

文章编号:1006-7329(2003)01-0086-04

尾水管计算机图形处理的算法研究*

杜廷娜

(重庆交通学院 河海建筑工程系, 重庆 400074)

摘要:在分析了高窄型尾水管肘管几何特性的基础上,设计了先投影后求其包络的算法,完成了高窄型尾水管肘管图形的计算机自动生成,为尾水管的施工提供了方便。

关键词:尾水管;肘管;椭圆族;包络;消隐;计算机图形处理

中图分类号:TP391.41

文献标识码:A

高窄型尾水管在国内外大中型水电站中应用很广泛,这种尾水管主要由圆锥管、肘管、扩散管组成,其中肘管的体型较复杂,是计算机图形处理的关键部分。因此,在这里主要介绍肘管的算法研究及计算机图形绘制。

1 算法研究

1.1 肘管体型分析

对于高窄型尾水管的肘管,依其断面形式,可分为三弧型和长圆型。它们的截面是变化的,即圆心坐标和半径均随截面位置的不同而变化。为了既能精确绘制出投影图,又使计算简捷方便,本文设计了下述方法:用截平面族(位置随 γ 角变化,见图1,图中只示出了一个截平面)截切肘管,然后向 H 面投影,得椭圆族,最后求椭圆族的包络。

1.2 水平投影椭圆分析

1.2.1 水平投影椭圆各参数

长半轴: $a = dr$

短半轴: $b = dr \cdot \cos(\gamma) \quad \gamma = 0^\circ, 1^\circ, \dots, 90^\circ$

焦距: $2c = \sqrt{a^2 - b^2}$

椭圆中心(o_e)坐标: $x_e = x_a \quad (x_{ei} = x_{ai})$

$y_e = x_{o1} \quad (\gamma_{ei} = x_{o1i}) \quad (i = 0, 1, \dots, 90)$

1.2.2 水平投影椭圆的特点

- 1) 焦距 $2c$ 是变化的;
- 2) 投影角度 γ 是变化的;
- 3) 椭圆中心 o_e 是变化的(x_e, y_e 均变化)。

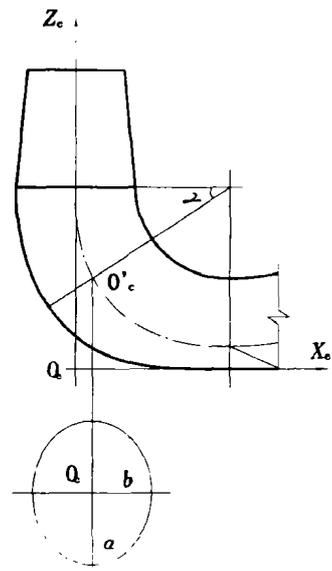


图1 肘管体型分析

* 收稿日期:2002-10-11

作者简介:杜廷娜(1955-),女,重庆人,副教授,主要从事工程图学和计算机图学的教学与研究。

1.2.3 包络线方程的推导

1) 求水平投影椭圆方程

$$\frac{(x - x_e)^2}{b^2} + \frac{(y - y_e)^2}{a^2} = 1 \quad (1)$$

x_e, y_e 为椭圆的中心坐标, b 为短半轴, a 为长半轴。

2) 求椭圆切线方程

将式(1)分别对 x, y 求偏导数, 有:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{2(x - x_e)}{b^2}; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{2(y - y_e)}{a^2}$$

设椭圆切点为 $P(x_p, y_p)$ (见图2), 则在 P 点处的偏导数为:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x=x_p} = \frac{2(x_p - x_e)}{b^2}; \quad \left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{y=y_p} = \frac{2(y_p - y_e)}{a^2}$$

则椭圆的切线方程为:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x - x_p) + \frac{\partial F}{\partial y}(y - y_p) = 0 \quad (2)$$

设椭圆外一点 $M(x_m, y_m)$, 由 M 向椭圆作切线。 M 点在切线上, 故应满足方程(2), 将 M 点的坐标代入方程(2)有:

$$\frac{2(x_p - x_e)}{b^2}(x_m - x_p) + \frac{2(y_p - y_e)}{a^2}(y_m - y_p) = 0 \quad (3)$$

