

# 复合桩基极限承载力的可靠度分析

TU473.1  
TU473.11

①

28-32

熊启东

(同济大学地下建筑工程系 上海 200092)

**摘要** 运用结构可靠度理论,同时结合一个工程实例,对复合桩基稳定极限状态方程进行了较为全面的可靠分析。并对各抗力基本变量变异系数的敏感性、可靠指标与安全系数的关系、考虑承台分荷效应对复合桩基稳定可靠度的影响等方面作了进一步的探讨。

**关键词** 复合桩基, 极限承载力, 可靠指标, 敏感度, 安全系数

中图法分类号 TU473.11

## 引言

复合桩基是指按大桩距(≥5~6倍桩径)布置的低承台摩擦型群桩与承台底土体共同承载的新型基础形式。它是天然地基和纯桩基之间的过渡型。当复合桩基中单桩达到极限状态后,承台还能继续承担一部分荷载。考虑承台、桩、土相互作用的群桩极限承载力表达式可写为

$$Q_u = \eta n P_u + Q_{cu} \quad (1)$$

式(1)中  $P_u$  为单桩极限承载力,  $Q_{cu}$  为承台底土体的极限承载力,  $\eta$  为群桩效率系数,  $n$  为桩数。由于承台底土体破坏时绕桩滑动将受到极限滑动阻力,所以承台底土体的极限承载力较无桩时有所提高,如式(2)所示

$$Q_{cu} = (f_c + \Delta f_c) A \quad (2)$$

式(2)中  $f_c$  为承台底天然地基极限承载力,  $\Delta f_c$  为  $f_c$  的提高值,  $A$  为承台底面积。将式(2)代入式(1),得复合桩基极限承载力的计算公式如下

$$Q_u = \eta n P_u + (f_c + \Delta f_c) A \quad (3)$$

下面分别说明  $P_u$ 、 $f_c$ 、 $\Delta f_c$  的计算方法

### 1) 单桩极限承载力 $P_u$

按《建筑地基基础设计规范》<sup>[1]</sup>的规定:当没有进行单桩静载荷试验时,单桩极限承载力  $P_u$  可按下列式计算

$$P_u = U_p \sum f_i l_i + f_p A_p \quad (4)$$

式(4)中  $U_p$  为桩身截面周长,  $f_i$  为桩身第  $i$  层土的极限摩阻力,  $l_i$  为第  $i$  层土厚度,  $f_p$  为桩端处土的极限端阻力,  $A_p$  为桩端截面积。

收稿日期:1998-02-18

熊启东,男,1972年生,博士生

2) 承台底天然地基极限承载力  $f_i$ 

计算天然地基极限承载的公式较多, 本文建议采用汉森公式, 对条形承台, 可写成如下形式

$$f_i = 0.5 N_r \gamma B + N_q \gamma_0 D + N_c c \quad (5)$$

式(5)中  $B$  为承台宽度,  $D$  为承台埋深,  $\gamma$  为承台底土重度,  $\gamma_0$  为承台底以上各土层的加权平均重度,  $c$  为承台底土的粘聚力;  $N_r$ 、 $N_q$ 、 $N_c$  为承载力系数, 它们都是承台底土内摩擦角  $\Phi$  的函数。

3) 承台底天然地基极限承载力的提高值  $\Delta f_i$ 

本文建议采用文献[2]给出的理论解, 对条形承台, 可按下式计算

$$\Delta f_i = b/ST(0.5H_r \gamma B + H_q \gamma_0 D + H_c c) \quad (6)$$

式(6)  $b$  为桩径,  $S$  为桩纵向间距,  $T = 1 + k_a/tg^2\alpha$ ,  $k_a$  为主动土压力系数,  $\alpha$  为滑动土楔半角;  $H_r$ 、 $H_q$ 、 $H_c$  为承载力增量系数, 当承台底绝对光滑时, 它们都是承台底土内摩擦角  $\Phi$  的函数, 其计算式参见文献[2]。

综上, 将式(4)、(5)、(6)代入式(3), 可得条形承台下复合桩基极限承载力表达式为

$$Q_u = \eta n (U_p \sum f_i l_i + f_p A_p) + A [0.5\gamma B (N_r + b H_r/ST) + \gamma_0 D (N_q + b H_q/ST) + c (N_c + b H_c/ST)] \quad (7)$$

