

文章编号:1006-7329(2003)04-0121-07

约束混凝土几种有代表性 应力-应变模型及其比较*

周文峰, 黄宗明, 白绍良

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

摘要:材料模型是结构非线性计算机模拟分析的基础,而影响约束混凝土力学性能的因素众多,因此提出了相应的材料模型也很多。通过文献层面的分析比较,从众多约束混凝土模型中优选出其中六种加以介绍,并对各模型的应力-应变曲线进行了比较分析。

关键词:约束混凝土; 应力-应变模型; 延性

中图分类号:TU375

文献标识码:A

Introduction and Comparison of Several Representative Confinement Models for Concrete

ZHOU Wen-feng, HUANG Zong-ming, BAI Shao-liang

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P.R. China)

Abstract: Lots of models for the confinement of concrete have been proposed because there are many variables playing roles in determining the behavior of confined concrete. After having compared the models from literature, several representative confinement models are introduced in this paper. At last, the stress-strain relationships of these models are compared.

Keywords: confined concrete; stress-strain models; ductility

地震作用下结构计算机模拟分析的准确性很大程度依赖于材料模型的合理性。从1903年, Considere首次指出利用螺旋箍能有效约束轴心受压柱开始,人们对约束混凝土的研究已一百年,其间,提出了很多应力-应变模型,如 Chan 模型、Sargin 模型、Kent-Park 模型、Vallenas 模型、Sheikh 模型、Mander 模型、Fafitis 模型、林大炎模型、刑秋顺模型等等。通过文献层面的比较,本文认为 Mander 模型、Sheikh 模型、Park 模型、Kent-Park 模型、张秀琴模型及 Saatcioglu 模型较好地反映了矩形箍筋约束混凝土的力学性能,具有一定的代表性。因此,本文主要介绍上述六种约束混凝土模型,并对各模型取用的应力-应变曲线进行了比较分析。

1 约束混凝土模型介绍

用 f_{cc} 、 ϵ_{cc} 表示约束混凝土抗压强度及对应的应变, f_c 表示素混凝土抗压强度, σ_u 、 ϵ_u 表示卸载

* 收稿日期:2003-03-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(59978055)

作者简介:周文峰(1975-),男,四川宜汉人,硕士生,主要从事钢筋混凝土结构研究。



点的应力、应变, σ_r, ϵ_r 表示再加载点的应力、应变, $\sigma_{re}, \epsilon_{re}$ 表示再加载曲线与骨架曲线交点的应力、应变, ϵ_{pl} 表示卸载时的残余塑性应变, E_c 表示混凝土的弹性模量, f_{yh} 表示箍筋的屈服强度, ρ_v 表示体积配箍率。

1.1 Mander 模型^[1]

1988年, Mander, Priestley 和 Park 完成了31个足尺寸的轴心受压柱试验, 试验构件包括了圆形、方形、矩形三种截面形式以及螺旋箍、菱形箍、八边形复合箍等多种配箍方式。在此试验结果基础上, Mander 等人提出模型如图1所示, 主要公式如下:

1) 骨架曲线 ONAD 段的公式为:

$$\sigma = \frac{f_{cc} x r}{r - 1 + x^r}$$

其中: $x = \frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}}$; $r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$; $E_{sec} = \frac{f_{cc}}{\epsilon_{cc}}$ 。

2) 卸载曲线 AB 段公式为:

$$\sigma = \sigma_u - \frac{\sigma_u x_2 r_2}{r_2^2 - 1 + x_2^2}$$

其中: $r_2 = \frac{E_u}{E_u - E_{sec2}}$; $E_{sec2} = \frac{\sigma_u}{\epsilon_u - \epsilon_{pl}}$; $x_2 = \frac{\epsilon - \epsilon_u}{\epsilon_{pl} - \epsilon_u}$; E_u 为卸载线的初始切线模量。

3) 再加载曲线由两部分构成, 其中 SC 段为直线, CD 段为二次抛物线。

直线段公式为:

$$\sigma = \sigma_r + E_r(\epsilon - \epsilon_r)$$

曲线段公式为:

$$\sigma = \sigma_{re} + E_{re} x_3 + A x_3^2$$

其中: $E_r = \frac{\sigma_r - \sigma_{new}}{\epsilon_r - \epsilon_u}$; $x_3 = \epsilon - \epsilon_{re}$; $A = \frac{E_r - E_{re}}{-4[(\sigma_{new} - \sigma_{re}) - E_r(\epsilon_u - \epsilon_{re})]}$; E_{re} 为对应于图1中骨架曲线上 D 点的切线模量; σ_{new} 为 C 点对应的应力。

