

文章编号:1006-7329(2002)04-0031-04

# 人工神经网络在双向板弹性内力计算中的应用

雷汲川, 白绍良

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

**摘要:**将人工神经网络技术应用于结构内力分析。介绍了前馈型BP神经网络的模型及其算法,在分析双向板弹性内力时,建立了一个三层的BP网络,将该网络进行训练后计算四边简支双向板跨中弹性最大弯矩。在分析时,为了增强网络的推广能力,还以权值的修正量作为参考的收敛标准;同时,为了加快学习速率而不导致振荡,还采用了增加动量系数的方法来修改反传中的学习速率。BP网络的分析程序采用Matlab编制。计算结果表明人工神经网络在结构分析中具有良好的适用性。

**关键词:**BP网络;误差反传算法;双向板

**中图分类号:**TU313

**文献标识码:**A

人工神经网络(Artificial Neural Network,简称ANN)是由大量神经元通过极其丰富和完善的连接而构成的自适应非线性动态系统,是目前国际上非常活跃的前沿研究领域之一。它使用大量相连的人工神经元来模仿生物神经网络的功能。网络中的神经元从外界环境或其他神经元得到刺激(输入),加以一定的变换以后,将结果输出到外界或其他神经元。误差反向传播网络(Back-Propagation Network,简称BP)是目前人工神经网络中最具代表性、应用最广泛的一种模型。它由一个输入层,一个输出层和一个或多个隐含层组成,各层之间的神经元单向连接。BP网络利用梯度下降法的概念,将输出层的误差逐层逆向传递,以调整各神经元间相应的连接权值,使网络的输出与期望值之间的误差达到最小化。本文将神经网络的理论和方法应用到结构计算中来,分析了用BP网络模型计算双向板弹性内力的可能性和有效性,以此作为人工神经网络在结构工程中应用的初步探讨。

## 1 BP网络算法简介

本文采用的神经网络模型为前馈型BP网络。利用人工神经网络进行计算主要分两步:首先对网络进行训练(网络的学习过程);再利用训练好的网络求解问题。

BP网络采用误差反传算法进行网络训练,简称BP算法。BP算法以网络实际输出与目标输出之间的误差小于某一较小值作为网络训练的收敛标准来调整网络中神经元间的连接权值(权向量空间),最终使经过学习的网络能很好的进行数据拟合,模拟所研究对象或问题的输入、输出映射关系。理论研究表明,具有足够多的隐层神经元的三层BP网络具有逼近任何复杂函数的能力。

BP网络的拓扑结构如图1所示。前馈型网络每层各神经元只接受前一层每个神经元的输出作为输入,并将自己的输出作为下层各神经元的输入。我们通常将第 $l$ 层的第 $j$ 个神经元在第 $k$ 个训练样本向量下的输入记为 $net_{jk}^l$ ,有:

$$net_{jk}^l = \sum_i \omega_{ij}^l O_{ik}^{l-1} - \theta_j^l \quad (1)$$

其中, $\omega_{ij}^l$ 为 $l-1$ 层的 $i$ 神经元和 $l$ 层的 $j$ 神经元之间神经脉冲连接的权值; $O_{ik}^{l-1}$ 为 $l-1$ 层的 $i$ 神经

\* 收稿日期:2002-05-10

作者简介:雷汲川(1976-),男,四川内江人,硕士,主要从事工程抗震研究。

元在训练样本空间(训练样本矩阵)的第  $k$  个样本向量下的输出;  $\theta_j^l$  为  $j$  神经元的阈值(一种通常的处理方法是将阈值看作输入为  $-1$  的权,此时阈值的调整方法和权值的调整方法完全一致)。神经元节点输入和输出之间有如下关系:

$$O_{jk}^l = f(\text{net}_{jk}^l) = f(\sum_i \omega_{ij}^l O_{ik}^{l-1} - \theta_j^l) \quad (2)$$

其中  $f(\cdot)$  为节点传递函数(激活函数),本文分析时采用双曲正切函数  $f(x) = \frac{1 - \exp(-ax)}{1 + \exp(-ax)}$ , 如图 2 所示。网络中各神经元的输入和输出为非线性映射关系,整个网络的输入与输出之间为一高度非线性的复合函数。

误差反传算法以网络输出层的实际输出和期望输出的误差为调整权值的标准。在给定训练样本空间的情况下,误差为权向量空间的函数。通常采用的误差函数为平方型:

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_j (y_{jk} - \bar{y}_{jk})^2 \quad (3)$$

$E_k$  为在第  $k$  个训练样本向量下的误差,  $y_{jk}$  为输出层  $j$  神经元在第  $k$  个训练样本向量下的输出,  $\bar{y}_{jk}$  为其期望输出值。总误差为:

$$E = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N E_k \quad (4)$$

其中  $N$  为网络训练样本向量数(样本向量矩阵的列数)。网络训练的目的就是使总误差最小,即寻求总误差超曲面最低点对应的权矩阵,向超曲面最低点逼近时采用梯度下降法对各权重逐层求偏导数。由于总误差超曲面  $E$  和权向量空间是高度非线性的复合函数映射关系,所以在对每一个权值求偏导的时候,应当运用复合函数求导法则逐层求偏导数。