## 1 复合桩基稳定的极限状态方程

结构可靠度分析的前提是建立极限状态方程并确定基本变量。以综合变量表示的复合桩基稳定极限状态方程可写成如下形式

$$Q_u - S = 0 \quad (8)$$

式(7)中  $Q_u$  为复合桩基极限承载力;  $S$  为作用于承台底的荷载效应, 包括恒载效应  $S_c$  和活载效应  $S_q$  两部分。

$$S = S_c + S_q \quad (9)$$

将式(7)、(9)代入式(8), 可得多参数表示的复合桩基稳定极限状态方程如下

$$\eta n (U_p \sum f_i l_i + f_p A_p) + A [0.5\gamma B (N_r + b H_r/ST) + \gamma_0 D (N_q + b H_q/ST) + c (N_c + b H_c/ST)] - S_c - S_q = 0 \quad (10)$$

式(10)中所有参数可分为四类: 第一类为几何尺寸, 包括桩的几何尺寸  $b$ 、 $U_p$ 、 $A_p$ 、 $l_i$  和承台的几何尺寸  $B$ 、 $D$ 、 $A$  等, 由于这些参数一般都能事先确定, 且施工后变异性很小, 故通常视为常量; 第二类为群桩效率系数, 对复合桩基而言, 群桩效率系数  $\eta$  综合取为 1 是合理的<sup>[1]</sup>, 本文暂不考虑  $\eta$  的变异性; 第三类为土性指标, 包括  $\gamma$ 、 $\gamma_0$ 、 $c$ 、 $\Phi$ 、 $f_i$ 、 $f_p$  等, 考虑到土重度  $\gamma$ 、 $\gamma_0$  变异性很小, 为简化起见, 仅将  $c$ 、 $\Phi$ 、 $f_i$ 、 $f_p$  视为随机变量, 并假定  $c$ 、 $\Phi$ 、 $f_i$  服从正态分布,  $f_p$  服从对数正态分布; 第四类为荷载效应, 包括  $S_c$  和  $S_q$ 。按《建筑设计统一标准》<sup>[4]</sup>规定:  $S_c$  服从正态分布, 其变异系数  $\delta_c = 0.07$ ,  $S_q$  服从极值 I 型分布, 本文假定其变异系数  $\delta_q = 0.29$ 。

通过以上参数分析, 可知式(10)中所含随机变量的个数为  $n+5$ , 分别为  $c$ 、 $\Phi$ 、 $f_i (i=1, 2, \dots, n)$ 、 $f_p$ 、 $S_c$ 、 $S_q$ , 以这些基本随机变量表示的极限状态方程可简写为

$$g(c, \Phi, f_i, f_p) - S_c - S_q = 0 \quad (11)$$

## 2 求解可靠指标 $\beta$ 的计算方法

目前结构可靠度计算常用方法有一次二阶矩验算点法(简称 JC 法)、蒙特卡洛法(简称 M-C 法)等。使用 JC 法要求极限状态方程形式不能太复杂,否则各基本变量的偏导表达式过于繁冗甚至无法求出。M-C 法可克服 JC 法的这个缺点,但极费机时,且模拟次数对可靠指标  $\beta$  的精确度影响很大。本文建议将这两种方法结合起来。考虑到式(3)中  $f_c + \Delta f_c$  项是  $\Phi$  的高次非线性函数,难于对  $\Phi$  求偏导,可将其视为一个单独的随机变量  $q_c$ 。这样式(10)简化成

$$\eta n(U_p \sum f_i l_i + f_p A_p) + A q_c - S_c - S_q = 0 \quad (12)$$

由于  $q_c$  仅和  $c$ 、 $\Phi$  有关,故  $q_c$  与  $f_i$ 、 $f_p$ 、 $S_c$ 、 $S_q$  相互独立,满足常规 JC 法的使用条件。若已知  $q_c$  的统计特性,便可方便求解可靠指标  $\beta$ 。本文运用蒙特卡洛法的原理来确定  $q_c$  的统计特性。具体作法是:首先对已知统计特性的基本变量  $c$ 、 $\Phi$  进行随机抽样,获取  $c$ 、 $\Phi$  的随机数,将其代入  $q_c$  的表达式即可得一系列  $q_c$  的随机值,然后用假设检验的方法确定  $q_c$  的分布类型,并估计其统计参数。

## 3 实例计算

工程概况:某条形承台横剖面如图 1 所示,  $B = 4.0 \text{ m}$ ,  $B_0 = 2.8 \text{ m}$ ,  $D = 1.0 \text{ m}$ ,  $S = 2.8 \text{ m}$ ; 下设预制方桩,  $b = 0.4 \text{ m}$ , 桩长  $20.0 \text{ m}$ , 各土层  $f_i$ 、 $f_p$  的统计参数如表 1 所示。承台底土层为褐黄色粉质粘土层②,  $\gamma_2 = 18.2 \text{ KN/m}^3$ , 上覆  $0.5 \text{ m}$  厚的素填土层①,  $\gamma_1 = 19.5 \text{ KN/m}^3$ , 承台底土层抗剪指标  $c$ 、 $\Phi$  的统计参数为:  $\mu_c = 11.0 \text{ kPa}$ ,  $\delta_c = 0.21$ ,  $\mu_\Phi = 22.0^\circ$ ,  $\delta_\Phi = 0.09$ 。作用于承台底荷载效应的均值为  $\mu_S = 2910.0 \text{ kPa}$ 。

