机电转换系数,  $A_4$  为常数。

将(7)、(14)、(15)式代入(16)式, 得声发射振铃总数为

$$\begin{aligned} N &= 8A_3 \cdot A_4 \int_{K_{I0}}^{K_I} \ln \left( \frac{K_I}{K_{I0}} \right) \left( \frac{K_I}{K_{I0}} \right)^3 d \left( \frac{K_I}{K_{I0}} \right) \\ &= 2A_3 \cdot A_4 \left[ \left( \frac{1}{4} \ln \frac{K_I}{K_{I0}} - \frac{1}{16} \right) \left( \frac{K_I}{K_{I0}} \right)^4 - \frac{1}{16} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

式(15)即为我们利用声发射事件总数与裂纹尖端塑性区内微裂纹总长度成正比这一假定导出声发射与应力强度因子之间的关系式, 表明声发射振铃总数不仅取决于应力强度因子  $K_I$  的大小, 而且与阈值应力强度因子  $K_{I0}$  有关。设

$$D = \frac{1}{4} \ln \frac{K_I}{K_{I0}} - \frac{1}{16} \quad (18)$$

把  $D$  与  $K_I$  之间的关系列于表 1。

表 1  $D$  与  $K_I$  之间的关系表

$K_I / K_{I0}$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	15	20	30
$D$	-0.062 5	0.110 8	0.212 2	0.284 1	0.339 9	0.385 4	0.424 0	0.457 4	0.513 1	0.614 5	0.686 4	0.787 8

将表 1 中的数据进行回归, 得到

$$D = 0.102 7 \left( \frac{K_I}{K_{I0}} \right)^{0.638 2}; \quad r = 0.954 8 \quad (19)$$

式中,  $r$  为相关系数。将(19)代入(17)式, 同时考虑到  $1/16$  比前一项要小得多, 可以忽

略不计, 得

$$N = A_5 K_I^{0.6512} \quad (20)$$

式中  $A_5 = 0.2054 \frac{A_1 \cdot A_4}{K_I^0}$  为常数, 与材料性质及试验条件有关。(20) 式即为本文根据裂纹尖端塑性区微裂纹密度理论, 依据声发射事件数与微裂纹总长度成正比的假定, 所推导出的材料小范围屈服时裂纹尖端塑性区声发射振铃总数与应力强度因子之间的关系式, 此式与 Dunegan 和 Harris 推导的关系式在形式上完全一致, 仅系数略有不同。

## 2 试验对比

根据文献[3]得到大理岩三点弯曲试验资料如表 2, 将表中数据进行回归得

$$N = 0.0013951 K_I^{0.9917}; \text{ 相关系数 } r = 0.9897 \quad (21)$$

表 2 大理岩三点弯曲声发射试验(根据文献[3])

$K_I (N \cdot mm^{-3/2})$	15.1	16.2	20.1	28.2	29.6	30.7	31.9
$N$	100	150	200	1200	1500	1800	2100

根据表中数据及回归系数绘成图 1。

笔者根据中心切口裂纹砂岩所作的三点弯曲试验<sup>[5]</sup>, 得到试验资料如表 3。

表 3 中心切口裂纹砂岩三点弯曲试验成果

C1-1	$K_I (N \cdot mm^{-3/2})$	19.86	22.69	25.53	28.37	31.21	34.04	
	$N$	19504	39000	48762	78019	117028	185295	
C1-2	$K_I (N \cdot mm^{-3/2})$	24.26	26.95	29.65	32.34	35.04	37.74	40.43
	$N$	24824	39009	43432	58514	68267	117028	156038
C1-3	$K_I (N \cdot mm^{-3/2})$	18.47	21.11	23.75	26.39	29.03	31.67	34.31
	$N$	20382	34158	41857	54746	87642	114588	213547

