

# 分段降刚度法\*

——混凝土杆系结构的一种简化试验分析方法

赵博, 简斌, 王正霖

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

**摘要:**针对预应力混凝土和钢筋混凝土超静定杆系结构试验中进入非弹性状态后的结构内力难以准确测定的事实,本文提出了一种用于试验结构内力分析的简化方法——分段降刚度法。该方法根据试验中观测到的各杆件区段的受力状态,将各杆件依其刚度退化程度分为有限区段,并设定各区段刚度退化相对水准;再以试验中准确测得的关键变形量为校准点,经多次调试找到能给出该关键变形量的各杆件刚度降低系数;并认为用各杆件区段降低后的刚度经弹性分析求得的内力能反映试验结构的真实内力。经与一榀两跨单层大尺寸预应力框架考虑内力重分布的试验结果对比,初步证明本文所提方法有效。

**关键词:**预应力混凝土; 钢筋混凝土; 杆系结构; 非弹性刚度; 试验超静定结构内力分析

**中图分类号:**TU311.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1006-7329(2004)06-0057-06

## A Simple Experimental Analysis Method for Reinforced Concrete Bar System Structures – Sectioned Dropping Rigidity Method

ZHAO Bo, JIAN Bin, WANG Zheng – lin

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the internal force of statically indeterminate prestressed and reinforced concrete bar system structures is difficult to determine when the structures come to the non-elastic state, a simple analysis method of experimental structures' internal force – sectioned dropping rigidity method is brought forward. In this method, according to the loading state of bars, the bars are divided into limited segments by the level of rigidity dropping, and the relative level of each segment is enacted; then the dropping modulus of each segment rigidity will be found by debugging time after time, and the checking point is the key distortion which was gained from the experiment; it is considered that the internal force which is calculated by elasticity analysis at the dropped rigidity can reflect the real internal force of the structures. It is basically proved that the method, which is brought forward in this paper, is effective by comparing its results with those from the experiment of a large size prestressed frame of two spans and single floor, of which the internal force redistribution is considered.

**Keywords:** prestressed concrete; reinforced concrete; bar system structure; non-elastic rigidity; internal force; experiment of statically indeterminate structure

重庆大学土木工程学院为了进行预应力超静定结构的内力重分布及次内力性能的研究,曾先后进行大尺寸预应力混凝土连续梁及框架的系列试验。本次又完成了两榀大尺寸双跨非对称加载的预应力框架试验。所用试件的左侧一半(结构左右对称)及相应的配筋示于图1。由于框架支座处竖向及水平反力很难准确测试(水平反力更难),本次试验未作测试支座反力的考虑,而是试图通过应变片测试各控

\* 收稿日期:2004-07-15

作者简介:赵博(1979-),男,吉林辉南县人,硕士,主要从事预应力混凝土结构研究。

制截面的钢筋和混凝土的应变反推截面内力。但与非线性有限元模拟分析结果相比,部分控制截面由实测应变推得的弯矩仍有较大误差。有鉴于此,本文作者建议了一种既简单又具有一定精确性的试验结构内力分析方法——分段降刚度法,作为对试验结构的一种补充分析方法。需要指出的是,这一方法虽有较充分理论依据,但目前只在所试验的框架中作过检验,若要扩大使用范围,尚需更多试验结果的检验。