现在来求解该条形承台下复合桩基稳定的可靠指标  $\beta$ 。假定荷载效应比值  $\rho = 0.5$ , 则恒载效应均值  $\mu_{kc} = \mu_c / (1 + \rho) = 1940.0 \text{ kPa}$ , 活载效应均值  $\mu_{kq} = \rho \mu_c = 970.0 \text{ kPa}$ 。由于荷载效应的变异系数已事先给定,故极限状态方程(12)中荷载效应的统计参数便确定了。接着考虑抗力项的统计特性,各土层  $f_i$ 、 $f_p$  的统计参数已由表 1 给出,  $q_c$  统计特性的确定方法前已述及,本文取随机模拟次数为 5000, 得到一系列  $q_c$  的随机值,分布在区间  $[240.9, 1049.9]$  上,经  $\chi^2$  假设检验知  $q_c$  服从正态分布,其样本均值为  $550.0 \text{ kPa}$ , 样本变异系数为 0.27。这样,式(12)中各随机变

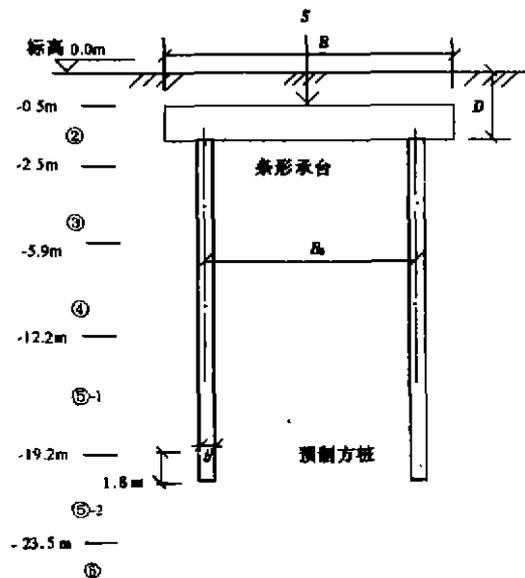


图 1 某条形承台横剖面示意

量的统计特性已全部确定了，将其输入根据JC法编制的可靠度计算程序，可得本实例中复合桩基稳定可靠指标  $\beta = 3.731$ ，相应的失效概率  $P_f = 0.01\%$ 。

#### 4 一些规律性的研究

##### 4.1 各抗力基本变量变异系数的

##### 敏感度分析

以上述实例来分析，当极限状态方程(11)中各抗力基本变量的变异系数变化时，可靠指标  $\beta$  亦随之变化。表2列出了  $f_1, f_2$  变异系数的敏感度分析结果，表中  $\beta$  值都是在其它基本

表2 各抗力基本变量变异系数的敏感度分析

变异系数 $\delta$	$c$	$\phi$	$f$					$\beta$
			$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	
0.05	4.064	4.216	3.731	3.734	3.744	3.776	3.779	3.734
0.10	3.967	3.576	3.731	3.732	3.738	3.764	3.767	3.722
0.15	3.863	2.771	3.731	3.730	3.728	3.745	3.747	3.703
0.20	3.754	2.130	3.730	3.726	3.714	3.719	3.720	3.679
0.25	3.639	1.654	3.730	3.721	3.695	3.685	3.684	3.651
$ \Delta\beta/\Delta\delta $	2.125	12.810	0.005	0.065	0.245	0.455	0.475	0.415

变量变异系数保持不变的前提下计算得到的。从表2可以发现，当  $f_1$  或  $f_2$  的变异系数从0.05增至0.25时，可靠指标  $\beta$  减小幅度很小， $|\Delta\beta/\Delta\delta| < 0.5$ ，这表明  $f_1, f_2$  变异系数对可靠指标  $\beta$  的影响非常小，也就是说  $f_1, f_2$  变异系数的敏感度很小；而  $c, \phi$  变异系数对可靠指标  $\beta$  的影响较为显著，其中  $\phi$  变异系数的敏感度最大， $c$  次之。综上所述，极限状态方程(11)中各基本变量变异系数的敏感度大小依次为  $\phi, c, f_1, f_2$ 。

