

基于极限承载力的钢框架二阶非弹性计算方法*

刘 坚^{1,2}, 李开禧¹, 张 利¹, 周敏辉³

(1.重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045; 2.广州大学, 广州 510405; 3.广东省建筑设计研究院, 广州 510010)

摘要:总结了目前多高层钢框架结构计算方法存在的问题。将布莱希(Bleich, F.)建立的考虑残余应力的切线模量概念加以运用,在考虑剪切变形之后,对Liew, J. Y. R.提出的二阶精细化塑性铰法进行修正,进而建立以二阶非弹性分析为基础的基于结构极限承载力的钢框架结构分析方法。

关键词:钢框架结构; 结构极限承载力; 剪切变形; 残余应力

中图分类号: TU393.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-7329(2004)03-0020-06

Calculation Methods for Steel Frame Structure Based on the Structural Ultimate Bearing Capacity

LIU Jian^{1,2}, Li Kai-xi¹, ZHANG Li¹, ZHOU Min-hui³

(1. Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China; 2. Guangzhou University, Guangzhou 510405, P. R. China; 3. The Architectural Design and Research Institute of Guangdong Province, Guangzhou 510010, P. R. China)

Abstract: The existing problems in calculation approach for multi-story and high-rise steel frame structure are summarized. As the shearing deformation is considered, the analysis methods for steel frame structure are put forward based on the structural ultimate bearing capacity, which is on the basis of second order inelasticity analysis for steel structure. In the approach, the tangent module brought forward by Bleich, F. is used, the second-order refined plastic hinge method presented by Liew, J. Y. R. is modified.

Keywords: steel frame structure; structural ultimate bearing capacity; shearing deformation; residual stress

从发展钢结构的主要物质基础来看,自1996年开始我国钢材总产值就已超过1亿t,并连续几年超过1亿t,成为世界上钢产量最多的国家。另一方面,我国近几年钢产量供过于求,钢材价格大幅度降低,国家技术政策扶持,钢结构开始应用于多高层建筑结构。钢结构由于自重轻,受力性能好,抗震性能好,工业化程度高,施工速度快,符合可持续发展要求和科技含量较高,是一种技术比较成熟的体系^[1]。然而,目前钢框架结构计算和设计方法与多高层钢框架结构的发展不相适应。本文的目的是建立以考虑剪切变形影响的二阶非弹性分析为基础的基于结构极限承载力的钢框架结构计算和设计方法。

1 目前多高层钢框架结构计算方法存在的问题及解决办法

文献[2]指出,目前杆件稳定计算采用的理论依据不一致:轴心杆和压弯杆平面内的弯曲失稳采用考虑残余应力和初弯曲的最大强度理论;压弯杆件平面外却为未直接考虑初始缺陷的切线模量理论;梁的整体稳定,在弹性范围内为理想直杆的侧扭屈曲理论,在非弹性范围内为只考虑残余应力的切线模量理论。为了使各种基本构件的稳定计算理论协调一致,有必要对更为合理的计算理论进行研究。

文献[3]指出了目前钢结构现行设计规范设计方法存在的一些问题。文献[4]也指出了在构件设

* 收稿日期:2003-12-28

作者简介:刘 坚(1964-),男,湖南洞口人,副教授,博士,主要从事钢结构稳定和抗震研究。

计时,把强度与稳定问题分开来考虑,存在着分别进行构件强度、稳定极限状态设计的不合理问题。

文献[5]指出,钢框架结构设计方法存在着结构构件内力计算模型与构件极限状态承载力的计算模型不一致,因此,两者之间存在着不协调和不合理的问题。另一方面,现行钢结构设计规范中结构整体失稳模式与实际失稳模式不一致,结构失稳的计算模式是基于“结构同一层柱同时按相同模式对称或反对称失稳”的假定,与一般情况下“钢框架个别或少数构件首先达到弹塑性失稳”的实际受力状态不一致。这种计算长度的方法主要是把钢框架稳定简化为柱的稳定来计算,因此,这种方法有一定近似性。