Mander 模型的特点如下:

①给出了对矩形箍、螺旋箍、圆箍均适用的上升段与下降段统一的曲线方程, 而且骨架曲线的参数较少, 物理意义明确, 因此应用性较好。②认为箍筋的约束作用会使约束混凝土的抗压强度 f_{cc} 、峰值应变 ϵ_{cc} 变大, 增大程度与箍筋作用于约束混凝土核心区上的有效约束应力 f'_i 有关, 而有效约束应力与箍筋约束应力的比值等于有效约束混凝土面积(由于矩形箍的“拱作用”, 核心区混凝土被有效约束的面积小于核心区混凝土面积)与约束混凝土核心区面积的比值。因此, Mander 模型在本质上考虑了有效约束混凝土面积的相对大小、体积配箍率、箍筋间距及箍筋屈服强度对约束混凝土力学性能的影响。③混凝土的抗拉强度随 ϵ_{pl} 的增大呈线性降低(如图1中 OF、BR 线段), 当 $\epsilon_{pl} = \epsilon_{cc}$ 时, 认为混凝土抗拉强度为0。④考虑了卸载时刚度的逐渐退化以及再加载时的刚度退化、强度降低。⑤利用能量原理建立了约束混凝土的极限压应变公式, 将约束混凝土的极限压应变定义为第一根箍筋拉断时的应变。⑥给出了约束混凝土强度、刚度及峰值应变在应变率影响下的计算公式, 并以系数的形式反映到骨架曲线方程, 使用非常简便。⑦该模型的不足在于 f_{cc} 的计算较为烦琐, 且需查表确定系数, 不便于程序化。

1.2 张秀琴模型^[2]

1981年, 过镇海、张秀琴^[3]通过轴心受压试验研究了五种形式反复荷载作用对混凝土应力-应变全曲线的影响, 并分析了逐次加卸载曲线的变化规律, 给出了反复荷载作用下素混凝土应力-

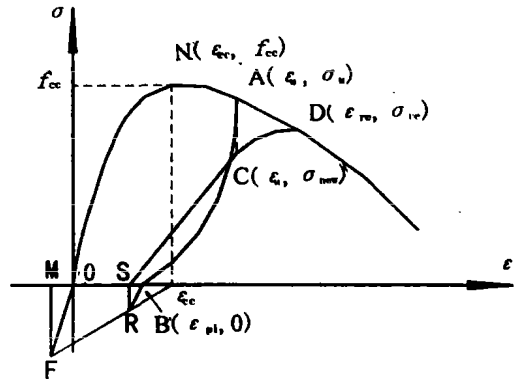


图1 Mander模型示意图

应变全曲线的计算方程。1982年,张秀琴、过镇海、王传志在研究素混凝土的工作基础上,对不同配箍率的约束混凝土在反复荷载下的应力-应变全曲线进行了试验研究,提出了相应的方程。因此,张秀琴模型的骨架曲线、卸载曲线、再加载曲线都与文献[3]中素混凝土的公式保持了相同的形式。模型如图2所示,主要公式如下:

1) 骨架曲线 ONAD 段公式,包括上升段与下降段两部分:

$$x = \frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}} \leq 1 \text{ 时:}$$

$$y = \frac{\sigma}{f_{cc}} = a_k x + (3 - 2a) x^2 + (a_k - 2) x^3$$

$$x = \frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}} \text{ 时:}$$

$$y = \frac{x}{\alpha_k(x-1)^2 + x}$$

其中: a_k 与 α_k 为系数,取决于素混凝土强度与含箍特征值 λ_k ,需查表确定。

2) 卸载曲线 AB 段公式为:

$$\frac{\sigma}{\sigma_u} = \left(\frac{\epsilon - \epsilon_{pl}}{\epsilon_u - \epsilon_{pl}} \right)^n$$

