

文章编号:1006-7329(2001)02-0017-05

基于频率进行简支梁损伤评估的数值研究

郭国会, 易伟建

(湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082)

摘要:基于摄动理论,推导出结构的频变比为结构损伤位置的函数。以一等截面简支梁为例,利用梁损伤前后的频变比来对梁的损伤进行定位与定量。在不同损伤程度下,分析了梁对应的频率及频变比变化,以及由于忽略二阶项带来的影响,并指出了本方法的不足。

关键词:摄动理论; 损伤评估; 频变化

中图分类号: TU323.3

文献标识码: A

结构实验模态分析在结构损伤评估中起了非常重要的作用,其理论基础是通过模态分析,根据结构损伤前后模态参数的变化来预测和评估结构物理参数的变化。然而由于现场测试数据往往不甚完备,不能测得全部自由度外的模态数据,制约了模态分析技术在土木工程中的应用。

尽管如此,基于系统识别技术的结构监测任务取得了一定的进展,以往的工作多基于操作前后模态参数的改变来评估结构损伤。必须注意到实际工程中很难获得满足损伤评估精度要求的模态数据,多数情况下只能获得有限点的模态数据,要将此有限点上的数据扩阶到全部自由度又会产生一定误差^[1,2],此误差往往与结构损伤前后模态数据的变化为同一数量级,从而导致错误的评估结果。也有同时利用结构模态数据和静力挠度进行结构损伤评估^[3,4],但仍然依赖于结构模态测试的准确性和完备性。

相对于振型数据而言,结构频率的测量要简单和准确得多,而且可以测得较高阶频率数据,所以长期以来人们就利用频率的变化实现对结构的监测,也有学者利用结构损伤前后频率的变化对损伤进行定位^[5,6]。但也有人认为,监测结构在服役期间的变化,可以知道损伤的出现,但不能对损伤进行精确的定位与定量,因为不同位置和程度的损伤可以引起相同的频率变化。

本文在文献[5,6]的基础上,以一等截面简支梁为例,成功地实现了对损伤的定位与定量,分析了根据摄动理论推导本方法由于忽略二次项引起的误差,以及识别损伤所需的频率阶数。

1 理论分析

结构物理参数的变化必将引起结构模态参数的变化,但某一特定位置的损伤对各阶模态的影响不同,这种差异性正是用来探测结构损伤位置的基础。通过将损伤定量化,基于摄动理论,根据结构运动方程可以建立损伤与模态参数的变化之间的关系。结构自由振动的特征方程为:

$$(K - \lambda M)\varphi = 0 \quad (1)$$

式中: K 、 M 分别为结构的刚度和质量矩阵, λ 为特征值, φ 为振型振阵。

当结构的刚度和质量等物理参数发生小的变化 ΔK 和 ΔM 时,由摄动理论式(1)变为:

$$[(K + \Delta K) - (\lambda + \Delta\lambda)(M + \Delta M)](\varphi + \Delta\varphi) = 0 \quad (2)$$

多数情况下结构的损伤由于裂缝或腐蚀引起,一般不致引起结构质量矩阵的改变,取 ΔM 为 0,将式(2)展开并忽略二次项 $\Delta K\Delta\varphi$ 和 $\Delta\lambda M\Delta\varphi$ 的影响,有:

• 收稿日期:2000-07-06

作者简介:郭国会(1973-),男,博士生,主要从事结构工程研究。

$$\Delta\lambda = \frac{\varphi^T \Delta K \varphi}{\varphi^T M \varphi} \quad (3)$$

对第 i 阶振型, 有:

$$\Delta\lambda_i = \frac{\varphi_i^T \Delta K \varphi_i}{\varphi_i^T M \varphi_i} \quad (4)$$

以 ΔK_n 来表示第 n 个单元刚度的变化, 那么式(4)成为:

$$\Delta\lambda_i = \frac{\sum_n \varphi_i^T \Delta K_n \varphi_i}{\varphi_i^T M \varphi_i} \quad (5)$$

式(5)在形式上类似瑞雷商, 建立了结构应变能与结构特征值之间的关系。当只有第 n 个单元损伤时,

$$\Delta\lambda_i = \frac{\varphi_i^T \Delta K_n \varphi_i}{\varphi_i^T M \varphi_i} \quad (6)$$

将特征值的变化定义为结构损伤位置与单元损伤程度的函数, 有:

$$\Delta\lambda_i = \lambda_i(\alpha_n, N) \quad (7)$$

α_n 为一标量, 表示单元 n 的损伤程度, 有 $\Delta K_n = \alpha_n K_n$, 式(6)成为:

$$\Delta\lambda_i = \frac{\alpha_n \varphi_i^T K_n \varphi_i}{\varphi_i^T M \varphi_i} \quad (8)$$