目前钢框架结构分析方法主要有^[6]:一阶弹性分析,一阶非弹性分析,二阶弹性分析,二阶非弹性分析(即二阶弹塑性分析),如图1所示。二阶非弹性分析从广义上又可分为二种主要类型:二阶集中塑性铰法、二阶塑性区法。塑性区分析方法主要有两种类型,即采用三维壳单元和基于梁柱理论的纤维单元而进行的塑性区法分析。

二阶塑性区分析方法^[6,7]是将钢框架杆件沿杆长划分为若干个单元,并将杆单元沿截面再划分为若干个纤维单元,见图2,考虑了扩大到整个结构各单元截面纤维内的屈服,从而可以精确地描述整个结构上出现的所有塑性范围,因而,通常被认为是精确解。但由于塑性区法需要同时沿杆长和截面两个方向划分单元,计算工作量很大和消耗计算机时多,以及它计算上的复杂性,对大型结构要在工作站上进行,因此,尽管塑性区法被认为是精确方法,但目前工程设计中应用不现实,费用太高,塑性区法一般仅限于在对结构性能需作详细分析的理论研究中应用。

二阶塑性铰法^[6,8,9]是指构件某一截面进入了塑性时,整个截面如同一个铰一样工作,计算时采用一个零长度的塑性铰来代替该塑性截面。这种方法中材料屈服是通过仅发生在单元端部的塑性铰来模拟,在整个分析过程中,除杆两端外,其余部分仍然假定保持弹性。一般经典弹塑性铰法假设横截面是理想弹塑性,不能考虑材料从完全弹性到完全塑性之间的渐进屈服,同时很难考虑残余应力。因此,尽管经典弹塑性铰方法简单,但它不能反映材料的部分发展塑性问题,不能给出一个符合钢结构受力和变形实际情况的合理结论。

二阶精细化塑性铰方法的优点^[10,11,12],与经典弹塑性铰一样,具有简单、有效的特点,而且它对结构及其组成部分(构件)的强度和稳定计算能保证足够的精度。这种方法通过平缓过渡的弯矩-转角关系来描述由于残余应力引起的构件刚度的退化,从而模拟部分发展塑性,构件的非弹性性能是通过力的形式来反映,而不象塑性区模型那样需通过塑性理论的应力-应变关系来反映构件的非线性性能。

现行钢结构设计规范中钢框架结构的设计方法是基于构件极限状态的设计方法,即考虑荷载组合,对结构在弹性范围内进行内力计算,找出最不利内力,然后按弹塑性极限状态对构件进行设计,因此,钢结构内力分析时,假定结构处于线弹性工作状态,进行一阶弹性分析,不考虑几何和材料非线性的影响。在确定构件承载力时,却考虑几何非线性和材料非线性的二阶分析影响,如压弯构件稳定设计时,在考虑残余应力、初弯曲之后,利用近似相关公式进行计算,近似相关公式中考虑了二阶效应引起的二阶弯矩以及部分发展塑性。显然,两者之间存在着不协调的问题。一般情况下,结构构件达到极限承载力时已处于非线性弹塑状态,结构构件内力发生了重分布,因此,按弹性状态计算的结构各构件的内力并不是该结构达到极限承载力时构件的实际受力状态。另外,虽然二阶弹性分析可以模拟钢框架结构的几何非线性,但由于二阶弹性分析忽略了材料屈服的影响,因此,它仅能跟踪实际构件截面屈服前的平衡路径,不能真实地反映结构极限状态。当前钢框架结构较为精确的计算方法是二阶非弹性分析方法。

为了解决本节前面提到的钢框架结构计算方法存在的问题,有必要开展以二阶非弹性分析为基础

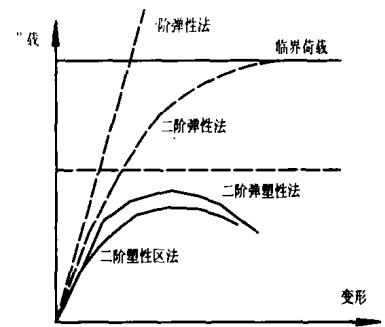
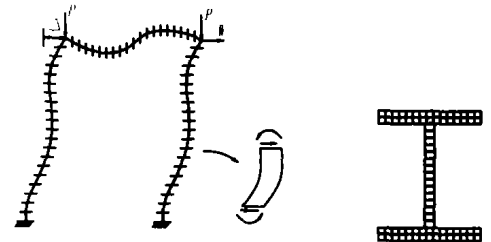