经整理, 为

$$a^2(x_p - x_e)(x_m - x_p) + b^2(y_p - y_e)(y_m - y_p) = 0 \quad (4)$$

(4)式即为椭圆切线方程。

3) 求解切点 $P(x_p, y_p)$

切点 $P(x_p, y_p)$ 既在切线上, 也在椭圆曲线上, 将 $P(x_p, y_p)$ 代入(1)式, 并整理得:

$$a^2(x_p - x_e)^2 + b^2(y_p - y_e)^2 = a^2b^2 \quad (5)$$

联立(4), (5)求解, 则得出切点 $P(x_p, y_p)$ 。

设 $X = x_p - x_e; Y = y_p - y_e$

则 $x_p = X + x_e; y_p = Y + y_e$

将 X, Y 代入(4), (5)两式, 有

$$a^2X(x_m - X - x_e) + b^2Y(y_m - Y - y_e) = 0 \quad (6)$$

$$a^2X^2 + b^2Y^2 = a^2b^2 \quad (7)$$

由(6)式有:

$$a^2Xx_m - a^2X^2 - a^2Xx_e + b^2Yy_m - b^2Y^2 - b^2Yy_e = 0$$

$$a^2(x_m - x_e)X + b^2(y_m - y_e)Y - (a^2X^2 + b^2Y^2) = 0$$

因为

$$a^2X^2 + b^2Y^2 = a^2b^2$$

所以

$$a^2(x_m - x_e)X + b^2(y_m - y_e)Y - a^2b^2 = 0$$

$$Y = \frac{a^2b^2 - a^2(x_m - x_e)X}{b^2(y_m - y_e)}$$

设 $x_m - x_e = c; y_m - y_e = d$

则:

$$Y = \frac{a^2b^2 - a^2cX}{b^2d}$$

将 Y 代入(7)式有:

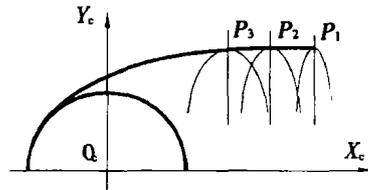


图2 椭圆切点分析

$$a^2 X^2 + b^2 \left(\frac{a^2 b^2 - a^2 c X}{b^2 d} \right)^2 - a^2 b^2 = 0$$

$$a^2 X^2 + b^2 \frac{a^4 b^4 - 2a^4 b^2 c X + a^4 c^2 X^2}{b^4 d^2} - a^2 b^2 = 0$$

方程两边同除 a^2 , 并同乘 $b^4 d^2$, 得:

$$b^2 d^2 X^2 + a^2 b^4 - 2a^2 b^2 c X + a^2 c^2 X^2 - b^4 d^2 = 0$$

$$(b^2 d^2 + a^2 c^2) X^2 - 2a^2 b^2 c X + a^2 b^4 - b^4 d^2 = 0$$

$$X = \frac{2a^2 b^2 c \pm \sqrt{(-2a^2 b^2 c)^2 - 4(b^2 d^2 + a^2 c^2)(a^2 b^4 - b^4 d^2)}}{2(b^2 d^2 + a^2 c^2)}$$

将 X, Y 代入即得切点的坐标为: $x_p = X + x_e; y_p = Y + y_e$

4) 对解 x_p, y_p 的讨论(见图 3)

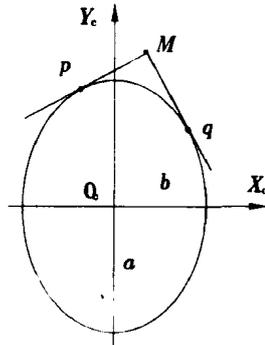


图 3 对解的讨论

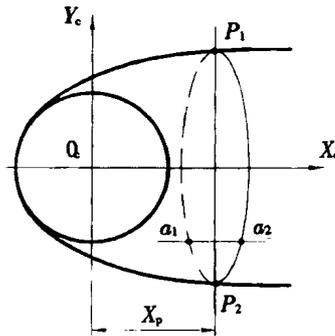


图 4 消隐分析

椭圆外一点 M 与椭圆切于点 p 和 q , 按图示坐标系,

$$|x_p| < |x_q| \quad |y_p| > |y_q|$$

我们需要的是切点 P , 所以取:

$$X = \frac{2a^2 b^2 c - \sqrt{(-2a^2 b^2 c)^2 - 4(b^2 d^2 + a^2 c^2)(a^2 b^4 - b^4 d^2)}}{2(b^2 d^2 + a^2 c^2)}$$

$$Y = \frac{a^2 b^2 - a^2 c X}{b^2 d}$$

1.2.4 消隐处理

如图 4 所示, P_1, P_2 点为包络线上的点, 椭圆 O' 与 P_1, P_2 相切。我们对椭圆上的点进行判断, 如 a_1, a_2 两点。

椭圆弧段 $P_1 a_2 P_2$ 位于肘管腹部和左右两侧是可见的, 应画成实线。椭圆弧段 $P_1 a_1 P_2$ 位于肘管底部和左右两侧是不可见的, 应画成虚线, 或者消去不画。本文采用后法。现对椭圆上任一点 a 作如下的判断:

若 $x_a > x_p$ 则 a 点可见(如 a_2 点)
 若 $x_a < x_p$ 则 a 点不可见(如 a_1 点)