式(8)表明, 特征值的变化不仅依赖于损伤的位置, 而且依赖于损伤的程度。取两阶振型对应的特征值为 $\Delta\lambda_i$ 及 $\Delta\lambda_j$, 那么此两阶模态对应的频变比为:

$$\frac{\Delta\lambda_i}{\Delta\lambda_j} = \frac{\varphi_i^T K_n \varphi_i}{\varphi_j^T K_n \varphi_i} \quad (9)$$

式(9)表明, 任意两阶模态对应的频变比只是结构损伤位置的函数, 不同位置单元的损伤对应一组特定的频变比集合, 根据结构损伤前后各阶模态对应的频变比, 就可以识别结构的损伤位置。

2 分析模型

图 1 为一等截面简支梁有限元分析模型, $E=3.0E7 \text{ kN/m}^2$, 截面特性为 $A=0.64 \text{ m}^2$, $I=0.0341 \text{ m}^4$, 密度 $\rho=2.5 \text{ t/m}^3$, 梁全长 $L=40 \text{ m}$, 共 20 个单元 21 个节点。

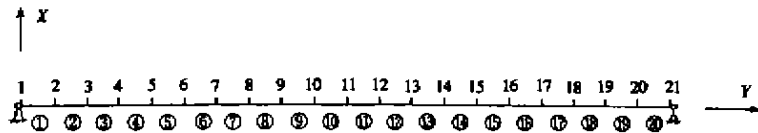


图 1 简支梁有限元分析模型

在结构损伤位置的识别中, 取前四阶频率变化, 针对第一阶频率变化形成一组频变比集合来对损伤位置进行识别。定义 E_n 为第 n 单元对应的频变比集合与已知的频变比集合之间的偏差:

$$E_n = \sum_{i=1, \dots, 5} \left[\left(\frac{\Delta\lambda_i}{\Delta\lambda_1} \right)_{\text{观测}} - \left(\frac{\Delta\lambda_i}{\Delta\lambda_1} \right)_{\text{已知}} \right]^2 \quad (10)$$

如果观测到的频变比集合与第 n 个单元对应的频变比集合之间 E_n 最小时, 那么此次损伤为第 n 单元。

3 数值模拟

3.1 不同位置损伤对各阶频率的影响

依次让第 4、7、10 单元刚度降低为 $E'=0.5E$, 梁前四阶频率及其变化率见表 1。

表 1 梁第 4、7、10 单元损伤时前四阶频率

阶数	未损伤	4 损伤	变化率	7 损伤	变化率	10 损伤	变化率
1	4.932 4	4.865 8	1.351 0	4.761 7	3.461 3	4.704 3	4.624 5
2	19.729 7	18.996 2	3.717 5	19.040 4	3.493 6	19.699 7	0.152 0
3	44.393 0	42.538 6	4.177 2	44.341 0	0.117 2	42.603 6	4.030 8
4	78.926 7	76.930 9	2.528 6	76.693 1	2.830 0	78.501 4	0.538 9

第 10 单元位于一阶振型的顶点,二、四阶振型的零点,它的损伤对一阶频率的影响最大,而对第二、四阶频率的影响最小,类似情况也存在于第 4、7 单元损伤的情况。说明当振动模态引起的变形导致某单元处必须形成较大的应变能时,那么此单元对此阶频率的影响就大。

3.2 单元发生不同程度损伤时 $\Delta\lambda_i/\Delta\lambda_1$ 的变化

让第 7 单元发生不同程度的损伤,分别取 $E' = 0.9E, 0.7E, 0.5E$ 三种损伤状态,分析前五阶频率对应的频变比 $\Delta\lambda_i/\Delta\lambda_1 (i=2, \dots, 5)$, 结果见图 2。

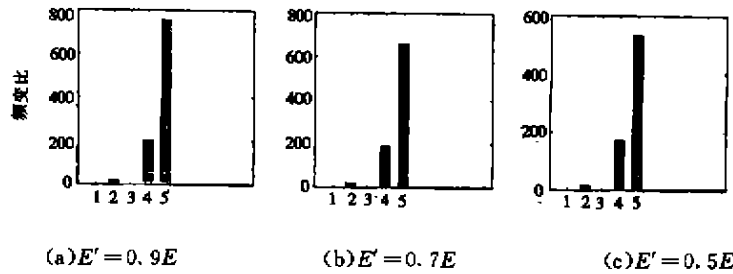


图 2 单元 7 在不同损伤程度时前五阶频变比

从图中可以看出,尽管损伤程度不同,但各损伤状态对应的前五阶频变比大体保持一致,其中不同损伤状态之间的差异由于忽略了二阶项引起。表 2 给出单元 7 发生 $E' = 0.5E$ 到 $0.9E$, 间隔 $0.05E$ 的损伤,各损伤点对应的 $\Delta\lambda_i/\Delta\lambda_1 (i=2, 3, 4)$ 值,可以看出,虽然损伤程度不同时 $\Delta\lambda_i/\Delta\lambda_1$ 值有差异,但 $\Delta\lambda_i/\Delta\lambda_1$ 的相对值基本保持不变,完全可以用来进行损伤的定位。