图1 钢框架结构分析方法^[6]



(a)离散框架结构 (b)梁柱单元 (c)纤维单元
图2 基于梁柱理论的纤维单元塑性区法模型

的基于结构极限承载力的设计方法研究。人们坚持不懈研究钢结构二阶非弹性分析,其深层原因就是建立了以二阶非弹性分析为基础的结构极限承载力设计方法,以便更清楚地把握钢结构从加载一直达到承载能力极限状态破坏或倒塌过程中表现出的受力特点和变形性能,掌握钢结构在静力荷载作用下结构达到结构极限状态时的极限承载能力。考虑初始缺陷、二阶效应及钢材弹塑性性能的分析,使得结构极限状态的分析模型更加接近实际情况,代表了钢结构稳定理论的主要发展方向。国外已报到的有关文献把以二阶非弹性分析为基础的基于结构极限承载力的钢框架结构分析方法称为高等分析(advanced analysis)^[12]。但高等分析中较少考虑剪切变形的影响^[10,11,12]。

2 考虑剪切变形影响的梁柱理论稳定函数

通常钢框架结构二阶非弹性分析时,采用稳定函数的梁柱理论方法,每个构件仅使用一个单元就能精确地对钢框架结构进行求解。

细长的梁在横向荷载作用下,梁的剪切变形很小,可以忽略不计,然而,当钢结构框架梁高跨比较大时,剪切变形的影响就不是那么微不足道了,这时应考虑剪切变形的影响;另一方面,文献[13]通过试验和理论研究表明,钢框架结构剪切变形的影响不应忽略,在分析中应该考虑,但遗憾的是目前二阶非弹性分析很少考虑剪切变形的影响,本文除了考虑材料的渐进屈服、残余应力和构件几何初始缺陷影响外,还将在二阶非弹性分析方法中考虑剪切变形的影响。

梁柱单元可分为压弯或拉弯梁柱单元,参照文献[14]相类似的方法,经过分析,本文得到如下形式考虑剪切变形影响的梁柱理论的稳定函数:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \xi \alpha \cot \alpha \\ \varphi_2 = \xi \alpha^2 / (3 - 3\varphi_1) \\ \varphi_3 = (3\varphi_2 + \varphi_1) / 4 \\ \varphi_4 = (3\varphi_2 - \varphi_1) / 2 \\ \varphi_5 = \varphi_1 \varphi_2 \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\alpha = \gamma l / 2$; $\gamma = \sqrt{\frac{|P|}{\xi EI}}$; $\xi = (1 - j \frac{\mu P}{GA})$; μ ——截面形状修正系数; A ——梁柱构件的截面面积;

$$\psi = \begin{cases} \cot \alpha & \text{当 } P \text{ 为压力时} \\ \operatorname{cth} \alpha & \text{当 } P \text{ 为拉力时} \end{cases}; j = \operatorname{sgn}(1, P) = \begin{cases} -1 & \text{当 } P > 0 \text{ 时} \\ 1 & \text{当 } P < 0 \text{ 时} \end{cases}$$

当轴力较小时,把 $\cot \alpha$ 及 $\operatorname{cth} \alpha$ 按泰勒级数展开,得到压弯(拉弯)构件梁柱单元的稳定函数为:

$$\begin{cases} \varphi_1 = 1 + j \xi \alpha^2 / 3 \varphi_2 \\ \varphi_2 = 1 - j \{ [(3 - 3\xi) / \xi] - 1/15 \} \alpha^2 - \{ 2/315 + 1/15 \{ (44\xi - 45) / \xi \} (3 - 3\xi) / \xi - 1/15 \} \alpha^4 + R \\ \varphi_3 = (3\varphi_2 + \varphi_1) / 4 \\ \varphi_4 = (3\varphi_2 - \varphi_1) / 2 \\ \varphi_5 = \varphi_1 \varphi_2 \end{cases} \quad (2)$$

