

文章编号: 1006-7329(1999)05-0086-05

RC 井式梁板结构的塑性极限分析法

SC-101 P6

倪绍文

(深圳市住宅局规划设计处 518026)

TU375.01
TU375.02

摘要 根据正交构造异性板理论, 将砼井式梁板结构虚拟为各向同性板与不含扭转作用的普通梁, 根据转化结构与原结构变形等效原则及材料力学关系, 导出了等效极限弯矩在虚拟梁、板内的分配, 从而可方便地计算出结构在特定破坏机构下的内力功, 由下限定理得出结构的极限承载力。

关键词 井式梁板; 虚拟梁板; 极限承载力 混凝土

中图分类号 TU375

塑性极限分析法

文献标识码 A

1 前言

塑性极限分析是塑性力学应用于工程实践的一个重要分支。目前, 对于梁和刚架的极限分析研究相对较为完善, 而对于板和壳体结构的塑性极限分析, 由于它们比梁和刚架复杂, 尽管国内外学者进行了大量研究, 仍还有待进一步发展。RC 井式梁板结构被广泛用于公共建筑和大跨度结构, 它是一种梁板组合结构, 其两个方向梁系正交, 同一方向梁系的间距及截面型式一般都相同。对于这种结构的塑性极限分析, 目前国内外的研究资料还甚少。本文将介绍一种有效的 RC 井式梁板结构的塑性极限分析法——虚拟梁板法, 为工程设计提供一种较简便的计算手段。

2 RC 井式梁板结构的虚拟梁板处理

在进行井式梁板结构的塑性极限分析时, 由于结构的梁、板结合在一起, 弯曲内力功与扭转内力功相互关联而大大增加了计算的难度, 故笔者采用虚拟梁板的办法, 假想将结构的梁与板分离, 使其成为各向同性的板与不含扭转作用的普通梁, 分别计算其在特定破坏机构下的内力功, 从而可求得原结构的极限荷载。

2.1 井式梁板结构作为正交构造异性板的力学方程

正交各向异性板理论一般是对材料异性提出的。井式梁板结构为梁板组合结构, 当两个方向正交梁系的截面高度或梁格间距不同时, 即形成了所谓“正交构造异性板”。根据正交各向异性板理论, 其力学平衡方程为:

$$D_x \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = q \quad (1)$$

式中 D_x 、 D_y 为沿 X 、 Y 方向上的抗弯刚度, H 为结构的综合抗扭刚度。内力计算公式为(2)。式中, D_1 代表泊桑效应所引起的与其正交方向板的附加刚度; D_2 为抗扭刚度。

2.2 井式梁板结构作为正交构造异性板的刚度计算

正交各向异性板的应用中, 其计算精度在很大程度上取决于各项刚度的确定是否恰当。本文根据文献 [1] 中提出的观点及工程实践给出各项刚度的计算方法, 为后面的梁板分离提供计算依

收稿日期: 1998-12-10

作者简介: 倪绍文(1964-), 男, 江苏省泗阳人, 博士, 高级工程师, 主要从事高层预应力混凝土结构设计及应用, 高强度预应力混凝土制管桩基础的设计及应用, 预应力混凝土井字梁板结构的非线性有限元全过程分析等方面的研究。

据。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= - \left(D_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= - \left(D_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= - 2 D_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \\ Q_x &= - \left(D_x \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} + H \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} \right) \\ Q_y &= - \left(D_y \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} + H \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^2 \partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

如图 1 所示, 假定沿一个方向 (X 或 Y 方向) 梁系具有相同的截面型式 (包括配筋), 根据正交构造异性板所定义的刚度为均摊刚度和力学模型等效的原则, 有:

$$D_x = E I_x / a_x = \left(\sum_{i=1}^s E_i I_{ix} \right) / a_x \quad (3)$$

$$D_y = E I_y / a_y = \left(\sum_{i=1}^s E_i I_{iy} \right) / a_y \quad (4)$$

式中, a_x, a_y 为 X、Y 方向的梁格间距; E_i 为第 i 种材料的弹性模量, 在计算翼缘混凝土板所对应的弹性模量时, E_i 应取为 $E_i = E_c / (1 - \mu^2)$; I_{ix}, I_{iy} 分别为 X、Y 方向 T 形截面的第 i 层材料对于其中和轴的惯性矩; s 为材料类型数; E_c 为混凝土弹性模量; μ 为混凝土泊桑比。