表 2 单元 7 不同损伤程度时对应的 $\Delta\lambda_i/\Delta\lambda_1$ 值

损伤程度 E'	0.5	0.55	0.60	0.65	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85
$\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$	16.299	6.715	17.078	17.399	17.683	17.938	18.166	18.372	18.556
$\Delta\lambda_3/\Delta\lambda_1$	0.092	0.092	0.091	0.091	0.091	0.090	0.090	0.089	0.089 3
$\Delta\lambda_4/\Delta\lambda_1$	171.17	176.22	180.60	184.43	187.80	190.78	193.43	195.80	197.90

3.3 探测损伤位置

依次取每个单元的刚度下降为 $E' = 0.8E$, 以单元编号为横坐标,此单元损伤时对应的频变比做纵坐标,作出 $\Delta\lambda_i/\Delta\lambda_1 (i=2, 3, 4)$ 对应的曲线图。由于不同单元对应的频变比差异较大,这里采用对数坐标来表示。结果见图 3。

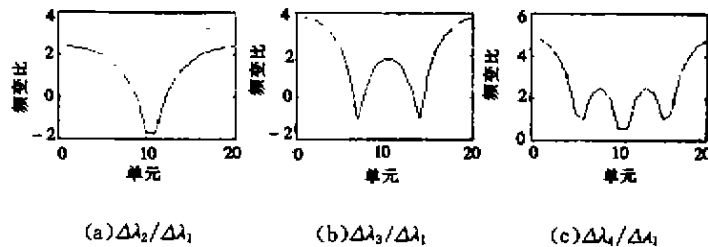


图 3 单元 7 在不同损伤程度时前四阶频变比

然后让梁在第2、4、6单元刚度下降为 $E' = 0.6E$, 求各自对应的 $\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$, 并在各单元依次损伤时对应的 $\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$ 曲线图中, 纵坐标为 $\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$ 处划一水平线, 此水平线与曲线交点即为损伤的单元, 结果见图4。其中①—③分别为2、4、6单元损伤的情况, 由图中结果可以看出, 识别结果完全正确, 但无法区分对称位置的损伤。

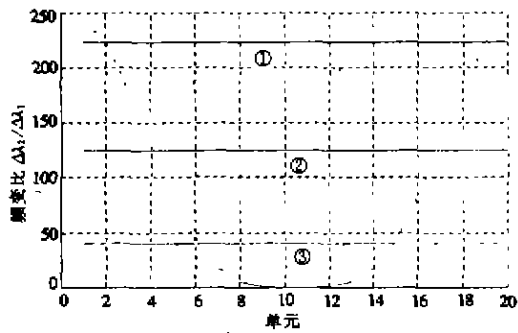
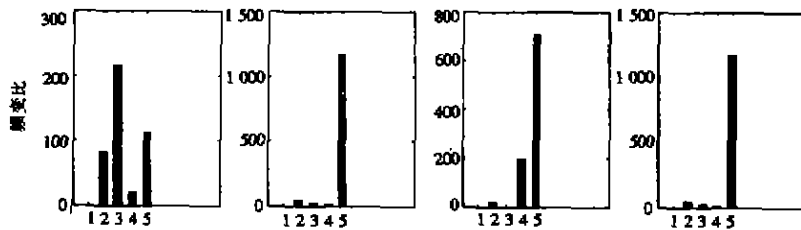


图4 根据 $\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$ 进行2、4、6单元损伤定位

让第5、6、7每个单元依次发生 $E' = 0.9E$ 、 $0.7E$ 、 $0.5E$ 三种不同程度的损伤, 计算 $\Delta\lambda_i/\Delta\lambda_1$ ($i=2,3,4$) 的平均值, 作出相应的直方图见图5(a)、(b)、(c)。再让单元6发生 $E' = 0.8E$ 的损伤, 作出其相应的直方图见图5(d)。从图中可以清楚地看出, (d)图对应的损伤位置为第6单元, 相应(d)图与(b)图应的误差 E_n 也最小。



(a)5单元损伤 (b)6单元损伤 (c)7单元损伤 (d)6单元损伤($E' = 0.8E$)