$j = \operatorname{sgn}(1, P)$, R 为误差函数。

3 梁柱单元增量刚度矩阵方程

3.1 基本假定

- 1) 梁柱构件为双轴对称截面;
- 2) 假设梁柱构件弹塑性性能仅包含在零长度的塑性铰内,塑性铰仅在杆端形成,杆端塑性铰的塑性变形仅仅是非弹性的转动;
- 3) 假设初始屈服函数与完全屈服函数的形状相似;
- 4) 假定翼缘板、腹板的宽(高)厚比满足不发生局部屈曲时的要求,忽略构件截面的板件局部失稳。

3.2 钢结构二阶弹塑性的增量刚度矩阵方程

参考文献[11],在考虑材料的渐进屈服(如图 3a 所示)、残余应力(如图 3b 所示)和剪切变形的影响后,得到梁柱单元修正二阶精细化塑性铰法的增量刚度矩阵方程:

$$[k_{sepT}^e]_{6 \times 6} \{\Delta\delta^e\} - \{\Delta f^e\} = 0 \quad (3)$$

其中:

$$\{\Delta f^e\} = \{\Delta N_{x1}, \Delta V_{y1}, \Delta M_{z1}, \Delta N_{x2}, \Delta V_{y2}, \Delta M_{z2}\}^T$$

$$\{\Delta\delta^e\} = \{\Delta u_{x1}, \Delta v_{y1}, \Delta\theta_{z1}, \Delta u_{x2}, \Delta v_{y2}, \Delta\theta_{z2}\}$$

$$[k_{sepT}^e] = \begin{bmatrix} \frac{E_t A}{l} & 0 & 0 & \frac{E_t A}{l} & 0 & 0 \\ & k_{22}^e & k_{23}^e & 0 & k_{25}^e & k_{26}^e \\ & & k_{33}^e & 0 & k_{35}^e & k_{36}^e \\ & & & \frac{E_t A}{l} & 0 & 0 \\ & Sym. & & & k_{55}^e & k_{56}^e \\ & & & & & k_{66}^e \end{bmatrix}$$

式中: $k_{22}^e = i(2\varphi_3 + \varphi_4)(2\varphi_3\zeta_1 + 2\zeta_2\varphi_3 + 2\zeta_1\zeta_2\varphi_4 - \zeta_1\varphi_4 - \zeta_2\varphi_4)/(l^2\varphi_3)$;

$$k_{23}^e = i\zeta_1(2\varphi_3 + \varphi_4)(2\varphi_3 + \zeta_2\varphi_4 - \varphi_4)/(l\varphi_3);$$

$$k_{25}^e = -i(2\varphi_3 + \varphi_4)(2\varphi_3\zeta_1 + 2\zeta_2\varphi_3 + 2\zeta_1\zeta_2\varphi_4 - \zeta_1\varphi_4 - \zeta_2\varphi_4)/(l^2\varphi_3);$$

$$k_{26}^e = i\zeta_2(2\varphi_3 + \varphi_4)(2\varphi_3 + \zeta_1\varphi_4 - \varphi_4)/(l\varphi_3);$$

$$k_{33}^e = i\zeta_1(4\varphi_3^2 - \varphi_4^2 + \varphi_4^2\zeta_2)/\varphi_3;$$

$$k_{35}^e = -i\zeta_1(2\varphi_3 + \varphi_4)(2\varphi_3 + \zeta_2\varphi_4 - \varphi_4)/(l\varphi_3);$$

$$k_{36}^e = 2i\zeta_1\varphi_4\zeta_2;$$

$$k_{55}^e = i(2\varphi_3 + \varphi_4)(2\varphi_3\zeta_1 + 2\zeta_2\varphi_3 + 2\zeta_1\zeta_2\varphi_4 - \zeta_1\varphi_4 - \zeta_2\varphi_4)/(l^2\varphi_3);$$

$$k_{56}^e = -i\zeta_2(2\varphi_3 + \varphi_4)(2\varphi_3 + \zeta_1\varphi_4 - \varphi_4)/(l\varphi_3);$$

$$k_{66}^e = i\zeta_2(4\varphi_3^2 - \varphi_4^2 + \varphi_4^2\zeta_1)/\varphi_3。$$