定义

$$\delta_{jk}^l = \frac{\partial E_k}{\partial \text{net}_{jk}^l} \quad (5)$$

于是

$$\frac{\partial E_k}{\partial \omega_{ij}^l} = \sum_{n_l} \frac{\partial E_k}{\partial \text{net}_{jk}^l} \frac{\partial \text{net}_{jk}^l}{\partial \omega_{ij}^l} = \sum_{n_l} \delta_{jk}^l \frac{\partial \text{net}_{jk}^l}{\partial \omega_{ij}^l} = \sum_{n_l} \delta_{jk}^l O_{jk}^{l-1} \quad (6)$$

式中,  $n_l$  为第  $l$  层的神经元节点数。反向传播算法的步骤可概括如下:

- 1) 选定权系数初值(本文在分析时,初始权矩阵采用 Matlab 中的 `rand` 函数生成随机矩阵);
- 2) 重复下列过程直到收敛

(1) 正向过程:输入训练样本矩阵,计算每层各神经元的  $O_{jk}^{l-1}$ 、 $\text{net}_{jk}^l$  和输出层的  $y_{jk}$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ 。

反向过程:对各层的每个神经元计算  $\delta_{jk}^l$ ,再由  $\delta_{jk}^l$  计算  $\frac{\partial E_k}{\partial \omega_{ij}^l} = \sum_{n_l} \delta_{jk}^l O_{jk}^{l-1}$ 。

(2) 修正权值

$$\omega_{ij}^l = \omega_{ij}^l - \mu \frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}^l} \quad \mu > 0 \quad (7)$$

式中,  $\mu$  为步长,其中  $\frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}^l} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial E_k}{\partial \omega_{ij}^l}$ 。

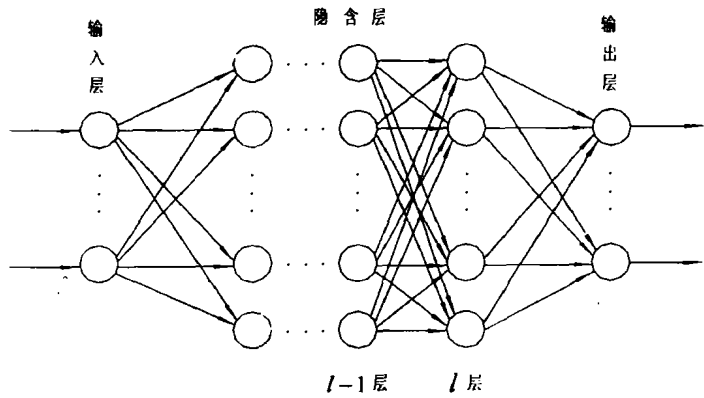


图 1 BP 网络拓扑结构

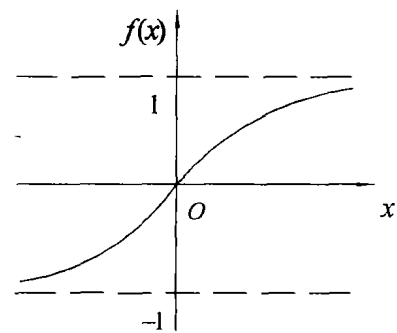


图 2 双曲正切函数

## 2 用 BP 网络计算双向板的内力

本文在用 BP 网络计算双向板的内力时采用的神经网络共有三层。输入层有三个节点,它们分别输入板面的均布荷载值  $q$  (取单位荷载)、双向板  $x$  方向的尺寸  $l_x$ 、双向板  $y$  方向的尺寸  $l_y$ 。隐含层共有 7 个节点(隐含层节点数目取法不唯一,以有利于网络训练为准,本文取为输入层节点数的 2 倍加 1)。输出层有一个节点,输出平行于  $x$  方向的跨中最大的弯矩值  $M_x$ 。网络拓扑结构如图 3,双向板示意如图 4。