根据表中数据进行回归, 得

$$N = 0.1339 K_I^{0.9855}; \text{ 相关系数 } r = 0.996 \quad (22)$$

$$N = 0.4603 K_I^{0.4056}; \text{ 相关系数 } r = 0.979 \quad (23)$$

$$N = 0.6825 K_I^{0.5092}; \text{ 相关系数 } r = 0.981 \quad (24)$$

根据试验资料及回归系数绘成图 2、3、4, 回归得到的指数与式(20)中的参数比较

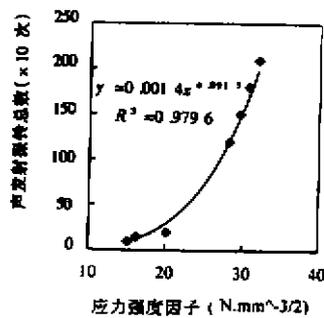


图 1 大理岩三点弯曲试验声发射总数与应力强度因子回归曲线

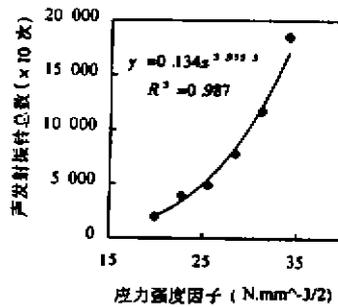


图 2 (C1-1) 砂岩三点弯曲试验声发射总数与应力强度因子回归曲线

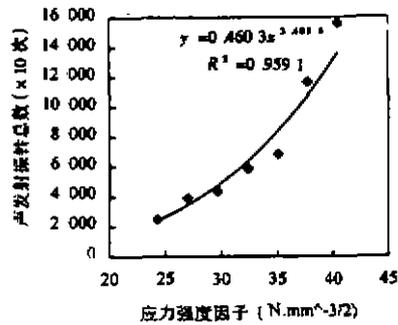


图3 (C1-2)砂岩三点弯曲试验声发射总数  
与应力强度因子回归曲线

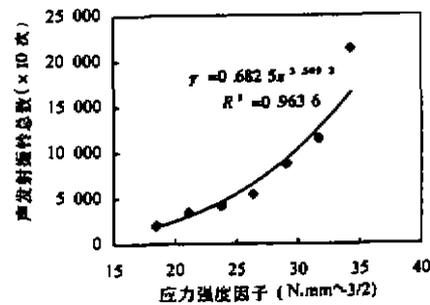


图4 (C1-3)砂岩三点弯曲试验声发射总数  
与应力强度因子回归曲线

接近,但都比式(20)的指数小,其原因为岩石裂纹尖端塑性区内声发射源十分复杂,理论推导时考虑的因素不完全。

### 3 结 论

本文根据裂纹尖端微裂纹密度理论,假定声发射总数与裂纹尖端的显微裂纹总长度成正比,推导出的岩石裂纹稳定扩展时声发射总数与应力强度因子之间的关系式,较好地反映了岩石裂纹小范围屈服时声发射总数与应力强度因子关系,但理论推导得到的指数与实验得到的指数相比偏大,分析其原因为岩石裂纹尖端塑性区内声发射源十分复杂,理论推导时考虑的因素不完全所致。

### 参 考 文 献

- 1 秦四清,李造鼎,林韵梅.低脆性岩石声发射与断裂力学的理论研究.应用声学,1991,10(4)
- 2 朱祖铭.声发射技术及其应用.基础知识讲座.无损检测,1980,3
- 3 秦四清,李造鼎.材料小范围屈服时声发射振铃总数与应力强度因子关系的研究.无损检测,1992,14
- 4 徐靖南.压剪应力作用下多裂隙岩体的力学特性—理论分析与模型试验.中国科学院博士论文,1993
- 5 黄志鹏.岩石声发射及Kaiser效应的试验研究.重庆建筑大学硕士论文,1997

## Studies on the Relationship between Total Acoustic Emission Count and Stress Intensity Factor for Rock Crack Yielded within Small Scope

*Huang Zhipeng*

(Chongqing Rock Foundation Research Center of Yangtze River Scientific Research Institute, 400014)

*Zhu Keshan Guo Yingzhong*

(Chongqing Jianzhu University, 400045)

Abstract Based on the crack tip microcrack density theory, a supposition that total AE

count is directly proportional to the total microcrack length is proposed, a relationship between total AE count and stress intensity factor for stable crack growth is derived. With a series of experimental results, the relationship between theoretical derivation and the experimental results is compared, it shows that the theoretical derivation coincides better with the experimental results.

Key Words rock, crack, acoustic emission, stress intensity factor

(编辑:陈 蓉)

---

(上接 40 页)

from the exterior Neumann problem of Helmholtz equation. The author analyses how the famous difficulty that some equations have no unique solution when the wave number  $k$  is an eigenvalue of an interior problem is arised in the course of reducing these equations from Helmholtz representations, and proposes a method of overcoming the difficulty, that is, introducing a direct boundary integral equation which has unique solution for all wave numbers  $k$  and is equivalent to the original boundary value problem. Besides, advantages and shortcomings for these integral equations are estimated respectively.

Key Words potential, boundary value problems of Helmholtz equation, boundary elements

(编辑:陈 蓉)