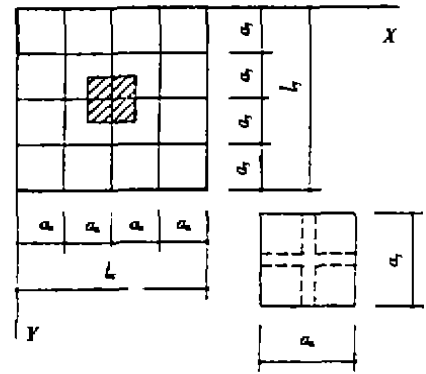


图 1

根据各向异性板理论, 抗扭刚度 $H = 1/2(\mu_x D_x + \mu_y D_y + 4D_1)$, 由混凝土材料 $\mu_x = \mu_y = \mu$ 可推知, 混凝土井式梁板结构的综合抗扭刚度 H 应由三部分组成, 即板层对结构抗扭刚度贡献 μD_1 ; X 方向梁肋的贡献 D_{lx} 和 Y 方向梁肋的贡献 D_{ly} , 故 H 可表达为: $H = \mu D_1 + D_{lx} + D_{ly}$, 可导出:

$$H = D_1 + \frac{1}{2}(G J_x / a_x + G J_y / a_y) \quad (5)$$

式中, $G J_x$ 为 X 方向梁肋的抗扭刚度; $G J_y$ 为 Y 方向梁肋的抗扭刚度。若按 T 形毛截面计算时, 有 $G J_x = G a b^3 h$, a 与 h/b 有关, 可按材料力学取值。 $G J_y$ 的计算类同。 D_1 为板的弯曲刚度, 可推知:

$$D_1 = \mu D_0 + \mu E_c t Z_w Z_y / (1 - \mu^2) \quad (6)$$

式中, t 为板厚, Z_w, Z_y 为 X、Y 方向 T 形截面中性轴至板中面距离。

2.3 混凝土式梁板结构的梁板分离处理

设想将结构沿 X、Y 方向抗弯刚度 D_x, D_y 分解为: $D_x = H^* + (D_x - H^*); D_y = H^* + (D_y - H^*)$ 。

如图 2 所示。式中 H^* 可视为虚拟各向同性板对结构刚度的贡献, $D_x - H^*, D_y - H^*$ 可视为 X、Y 方向虚拟梁肋对结构刚度的贡献。显然, 若浆虚拟板与虚拟梁肋合并, 即为正交构造异性板, 与原结构等效。若 $H^* \geq H$, 亦即虚拟板对结构刚度的贡献大于或等于结构综合抗扭刚度 H 时, 则上述处理实际上是将梁板组合结构的全部抗扭刚度 H 集中于虚拟的各向同性板内, 从而使原结构从正交构造异性板模式转化为各向同性板与不计抗扭刚度的简单梁相组合的

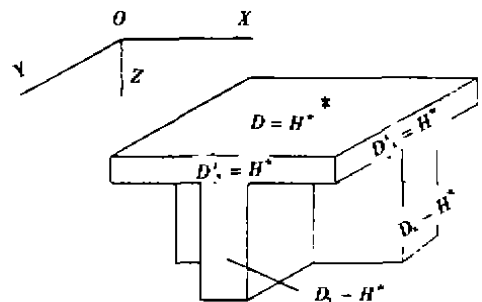


图 2

模式,而且虚拟梁肋与虚拟界面的变形协调关系也自动得到了满足。

设虚拟板内的分配弯矩为 m_x, m_y , 虚拟肋内的分配弯矩分别为 m_x^b, m_y^b , 实际结构比拟正交异性板内的弯矩为 M_x, M_y , 当结构达到极限状态时, 应有 $(M_x)_{\max} = M_x^p, (M_y)_{\max} = M_y^p$ 。式中 M_x^p, M_y^p 为结构 X, Y 方向的极限弯矩。

设结构的破坏机构在 $(M_x)_{\max}, (M_y)_{\max}$ 处的塑性铰线上的转角分别为 θ_x, θ_y , 则内力功 W_0 为:

$$W_0 = (M_x)_{\max} \theta_x + (M_y)_{\max} \theta_y$$

$$\text{即: } W_0 = M_x^p \theta_x + M_y^p \theta_y \quad (7)$$

取虚拟梁、板的内力功 W_1 为:

$$W_1 = (m_x + m_x^b)_{\max} \theta_x + (m_y + m_y^b)_{\max} \theta_y \quad (8)$$

由式(7)、(8)可得(θ_x, θ_y 为任意值时):

$$m_x + m_x^b = M_x^p = M_x \quad (9)$$

$$m_y + m_y^b = M_y^p = M_y \quad (10)$$

若比拟正交异性板的挠曲函数为 $\omega(x, y)$, 且属于小挠度范畴, 虚拟梁板的挠曲变形应与之一致, 也为 $\omega(x, y)$, 对于各向同性虚拟板有:

$$m_x = -H^* \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

$$m_y = -H^* \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (12)$$

虚拟梁与虚拟板保持变形协调, 根据材料力学关系, 有:

$$m_x^b = -(D_x - H^*) \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = -D_x^b \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \quad (13)$$

$$m_y^b = -(D_y - H^*) \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = -D_y^b \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (14)$$