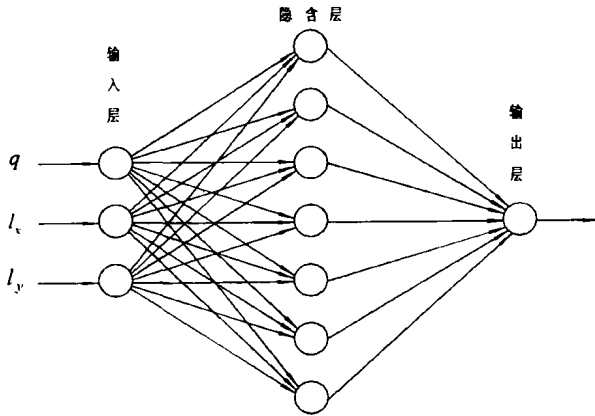


图 3 三层 BP 网络拓扑结构

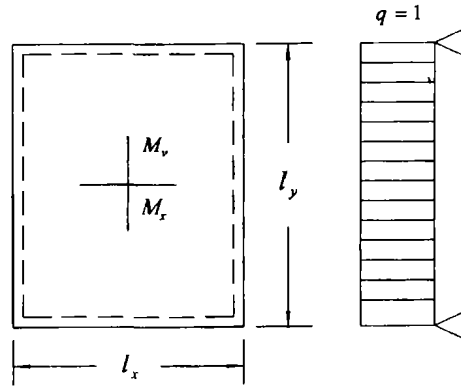


图 4 四边简支双向板

通常,四边简支各向同性小挠度双向板的弹性内力分析可通过求解偏微分方程:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D} \quad (8)$$

的边值问题求得解析解。(在工程上我们通常用有限差分法或有限单元法求偏微分方程的数值解)。在本文中,我们拟训练网络求解给定边长和单位均布面荷载的板截面沿  $x$  方向跨中最大弯矩值。用于训练网络和检验网络计算能力的数值参考了滕智明主编的混凝土结构及砌体结构(上册)一书的附表 8——按弹性理论计算矩形双向板在均布荷载作用下的弯矩系数表。

在编制网络分析程序时,调用了 Matlab(6.1 版)Neural Network Toolbox 中的 rands 函数、tansig 函数、deltatan 函数、learnbpm 函数。在进行网络训练时,除了以输出误差作为网络训练是否收敛的标准外,为了增强网络的推广能力,防止过拟合现象,还应以权值的修正量  $\Delta\omega$  作为参考的收敛标准(当  $\Delta\omega < \xi$ ,则考虑停止训练。本文的  $\xi$  取 0.001)。同时,为了加快学习速率而不导致振荡,采用了增加动量系数的方法来修改反传中的学习速率。本文在分析时动量系数取为 0.9,学习步长取为 1,训练样本空间的输出误差控制标准取为 0.001。训练样本空间取用了 6 组数据。训练结束后,再取用 5 组数据检验网络的计算能力。两组数据计算结果分别列于表 1、表 2。

表 1 学习样本训练结果对比

$l_x/l_y$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75
$\bar{M}_x$	0.099 4	0.092 7	0.086 0	0.079 5	0.073 2	0.067 3
$M_x$	0.099 4	0.092 5	0.085 8	0.079 4	0.073 3	0.067 4

表 2 网络计算能力检验结果对比

$l_x/l_y$	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
$\bar{M}_x$	0.061 7	0.056 4	0.051 6	0.047 1	0.042 9
$M_x$	0.061 9	0.056 5	0.051 5	0.046 7	0.042 5

注:表中  $\bar{M}_x$  表示期望的输出值,  $M_x$  为网络实际输出的值。

经过训练,网络按照输出误差控制标准收敛,见表1。网络计算能力检验结果的对比表明该网络有良好的推广能力,计算结果的误差满足训练的控制标准。

### 3 结 语

人工神经网络具有很强的学习能力,经过训练、具有良好鲁棒性的网络可以解决各种复杂的结构分析问题。在结构分析中,我们可以充分利用人工神经网络的黑箱效应,直接由输入得到输出,取得所分析问题具有足够精度的近似解答。本文对人工神经网络在结构分析中的应用作了初步的尝试,更为深入的问题有待进一步的探讨。

### 参考文献:

- [1] 袁曾任.人工神经网络及其应用[M].北京:清华大学出版社,1999.
- [2] 张翔,丁晶.提高多层前馈网络推广能力的权值控制算法[J].水科学进展,1998,9(4):373-377.
- [3] 王沫然.MATLAB6.0与科学计算[M].北京:电子工业出版社,2001.
- [4] 滕智明.混凝土结构及砌体结构(上册)[M].北京:中国建筑工业出版社,1995.

## Application of Artificial Neural Network in Elastic Internal Force Analysis of Two Way Slab

LEI Ji - chuan, BAI Shao - liang

(Faculty of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** In this paper, the Artificial Neural Network (ANN) is applied to the internal force analysis of structure. After introducing the model and algorithm of back-propagation network, a trained BP network of three layers is used to calculate the maximum of elastic moment of middle span of two-way slab. In order to enhance the generalized capability of network, the modified value of weight should be regarded as convergence standard and in order to accelerate the learning process without vibration, the method of adding momentum coefficient is adopted. The analysis program of BP network is carried out with the software of Matlab. The result demonstrates that application of ANN in structure analysis is feasible.

**Keywords:** back-propagation network; error back-propagation algorithm; two-way slab