图5 6单元损伤($E' = 0.8E$)时根据频变比进行损伤定位图

3.4 探测损伤程度

让第7单元的损伤从 $E' = 0.5E$ 变化到 $0.9E$, 间隔 $0.04E$, 作出其对应的 $\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$ 图6。然后假定第7单元发生 $E' = 0.63E$ 和 $0.84E$ 两种损伤, 计算对应的 $\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$ 值, 并在图6中作出其相对应的水平线, 相交点的横坐标就是对应状态的损伤程度。表3给出了根据内插得出的损伤程度, 分别为 $E' = 0.6304E$ 和 $0.8286E$, 与准确值 0.63 和 0.84 非常接近。

表3 单元7根据 $\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$ 值内插计算损伤程度

$\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$	16.299 9	16.636 7	16.938 9	17.211 6	17.458 9	17.683 9	17.889 6
损伤状况 E'	0.5	0.54	0.58	0.62	0.66	0.70	0.74
$\Delta\lambda_2/\Delta\lambda_1$	18.078 2	18.251 4	18.410 7	18.556 6	17.275 7	18.285 8	
损伤状况 E'	0.78	0.82	0.86	0.90	0.630 4	0.828 6	

3.5 频率变化与损伤程度

让第7单元发生 $E' = 0.1E$ 到 $0.9E$, 间隔 $0.1E$ 的损伤, 计算各损伤点对应的各阶 $\Delta\lambda$ 值, 结果发现随着损伤程度的增加, $\Delta\lambda$ 值逐渐加大, 但与损伤之间并非线性关系。

3.6 多个位置损伤

由于本方法基于公式(9), 只针对每次有一个单元损伤的情况成立, 但当结构中有多处损伤且损伤程度一样时式(9)也成立。当结构中的损伤依次出现时, 将上一次损伤后的状态作为结构的初始状态, 继续诊断下一个损伤情况, 那么式(9)仍然成立。

4 结论

1) 本文基于摄动理论建立了结构损伤前后频变比与结构损伤位置之间的函数关系, 利用结构

损伤前后的频率成功实现了损伤的定位和定量,但对于梁中发生不同程度的多处损伤时无法诊断。

2) 只需要前两阶频率频变比,就可以对梁的损伤进行评估。虽然本方法无法对梁中对称单元的损伤作出识别,但结合振型数据可以给出合理的判断,而且实际结构由于各种原因,一般不会完全对称。

3) 当 $\Delta K_n = \alpha_n K_n$ 不成立,即不能用一个简单的标量 α_n 来表示单元刚度的降低时,式(9)不成立,相应本方法也不成立,但土木工程中多数结构的损伤都可以用一个标量 α_n 来表示单元刚度的降低。

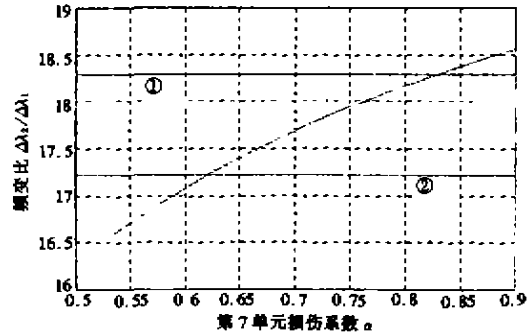


图6 单元7不同损伤程度计算结果

参考文献:

- [1] P. Cawley, and R. D. Adams. The location of defects in Structures from measurements of the natural frequencies [J]. Journal of Strain Analysis, 1979, 14(2): 49-57
- [2] G. Hearn, and R. B. Testa. Modal analysis for damage detection in structures [J]. Journal of Structural Engineering, 1991, 117(10): 3042-3061
- [3] Klaus Gregor Tople, Norris Stubbs. Non-destructive damage evaluation of a structure from limited modal parameters [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1995, 24: 1427-1436
- [4] Ping Yuan, Zhifeng Wu, Xingrui Ma. Estimated mass and stiffness matrices of shear building from modal test data [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1998, 27: 415-421
- [5] P. Hajela, F. J. Soeira. Structural damage detection based on static and modal analysis [J]. AIAA, 1990
- [6] Byung, Hwan oh, Boem Seok Jung. Structural Assessment with combined data of static and modal tests [J]. Journal of Structural Engineering, 1998, 124(8): 956-965
- [7] A. K. Pandy, M. Biswas, and M. M. Samman. Damage detection from changes in curvature mode shapes [J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 145(2): 321-332

A Numerical Study on the Damage Assessment of a Simply—supported Beam on Natural Frequencies

GUO Guo-hui, YI Wei-jian

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Based on the perturbation theory, it was proved that the ratio of changes of frequencies is the function of structural damage location. Taking a uniform cross—sectioned simply supported beam for example, the ratio of changes of frequencies between the damaged and intact beam was used to locate and qualify beam damage. For different extents of damage, the changes of frequencies and ratio of changes of frequencies were studied and the effects resulted from the omission of second order items were discussed. Finally, the deficiency of this method was pointed out.

Keywords: perturbation theory; damage assessment; ratio of changes of frequencies