式中,

$$D_x^b = D_x - H^*; D_y^b = D_y - H^* \quad (15)$$

又由正交异性板内力关系可知:

$$M_x = - \left(D_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) = M_x^p \quad (16)$$

$$M_y = - \left(D_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) = M_y^p \quad (17)$$

将式(11)~(17)代入式(9)、(10)可得:

$$H^* = D_1 / \mu \quad (18)$$

由式(13)、(14)可得:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = -\frac{m_x^b}{D_x^b} = -K_x^b \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = -\frac{m_y^b}{D_y^b} = -K_y^b \quad (20)$$

将式(19)、(20)代入式(16)、(17), 联立求解 K_x^b, K_y^b 得:

$$K_x^b = \frac{D_x M_x^p - D_1 M_y^p}{D_x D_y - D_1^2}; \quad K_y^b = \frac{D_x M_y^p - D_1 M_x^p}{D_x D_y - D_1^2}$$

或写成:

$$m_x^b = \beta_x M_x^p \quad (21)$$

$$m_y^b = \beta_y M_y^p \quad (22)$$

式中, β_x, β_y 分别为 X, Y 方向虚拟梁肋的等效极限弯矩分配系数, 且有:

$$\beta_x = D_x^b \frac{D_x - D_1 / \mu}{D_x D_y - D_1^2} \quad (\beta_x \leq 0 \text{ 时取 } \beta_x = 0) \quad (23)$$

$$\beta = D_1^b \frac{D_x - \rho D_1}{D_x D_y - D_1^2} \quad (\beta \leq 0 \text{ 时取 } \beta = 0) \quad (24)$$

$$D_x^b = D_x - H^* = D_x - D_1 / \mu \quad (D_x^b \leq 0 \text{ 时取 } D_x = 0) \quad (25)$$

$$D_y^b = D_y - H^* = D_y - D_1 / \mu \quad (D_y^b \leq 0 \text{ 时取 } D_y = 0) \quad (26)$$

$$\rho = M_x^e / M_y^e \quad (27)$$

将式(23)、(24)代入式(9)、(10)可得:

$$m_x = \gamma_x M_x^e \quad (28)$$

$$m_y = \gamma_y M_y^e \quad (29)$$

式中,

$$\gamma_x = 1 - \beta \quad (30)$$

$$\gamma_y = 1 - \beta \quad (31)$$

对于式(18),若 $D_1 = 0$,即为无板作用的格构梁系。由于没有板的影响,整个结构由一维杆件组成,可以认为不存在泊桑效应对内力的影响,可取 $\mu = 0$,此时 H^* 应取为 H ,即为结构综合抗扭刚度。

至此,我们已建立起 RC 井式梁板结构按正交构造异性板理论进行塑性极限分析的基本公式。

3 井式梁板结构破坏机制的确定

采用虚拟梁板计算 RC 井式梁板结构的极限承载力时,可根据结构的平面布置、荷载形式及支承情况,预选几种可能发生的破坏机构,分别计算其对应的极限荷载,再根据下限定理确定结构的极限承载力。破坏机构的虚拟板之塑性铰线应与虚拟梁的塑性铰点相吻合,并与实际结构板面混凝土压碎主迹线相一致。在确定虚拟梁塑性铰点出现位置时,尚可根据虚拟梁分配弯矩 m_x^b 、 m_y^b 的大小确定梁肋出现塑性铰点的优先次序。由于虚拟梁系的破坏机构是可以不考虑梁系的扭转作用的,故可不予考虑扭转塑性铰点。图 3、图 4 分别为均布荷载、节点集中荷载作用下结构的破坏机构