##### 4.2 可靠指标 $\beta$ 与安全系数 $K$ 的关系

单一安全系数下复合桩基容许承载力的设计表达式为

$$\mu_{Q_u} / K \geq \mu \tag{13}$$

式(13)中  $\mu_{Q_u}$  为由  $c, \phi, f_1, f_2$  的均值代入式(7)得到的复合桩基极限承载力  $Q_u$  的均值， $K$  为安全系数。式(13)取等号时对应的  $\mu_s$  为荷载效应的最大容许值，以此验算极限状态方程(8)的可靠度是偏安全的。本节讨论  $\beta$  与  $K$  的关系，须牵涉到抗力基本变量的统计特性，这是因为  $K$  一定时，若抗力基本变量的统计参数产生变化，则  $\beta$  亦随之变化。考虑到  $c, \phi$  变异系数的敏感度较大，图2给出了不同  $\delta_c, \delta_\phi$  组合时  $\beta$  与  $K$  的关系曲线。从图上可以看到，当  $K$  一定时， $\beta$  随  $\delta_c, \delta_\phi$  增大而减小，表明

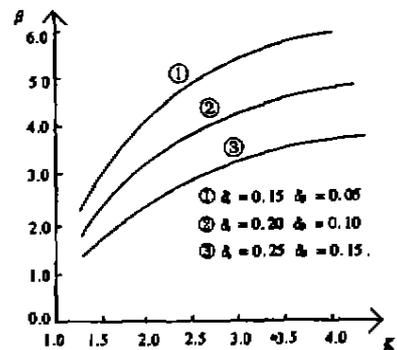


图2 不同  $\delta_c, \delta_\phi$  组合时  $\beta$  与  $K$  的关系曲线

在抗力基本变量的统计特性不确定的情况下,传统的安全系数无法真实反映结构的安全度。另一方面从  $\beta$  与  $K$  关系曲线的变化情况来看,当  $\delta_s$ 、 $\delta_p$  一定时,  $\beta$  随  $K$  增大而增大,这一点很容易从式(13)得到解释。

#### 4.3 考虑承台分荷效应对复合桩基稳定可靠指标 $\beta$ 的影响

由式(1)可知,复合桩基极限承载力  $Q_u$  包括群桩极限承载力  $\eta n P_u$  和承台底土体极限承载力  $Q_w$  两项。

故极限状态方程(8)可写为

$$\eta n P_u + Q_w - S = 0 \quad (14)$$

在式(14)中若不考虑承台分荷效应,则抗力项仅剩  $\eta n P_u$ ,以本文实例来分析,可计算出相应的可靠指标  $\beta = 2.654$ ;若考虑承台分荷效应,则求出相应的可靠指标  $\beta = 3.731$ ,提高幅度 40.6%。由此可见,考虑承台分荷效应对复合桩基稳定可靠指标  $\beta$  有较大提高。

## 5 结 论

1) 计算证明,本文在计算复合桩基稳定可靠指标  $\beta$  的过程中综合使用 JC 法和 M-C 法的思路是行之有效的。

2) 复合桩基稳定极限状态方程中各抗力基本变量的变异系数对可靠指标  $\beta$  的影响程度不一,各抗力基本变量敏感度大小依次为  $\Phi$ 、 $c$ 、 $f_s$ 、 $f_p$ 。

3) 当安全系数  $K$  一定时,可靠指标  $\beta$  与极限状态方程中各抗力基本变量的统计特性密切相关;而当各抗力基本变量的统计特性一定时,可靠指标  $\beta$  随安全系数  $K$  的增大而增大。

4) 考虑承台分荷效应对复合桩基稳定可靠指标  $\beta$  有较大程度的提高。

### 参 考 文 献

- 1 中国建筑科学研究院,建筑地基基础设计规范(GBJ7-89). 沈阳:辽宁科学技术出版社,1989
- 2 宰金珉,杨峰昌.复合桩基承台下土的极限承载力提高值理论解.岩土工程学报,1997
- 3 温特科恩 HF,方晓阳.基础工程手册.北京:中国建筑工业出版社,1993
- 4 建筑结构设计统一标准(GBJ68-84).北京:中国建筑工业出版社,1984

## Reliability Anansys of Bearing Capacity of Complex Pile Foundation

Xiong Qidong

(Tongji University, Shanghai 200092)

**Abstract** In this paper the, structural reliability theory is used to analyse the reliability of ultimate states of complex pile foundation by means of a project example. further research is carried out on such aspects as sensitivity of basic variables, of every resistant relationship between index of reliability and safety factor, influence on index of reliability by platform which subjects to actions.

**Key Words** complex pile foundation, ultimate bearing capacity, index of reliability, sensitivity, safety factor

(编辑:陈 蓉)