其中: $n = 1 + \sqrt{\epsilon_u / \epsilon_{cc}}$

3) 再加载曲线 BD 段公式为:

$$\frac{\epsilon_{re}}{\epsilon_{cc}} \leq 1 \text{ 时} \quad \frac{\sigma}{\sigma_{re}} = \left(\frac{\epsilon - \epsilon_{pl}}{\epsilon_{re} - \epsilon_{pl}} \right)^{1.2} \left[1 + 0.2 \sin \left(\pi \frac{\epsilon - \epsilon_{pl}}{\epsilon_{re} - \epsilon_{pl}} \right) \right]$$

$$\frac{\epsilon_{re}}{\epsilon_{cc}} > 1 \text{ 时} \quad \frac{\sigma}{\sigma_{re}} = \left(\frac{\epsilon - \epsilon_{pl}}{\epsilon_{re} - \epsilon_{pl}} \right)^{1.4} \left[1 + 0.6 \sin \left(\pi \frac{\epsilon - \epsilon_{pl}}{\epsilon_{re} - \epsilon_{pl}} \right) \right]$$

张秀琴模型的特点如下:

①上升段与下降段曲线方程形式不同,采用了两个相互独立的参数,这两个参数决定于素混凝土强度与试件的含箍特征值,因此该模型的优点在于参数较少,物理意义明确。但张秀琴模型没有考虑箍筋布置形式对约束混凝土力学性能的影响。②未考虑混凝土受拉。③卸载曲线为幂函数,再加载曲线为幂函数与三角函数的复合函数,考虑了卸载时的刚度退化以及再加载时的刚度退化与强度降低。④忽略了箍筋约束作用下混凝土的强度增长,只考虑了峰值点应变的增大;但同其它模型相比,约束混凝土峰值应变取值仍较小,原因在于张秀琴模型对素混凝土峰值应变的估计要比其它模型小。⑤所给的加卸载方程只适用于受压范围内的反复加卸载,且要求每次加载与包络线相交,每次卸载为零。

1.3 Sheikh 模型^[4]

1980年,Sheikh 和 Uzumeri 试验研究了四种不同复合配箍截面形式、不同配箍率及箍筋间距等的轴心受压约束混凝土试件的强度与延性。在此基础上,他们于1982年提出了有效约束混凝土面积的概念,并给出了约束混凝土应力-应变骨架曲线。该模型如图3所示,主要公式如下:

$$\text{OA 段: } \sigma = -\frac{f_{cc}}{\epsilon_{s1}^2} \epsilon^2 + \frac{2f_{cc}}{\epsilon_{s1}} \epsilon$$

$$\text{AB 段: } \sigma = f_{cc}$$

$$\text{BD 段: } \sigma = 0.15f_{cc} \frac{\epsilon - \epsilon_{s2}}{\epsilon_{s2} - \epsilon_{s85}} + f_{cc}$$

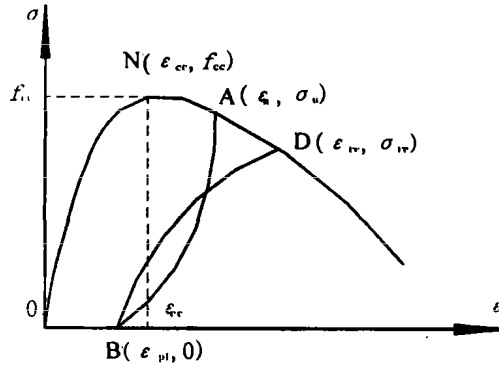


图2 张秀琴模型示意图

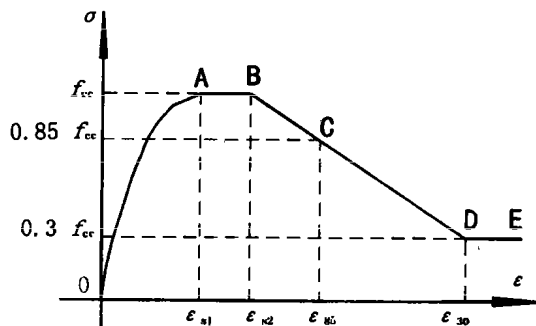


图3 Sheikh 模型

DE 段: $\sigma = 0.3f_{cc}$

Sheikh 模型的特点如下:

①上升段为二次抛物线,下降段由三条直线构成,在形式上非常简单,且强度和刚度计算结果都比较合理。②峰值强度存在一平台段(图中 AB 段)。③认为约束混凝土残余强度为 $0.3f_{cc}$,这比另外一些同类模型假定的 $0.2f_{cc}$ 偏高。④ f_{cc} 与约束混凝土中箍筋间距、体积配箍率、箍筋屈服强度、素混凝土强度、箍筋及纵筋的布置形式有关。Sheikh 模型是第一个在考虑箍筋布置形式后,建立了有效约束混凝土面积计算公式的基础上提出的模型,后来的 Mander 模型, Saatcioglu 模型都是以此为基础建立的。⑤参数比较多,考虑得过细,且计算十分烦琐,不便于工程界掌握。

1.4 Park 模型^[5]

1971 年, Kent 和 Park 在总结前人的研究成果基础上提出的 Kent - Park 模型如图 4 所示,该模型认为:①矩形箍筋提高约束混凝土的强度有限,因此没有考虑矩形箍筋约束作用下混凝土强度的提高。②约束混凝土达到其抗压强度以前,箍筋是没有起作用的,因此取约束混凝土的峰值应变为 0.002 。③下降段斜率由对应于 50% 峰值强度处的应变 ϵ_{50} 决定,且有 $\epsilon_{50} = \epsilon_{50h} + \epsilon_{50u}$ 。

1982 年, Park, Priestley 和 Gill 通过四个复合配箍柱在反复荷载作用下的试验,改造了 Kent - Park 模型。该模型认为:①矩形箍筋约束下的混凝土强度也能得到有效改善,在相同的体积配箍率下,矩形箍筋约束下的混凝土强度提高为相应圆箍约束下的混凝土强度提高的一

半。借鉴 Priestley, Park 和 Potangaroa(1981 年)的圆箍约束混凝土试验中得到的结论,即圆箍约束混凝土强度的提高为 $2.05f_{yh}\rho_v/f_c$, 给出矩形箍筋约束下混凝土强度提高系数为 $K = 1 + \rho_v f_{yh}/f_c$ 。②峰值点应变与峰值强度提高倍数相同。

Park 模型如图 4 中 OFGH 段所示,主要公式如下(该模型公式与 Kent - Park 模型公式的区别在于有无系数 K):

$$\text{OF 段: } (\epsilon \leq 0.002K) \quad \sigma = Kf_c \left[\frac{2\epsilon}{0.002K} - \left(\frac{\epsilon}{0.002K} \right)^2 \right]$$

$$\text{FG 段: } (\epsilon < 0.002K) \quad \sigma = Kf_c [1 - Z(\epsilon - 0.002K)]$$

其中: Z 为下降段坡度,决定于体积配箍率、箍筋间距、素混凝土强度。

Kent - Park 模型及 Park 模型的特点可概括为:

①方程形式简单合理,上升段形式是比较恰当的,它能较好地体现刚度随应变的增加而逐渐减小的过程。②Park 模型是在后来试验结果的基础上对 Kent - Park 模型的改进,反映了约束混凝土随箍筋配置产生的强度提高以及峰值应变增大的特点。③考虑了体积配箍率、箍筋屈服强度、箍筋间距对约束混凝土力学性能的影响,但没有考虑箍筋布置方式对约束混凝土力学性能的影响。

1.5 Saatcioglu 模型^[6]

1992 年, Saatcioglu 和 Razvi 在大量的(包括圆箍、简单方形箍、复合配箍、矩形箍等约束下的试件)试验基础上,使用了将约束围压 f_l 折算为等效约束围压 f_{le} 的方法,并由此建立了约束混凝土的应力 - 应变关系,模型如图 5 所示,主要公式如下:

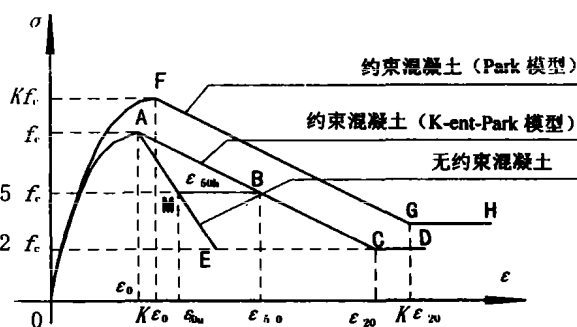


图 4 Park 模型

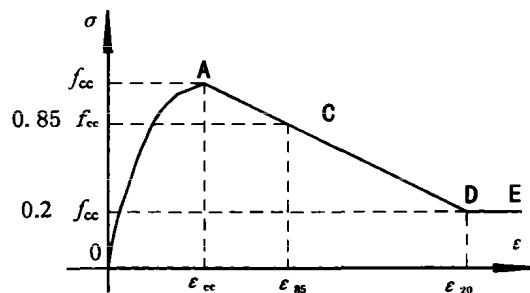


图 5 Saatcioglu 模型

$$\text{OA 段: } \sigma = f_{cc} \left[2 \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}} \right) - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{1+2K}}$$