其中,线刚度 $i = \frac{EI}{l}$ 、 E 为弹性模量, I 为截面惯性矩, l 为杆件长度, A 为截面面积, E_t 为切线模量。

ζ_1 、 ζ_2 分别为梁柱单元 1、2 端与横截面渐进屈服有关的非弹性单元刚度折减系数。当 $\zeta_1 = 1$ 时,表明梁柱单元 1 端横截面处于弹性阶段;当 $\zeta_1 = 0$ 时,表明梁柱单元 1 端横截面上已形成塑性铰;当 $0 < \zeta_1 < 1$ 时,表明梁柱单元 1 端横截面处于部分发展塑性阶段。

为了能反映钢材中残余应力的影响,运用布莱希(Bleich, F.)建立的考虑残余应力时的切线模量概念^[15],可以得到渐进屈服引起构件刚度退化的折减系数,即:

$$\zeta = \frac{E_t}{E} = \alpha(1 - \beta)\beta \quad (4)$$

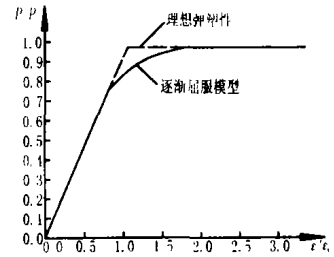
式中: α 考虑残余应力影响的渐进屈服系数, $\alpha = \frac{1}{\alpha_p(1 - \alpha_p)}$,比例极限与屈服点之比 $\alpha_p = \frac{f_p}{f_y}$;压屈比 $\beta =$

$\frac{\sigma}{f_y}$, f_p , f_y 分别为钢材的比例极限和屈服极限。

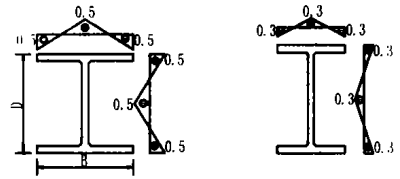
用以下刚度退化函数 ζ 来反映截面的渐进屈服

$$\zeta_i = \begin{cases} 1.0 & \text{当 } \beta \leq 0.5 \\ \alpha\beta(1 - \beta) & \text{当 } \beta > 0.5 \end{cases} \quad (5)$$

由屈服面确定的屈服指数 β ,采用 Orbison 截面内力屈服面模型^[16]:



(a) 材料的渐进屈服模型



(b) 残余应力分布模型

图 3 梁柱单元的渐进屈服和残余应力分布模型

$$\beta = 1.15p^2 + m_z^2 + 3.67p^2m_z^2 + 3.0p^6m_z^2 \quad (6)$$

式中： $p = P/P_y$, $m_z = M_z/M_{p_z}$, p_y 为屈服轴力； M_p 为屈服弯矩。

为了反映塑性铰形成时轴向力改变引起的塑性弯矩增量变化，必须对梁柱单元刚度进行修正，具体修正方法参见文献[11]。在修正的拉格朗日描述中^[17]，结构参考构形变化实际上是对梁柱单元局部坐标进行变换，在组装从 t 到 $t + \Delta t$ 时刻的梁柱单元刚度矩阵时，需考虑 t 时刻梁柱单元的位移影响，因此，编程计算时需利用不断改变的节点坐标值，考虑结构参考构形变化对坐标变换矩阵的影响。

4 基于结构极限承载力的钢框架结构设计表达式

参照《建筑结构可靠度统一标准》(GB 50068 - 2001)及文献[12]，基于结构极限承载力的钢框架结构的设计表达式可写为：

$$\gamma_u \gamma_0 (\gamma_G S_{G_k} + \psi_q \sum_{i=1}^n \gamma_{Q_i} S_{Q_{ik}}) \leq R_K / \gamma_R \quad (7)$$

或 $\gamma_u \gamma_0 (\sum \gamma_m S_n) \leq \gamma_l R_K$

其中， γ_G 、 γ_{Q_i} 分别为荷载分项系数， γ_m 代表 γ_G 与 γ_{Q_i} ， γ_0 为结构重要系数， γ_R 为结构抗力系数， $\gamma_l = \gamma_R^{-1}$ ， S_{G_k} 、 $S_{Q_{ik}}$ 分别为永久和可变荷载标准值的效应， S_m 代表 S_{G_k} 与 $S_{Q_{ik}}$ ， R_K 为结构抗力的标准值， γ_u 为极限荷载因子， ψ_q 为可变荷载组合系数。