2 工程实例

本算法通用性好, 不仅适合于高窄三弧型尾水管(图 5), 也适合于高窄四弧型尾水管(图 6), 且精度高, 可由用户设定任意步长 γ , 以满足其不同的需求。本算法使用也非常方便, 只需输入尾水管基本参数, 便可自动生成体型单线图。经东风水电站和五强溪水电站使用, 均获得了满意的工程图样, 为尾水管的施工提供了良好条件。

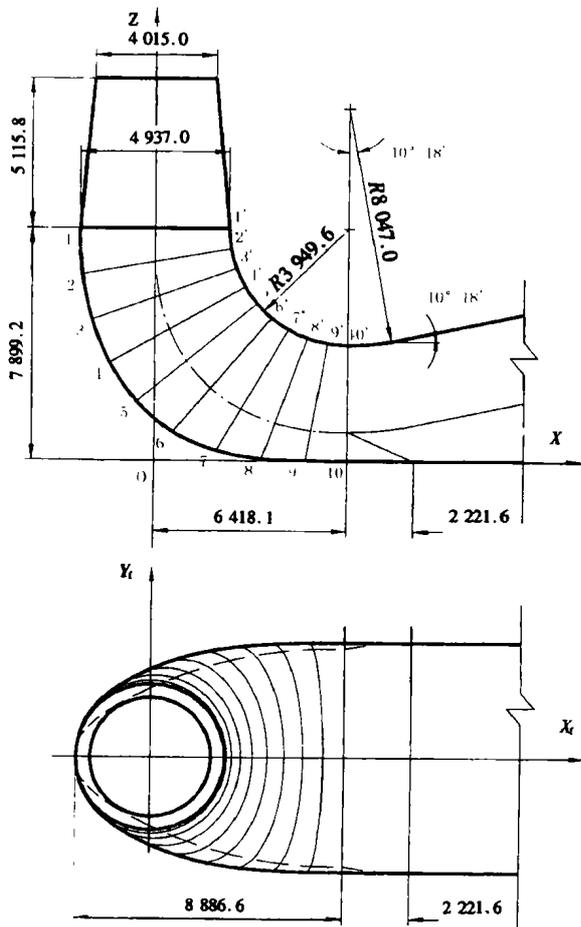


图 5 三弧型尾水管

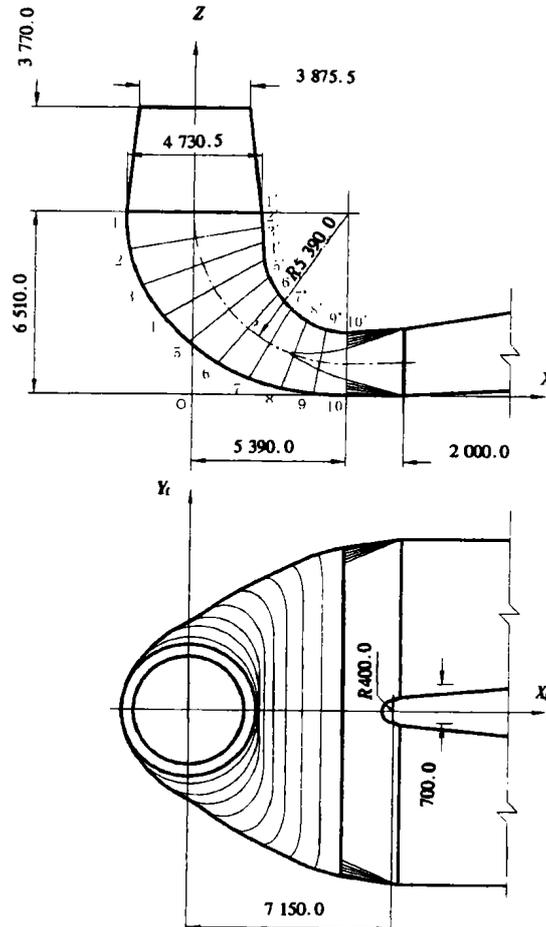


图 6 长圆型尾水管

参考文献:

[1] 曹小峰,张新宇,张军,等译. Microsoft c/c++ 7.0 使用指南[M]. 北京:清华大学出版社,1993.

A Study on the Algorithm of Draft - Tube in Computer Graphs Treatment

DU Ting - na

(Chongqing Institute of Communications, Chongqing 400074, P. R. China)

Abstract: The geometrical characteristics of high - narrow - type draft tube are analyzed. The algorithm is designed as having the projection before seeking its envelope. A series of detailed graphs are drawn. An excellent condition is created for construction of high - narrow - type draft tube.

Keywords: draft tube; elbow; ellipse tribe; envelope; hidden line removal; computer graph treatment