$$\text{AD 段: } \sigma = 0.15 f_{cc} \left(\frac{\epsilon - \epsilon_{cc}}{\epsilon_{cc} - \epsilon_{85}} \right) + f_{cc}$$

$$\text{DE 段: } \sigma = 0.2 f_{cc}$$

其中:系数 K 决定于等效约束围压与素混凝土抗压强度。

Saatcioglu 模型的特点如下:

①选取的上升段形式不太恰当,当应变趋近于零时,刚度将趋近于无穷大。本文认为直接用 Kent - Park 模型的上升段也许更好。②考虑了箍筋与纵筋布置形式、箍筋间距、箍筋屈服强度以及素混凝土强度和延性对约束混凝土力学性能的影响。③等效围压的概念与 Mander 模型中有效围压的概念在本质上是一致的,都是考虑了箍筋在约束混凝土核心区造成的约束效应的不均匀性。这些概念都直接或间接的和 Sheikh 与 Uzumeri 提出的有效约束混凝土面积联系在一起;④该模型参数计算较烦琐,有些指标不便于工程应用。

2 各模型应力 - 应变曲线的比较

由于混凝土材料的离散性较大,仅以某一次或某几次试验得到的应力 - 应变曲线作为标准来评判上述模型的优劣不具有普遍性意义。所以本文仅给出了各模型对试件的计算结果,旨在分析各模型应力 - 应变曲线的特点。表 1 给出了所选试件(试件 Unit1、Unit4 来自文献[5],SC - 1 来自文献[7])的有关数据,其中:Unit4 的配箍率最大;SC - 1 的配箍率很小,接近无约束混凝土;Unit1 的配箍率在二者之间。表 2 给出了各模型计算得到的抗压强度 f_{cc} 、峰值应变 ϵ_{cc} 及下降段对应于 85% 抗压强度处的应变 ϵ_{85} 。图 7、8、9 分别为各模型对试件 Unit1、Unit4、SC - 1 计算得到的应力 - 应变曲线。

表 1 试件的有关数据

试件	f_c	截面形式	纵 筋		箍 筋			体积配箍率
			直径	屈服强度	直径	屈服强度	间距	
Unit1	23.1	A(图 6)	24	380	10	297	80	0.015
Unit4	23.5	B(图 6)	24	380	12	294	72	0.035
SC - 1	27.36	C(图 6)	10	419.2	2.8	324.2	120	0.0014

注:强度值的单位均为 MPa,直径、间距单位为 mm。

表 2 各模型对试件计算得到的 f_{cc} 、 ϵ_{cc} 、 ϵ_{85}

模型名称	Unit1			Unit4			SC - 1		
	f_{cc}	ϵ_{cc}	ϵ_{85}	f_{cc}	ϵ_{cc}	ϵ_{85}	f_{cc}	ϵ_{cc}	ϵ_{85}
Mander	33.3	0.0064	0.0232	39.89	0.009	0.0544	28.02	0.0022	0.0045
张秀琴	23.1	0.0020	0.0054	23.5	0.0028	不适用	27.36	0.0015	0.0034
Sheikh	23.22	0.0048	0.0128	25.74	0.0089	0.0286	23.88	0.0020	0.0024
Park	27.23	0.0024	0.0049	33.79	0.0029	0.0085	27.82	0.0020	0.0028
Saatcioglu	34.57	0.007	0.0174	38.47	0.0084	0.042	29.34	0.0027	0.0043
Kent - Park	23.1	0.002	0.0046	23.5	0.002	0.0082	27.36	0.002	0.0025