5 算例

算例采用如图 4 所示的 Vogel 六层钢框架^[7]，其几何尺寸、截面型号、荷载等信息见图 4，框架构件截面几何特性见表 1。所有构件采用热轧型钢，材料弹性模量为 $E = 2.05 \times 10^5$ MPa，屈服强度 $f_y = 235$ MPa。在二阶非弹性分析中，框架梁柱节点处的水平荷载、各楼层处的竖向荷载按比例加载。

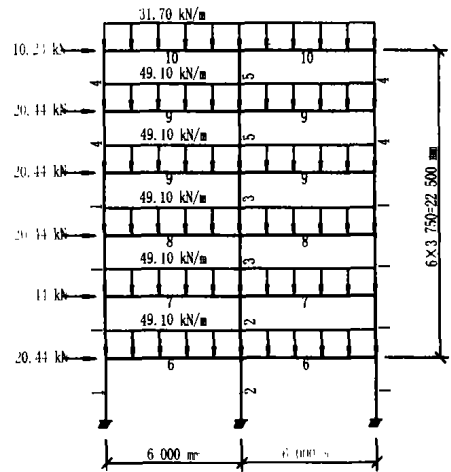


图 4 Vogel 6 层钢框架的几何尺寸、截面型号与荷载

表 1 Vogel6 层框架的截面几何特性/mm

截面型号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	0.910E4	1.180E4	1.060E4	0.543E4	0.781E4	0.845E4	0.727E4	0.626E4	0.538E4	0.391E4
I_z	8.091E7	14.920E7	11.260E7	2.492E7	5.692E7	23.130E7	17.270E7	11.770E7	8.356E7	3.892E7
Z_z	8.270E5	12.830E5	10.530E5	0.543E4	0.781E4	13.070E5	10.190E5	8.040E5	7.280E5	0.391E4
A_w	1488.0	2130.0	2475.0	2880.0	3440.0	1280.0	1800.0	2090.0	2400.0	2600.0

参考文献[18] [19]，采用 FORTRAN 语言编程，在 FORTRAN POWERSTATION(V4.0)编译环境中，实现了以二阶非弹性分析为基础的结构极限承载力的设计方法，并对图 4 所示的钢框架结构算例进行了分析，计算所得图 4 所示钢框架结构算例的顶层荷载 - 变形曲线见图 5。表 2 给出了 6 层 Vogel 校准钢框架算例加载因子 γ_u 的计算结果。

表 2 6 层 Vogel 校准框架算例加载因子 γ_u

	文献[7]	文献[8]	文献[11]	本文
γ_u	1.111	1.180	1.124	1.112

从表 2 可以看出，计算结果与文献[7] 计算结果较为接近，但稍大一些，因文献[7]采用的是塑性区法；本文计算结果比文献[8]采用集中塑性铰法的计算结果要小，因为集中塑性铰法没有考虑渐进屈服，文献[8]计算

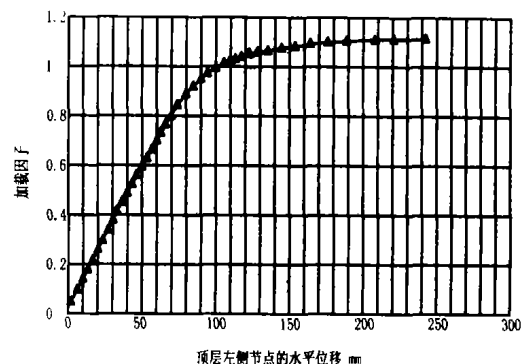


图 5 Vogel 6 层钢框架顶层荷载 - 位移曲线

结果比文献[8]采用集中塑性铰法的计算结果要小，因为集中塑性铰法没有考虑渐进屈服，文献[8]计算

结果偏高;本文计算结果比文献[11]计算结果低,是因为文献[11]计算结果没考虑剪切变形的影响,说明截面剪切变形会使钢框架结构在达到结构极限状态时,使结构极限承载力降低。