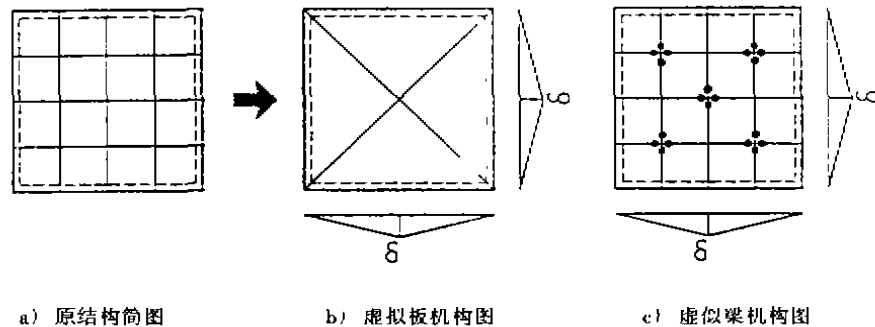


图 3 周边简支结构均布荷载下的破坏机构

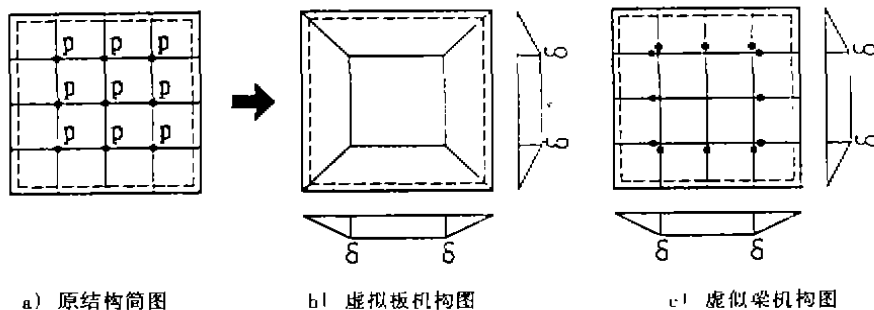


图 4 试件 1(四边简支)

示意图。

4 计算精度及适用范围

本文以文献 [2] 所给的五块预应力混凝土井式梁板结构模型试验结果作为考题。五块正方形试件两方向跨度、梁系横截面尺寸及板厚均相同。五块试件主要特征见表 1。试件加荷系统以等效节点集中荷载模拟均布荷载作用, 试件 1 的破坏机构如图 4 所示。按本文介绍的塑性极限分析法计算出各试件的极限荷载与实测结果之相对误差列于表 2。

从表 2 可见, 采用虚拟梁板法塑性极限分析结果与实测结果较为接近, 仅试件 3 的计算误差为 12.2%。这表明计算结果与实测结果符合较好。

本文提出的“虚拟梁板塑性极限分析法”可以用来计算沿 X、Y 方向梁格均匀布置的正交井式梁板结构的极限荷载, 结构的边界条件可

以为简支、嵌固或角点支承等综合条件, 也适用于上述边界条件下没有面板的井式格构梁系结构。

鉴于虚拟梁板法是基于正交构造异性板理论建立的, 故该方法仅适用于不考虑横向剪切变形的小挠度范畴, 梁格间距与跨度比应不大于 1/3。如何建立井式梁板结构在作拟板处理时的“厚板”范围以及梁板刚度比的变化等因素对计算精度的影响尚需作进一步的研究。

5 结束语

本文根据正交构造异性板理论将井式梁板结构转化为各向同性的板与不含扭转作用的普通梁, 从而可以方便地计算出结构在特定破坏机构下的内力功, 避免了原结构的梁、板结合、弯曲内力功与扭转内力功相互关联难于考虑和计算的麻烦, 同时使得破坏机构的确定更为方便。研究表明, 本文建立的井式梁板结构的虚拟梁板塑性极限分析法可以较精确地计算这类结构的极限承载力。

在本文的研究过程中得到中国工程院院士、东南大学博士生导师吕志涛教授的悉心指导, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 胡肇滋, 等. 正交构造异性板刚度计算的探讨[J]. 土木工程学报, 1987, 20(4)
 [2] 倪绍文. 预应力混凝土井式梁板结构的非线性有限元分析及试验研究[D]. 东南大学博士学位论文, 1991

(下转第 96 页)

Realizing Humanized Space by Creating a Barrier – free Environment

CAO Hong

(Faculty of Architecture and Urban Planning, Chongqing Jianzhu University, 400045, China)

Abstract A normal society is one in which healthy and handicapped people can live together. As an important mark of the civilization, building barrier – free environment has become a world – wide topic. This article analyses the meaning, international tendency, cost and the performance of barrier – free design in China, in order to offer a new direction for thinking and to bring it to more attention and comprehension.

Key Words barrier – free environment; handicapped; elderly; humanization normalization

(上接第 90 页)

A Method of Plastic Ultimate Analyses for RC Waffle-slab Structures

NI Shao-wen

(Shenzhen Housing Bureau, 518026, China)

Abstract In order to calculate the ultimate load of a Waffle-slab structure with the method of plastic analysis, this paper supposes the structure as a virtual isotropic plate of structural orthogonal anisotropic plates. The formulations of the ultimate moments distribution between the virtual plate and the virtual beams are deduced. The virtual work of the internal forces can be figured out easily under the given failure mechanism models, and then the ultimate load of the structure can be determined according to the virtual work principle.

Key Words waffle-slab; virtual plate and grid beam; ultimate loads