注:强度值的单位均为 MPa。

从以上计算结果可以看出:①各模型在材料层次上(如 f_{cc} 、 ϵ_{cc} 、 ϵ_{85})存在很大的分歧,仅以 Unit1 为例, f_{cc} 的最大差异为 $34.57/23.1 = 1.5$; ϵ_{cc} 的最大差异为 $0.007/0.002 = 3.5$; ϵ_{85} 的最大差异为 $0.0232/0.0046 = 5.04$ 。其中, ϵ_{85} 的差异较 ϵ_{cc} 的差异大得多,说明下降段的离散比上升段显著得多。②Mander 模型与 Saatcioglu 模型体现了较好的延性;Sheikh 模型在试件 Unit1、Unit4 中体现了较好的延性,而在试件 SC - 1 则延性最差;Kent - Park 模型及 Park 模型在三个试件中反映出的延性均

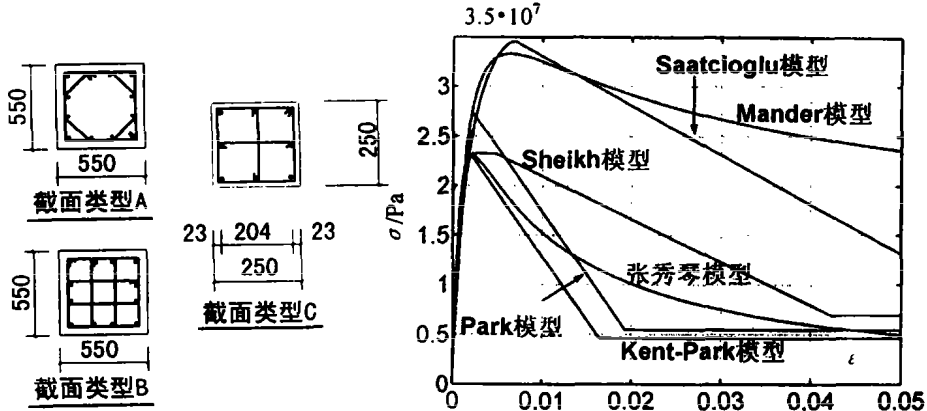


图 6 试件的截面类型

图 7 各模型对 Unit1 计算得到的应力 - 应变曲线

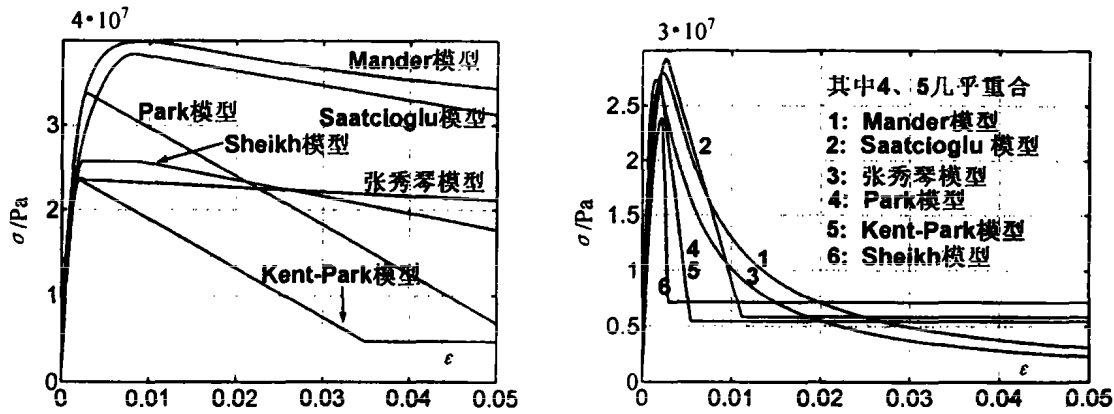


图 8 各模型对 Unit4 计算得到的应力 - 应变曲线

图 9 各模型对 SC-1 计算得到的应力 - 应变曲线

相对较差;张秀琴模型对试件 Unit4 计算的下陷段几乎与应变轴平行,因此无法给出 ϵ_{85} 值(见表 2)。

分析其原因,本文认为:①由于每一种模型均是在各自的试验基础上提出的,而混凝土的材料离散,试验方法与测量手段又不统一,因此模型在材料层次上分歧较大。②模型中所考虑的影响约束混凝土力学性能的因素是否全面是下降段延性好坏的关键。上述五种模型均考虑了体积配箍率、箍筋间距、箍筋屈服强度对约束混凝土力学性能的影响。而 Mander 模型、Saatecioglu 模型和 Sheikh 模型又考虑了箍筋布置形式的影响,因此,这看来也是导致这类模型下降段延性较好的一个主要原因。③模型建立的试验基础广泛与否对模型模拟是否准确起着重要作用。Mander 模型与 Saatecioglu 模型提出的时间相对较晚,模型建立时研究的试验结果种类较多,因此对三种不同体积配箍率的构件模拟都较好;张秀琴模型建立的部分试验基础来源于对素混凝土的试验研究,因此对试件 SC-1 模拟效果较好;Sheikh 和 Uzumeri 的试验结果主要来自于配箍较好的复合配箍柱,因此在应用于 SC-1 时模拟效果较差。④在张秀琴模型中,下降段方程的参数 α_k 取为 $1 - 1.8\lambda_k^{0.55}$,当含箍特征值 λ_k 较大时,如在 Unit4 中 $= 0.333$,此时 α_k 将很小(此例为 0.017),用含有 α_k 的下降段方程,会得到应力趋近于抗压强度的不符合实际的情况的结果。⑤由于 Sheikh 模型在计算约束混凝土抗压强度时,认为构件中的素混凝土抗压强度较试验所得棱柱体抗压强度低 15%,因此计算得到的约束混凝土抗压强度与 Mander 模型和 Saatecioglu 模型相比偏低。

3 结论

本文主要介绍了六种有代表性的约束混凝土模型,通过应力 - 应变曲线的比较,发现各模型间

存在比较大的差异,尤其是下降段延性。而造成这一差异的主要原因是影响约束混凝土力学性能的因素的不同认识。