6 结论

总结了目前多高层钢框架结构计算方法存在的问题。钢框架结构设计方法存在着结构整体进行弹性内力分析与构件进行极限状态设计的不合理现象,而且目前杆件稳定计算采用的理论依据不一致,把强度与稳定问题分开来考虑等;而基于结构极限承载力计算方法中,考虑了初始缺陷、二阶效应及钢材的弹塑性性能,对结构进行全过程分析,从中找到结构的极限承载力作为结构设计的指标,不存在以上不合理现象,该方法代表了钢结构稳定理论发展的主要方向。另一方面,通过二阶非弹性分析,可以直接得到结构极限承载力,因此,经过二阶非弹性极限状态分析,已验算了结构极限承载力,就不需要再分别按强度、稳定对每个构件进行构件极限承载力验算,简化了设计与计算工作量。

将 Liew 提出的二阶精细化塑性铰法推广为考虑剪切变形影响的二阶非弹性分析中。为了反映残余应力的影响,布莱希运用(Bleich, F.)建立的切线模量概念,建立了以二阶非弹性分析为基础的基于结构极限承载力的钢框架结构计算方法。钢框架构件的剪切变形会降低结构极限承载力,在基于结构极限承载力的钢框架结构分析方法中,剪切变形的影响不应忽略。

参考文献:

- [1] 钢结构专家小组. 建筑钢结构产业“十五”计划和 2010 年发展规划纲要[J]. 新型建筑材料, 2001, (1): 47 - 49.
- [2] 魏明钟. 钢结构新规范应用讲评[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991.
- [3] 李开禧. 对钢结构设计规范的建议[钢结构工程研究(2)][M]. 北京: 中国计划出版社, 1998.
- [4] 沈士钊, 陈昕. 网壳结构稳定性[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [5] 李国强. 我国高层建筑钢结构设计理论的发展概略[J]. 工程力学(增刊), 1995: 1 799 - 1 803.
- [6] Chen, W. F., Lui, E. M. . Stability Design of Steel Frames[M]. Florida: CRC Press, Inc., Boca Raton, 1991.
- [7] Vogel, U. Calibrating frames[J]. Stahlbau, 1985, 54(10): 295 - 310.
- [8] Ziemian, R. D. Verification study[M]. Ithaca, N. Y.: Cornell, Univ., 1989.
- [9] AL - Mashary, F., Chen, W. F. . Simplified second - order inelastic analysis for steel frames[J]. Strut. Engineer, 1991, 69(23): 395 - 399.
- [10] King, W. S., White, D. W., Chen W. F. . Second - order inelastic methods for steel frame design[J]. J. of structure Eng., ASCE, 1992, 118(2): 408 - 428.
- [11] Liew J. Y. R., White D. W., Chen W. F. . Second - order refined plastic - hinge analysis for frame design. part I, II [J]. Structural Engineering, ASCE, 1993, 119(11): 3 196 - 3 217.
- [12] Kim S. E., Chen W. F. . Practical advanced analysis for unbraced steel frame design[J]. Struct. Eng., ASCE, 1996, 122(11): 1 259 - 1 265.
- [13] 舒兴平, 沈蒲生. 钢框架极限承载力的有限变形理论分析和试验研究[J]. 工程力学, 1993, (4): 32 - 41.
- [14] 李国强, 沈祖炎. 钢结构框架体系弹性及塑性分析与计算理论[M]. 上海: 上海科学上海技术出版社, 1998.
- [15] Bleich, F. . Buckling strength of metal structures[M]. McGraw - Hill, 1952.
- [16] Orbison, J. G., McGuire, W., et al. Yield surface applications in nonlinear steel frame analysis[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 1982, 557 - 573.
- [17] 匡震帮. 非线性连续介质力学基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989.
- [18] Owen D. R. J., Hiron E. . Finite Elements in Plasticity Theory and Practice[M]. Pinerige Press Limited, 1986.
- [19] 张汝清. 结构计算程序设计[M]. 重庆: 重庆出版社, 1988.