另外,本文认为对模型的考察应该进一步放在构件层次进行。后续论文将对对比用上述应力-应变模型模拟构件滞回性能的有效性。

参考文献:

- [1] J. B. Mander, M. J. N. Priestley and R. Park. Theoretical Stress - strain Model for Confined Concrete[J]. ASCE, 1988, (8): 1 804 - 1 826.
- [2] 张秀琴, 过镇海, 王传志. 反复荷载下箍筋约束混凝土的应力 - 应变全曲线方程[J]. 建筑结构学报, 1982, (9): 16 - 20.
- [3] 过镇海, 张秀琴. 混凝土的应力 - 应变全曲线的试验研究[J]. 建筑结构学报, 1982, (1): 14 - 18.
- [4] S. A. Sheikh and S. M. Uzumeri. Analytical Model for Concrete Confinement in Tied Columns[J]. ASCE, 1982, (12): 2 703 - 2 722.
- [5] R. Park, M. J. N. Priestley and W. D. Gill. Ductility of Square - confined Concrete Columns[J]. ASCE, 1982, (4): 929 - 951.
- [6] S. M. Saatcioglu and S. R. Razvi. Strength and Ductility of Confined Concrete[J]. ASCE, 1992, (6): 1 590 - 1 607.
- [7] 向在兴. 仅按重力荷载设计的钢筋混凝土框架柱的抗震能力及加固方法试验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2002.

2003年中国交通土建工程学术暨建设成果 交流会

时间: 2003年10月13日 - 15日

地点: 西南交通大学(中国·四川·成都)

主办单位: 中国铁道学会 西南交通大学
支持单位: 中国铁道部科技教育司 中国铁道部建设管理司
 中国铁道科学研究院 成都市交通局

宗 旨: 展示我国交通土建工程的建设成果, 提高我国交通土建工程领域的科技水平, 加强该领域科技工作者的交流, 促进科技与社会资本的合作。

主 题: 交通土建工程领域中的新理论、新技术、新成果
形 式:

★大会特邀专题报告会

☆大会特邀相关部委领导及地方建设主管部门领导到会并做政策指导性发言

☆国内各高校及国外专家出席并作行业发展学术报告

★学术分组讨论会

★“2003年中国交通土建工程学术暨建设成果交流会”新技术、新产品推介会

大会专家名单、分组讨论议题及日程安排请留意大会专题网站 <http://key.swjtu.edu.cn> 或咨询大会组委会。

组委会联系方式:

电 话: (028) 87601177 87601180 87634748

联系人: 林丹丹 付建梅 贾 平

电 邮: cjcjzx@swjtu.edu.cn

网 址: <http://key.swjtu.edu.cn>