## 1 试验框架设计及装置

### 1.1 试验框架设计

试验框架形状、尺寸及配筋如图1所示。预应力采用后张法单束曲线配筋( $12\Phi^5$ ),每跨两端预应力钢丝束的反弯点在距柱中线1350mm处。

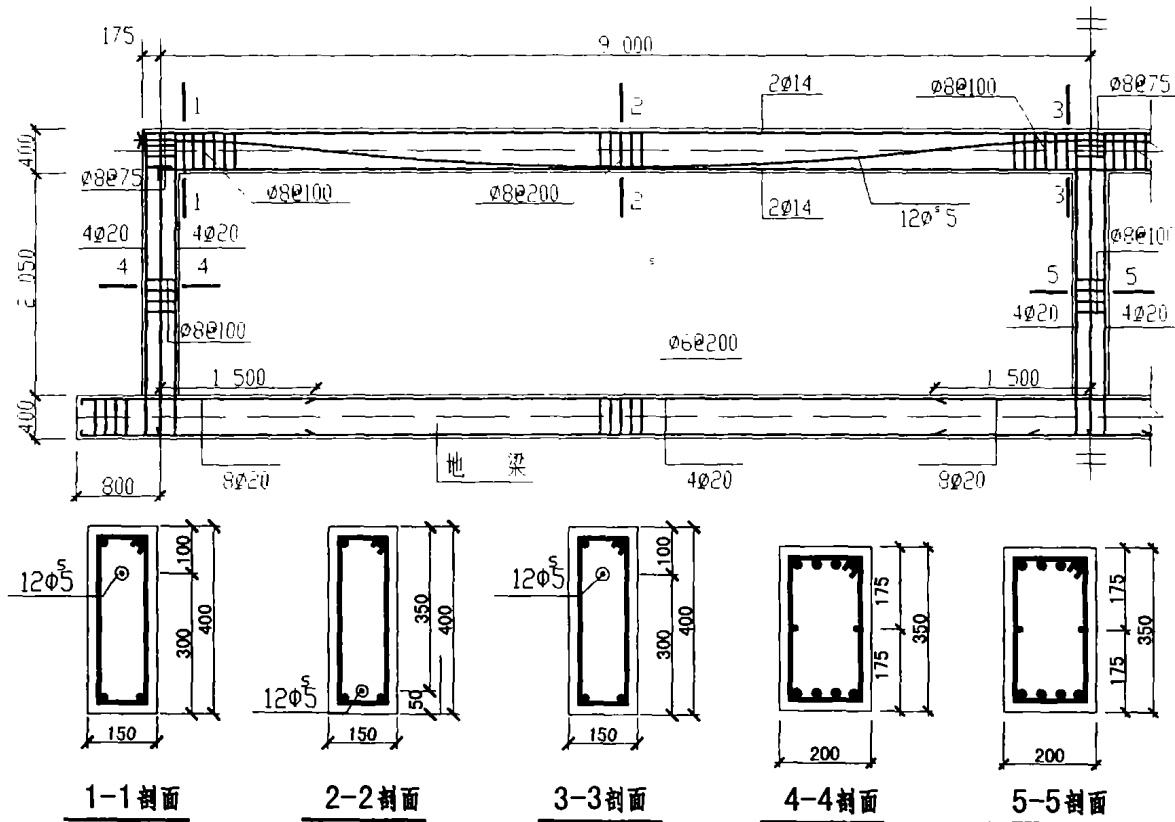


图1 试验框架左侧一半的外形、尺寸及配筋

### 1.2 试验装置

试验加载及测试装置如图2所示,测试内容主要有:各个关键截面的非预应力筋、混凝土的应变;梁端、柱顶转角;跨中位移及各关键截面的裂缝宽度。为了研究框架加载跨对非加载跨的影响,此次只在右跨三分点处进行两点加载。在框架柱支座的处理上,考虑到非加载跨的内力很小,只在加载跨的柱底进行了模拟固端处理。试验现象及分析结果表明这样处理对试验结果没有干扰。

## 2 试验结果

### 2.1 有效预应力和初始次弯矩的确定

本试验采用理论计算和实测相结合的方法来确定预应力损失。初始次弯矩,即未施加外荷载时的次弯矩,通过等效荷载法经理论计算确定。

### 2.2 试验现象及结果

在加载的全过程中,非加载跨的梁和柱始终没有开裂。因此,若非特别说明,以下所述的截面及现象均为加载跨的梁及其相连的两柱。试验框架开裂的先后顺序为:加载跨的边柱顶部外侧开裂、加载跨

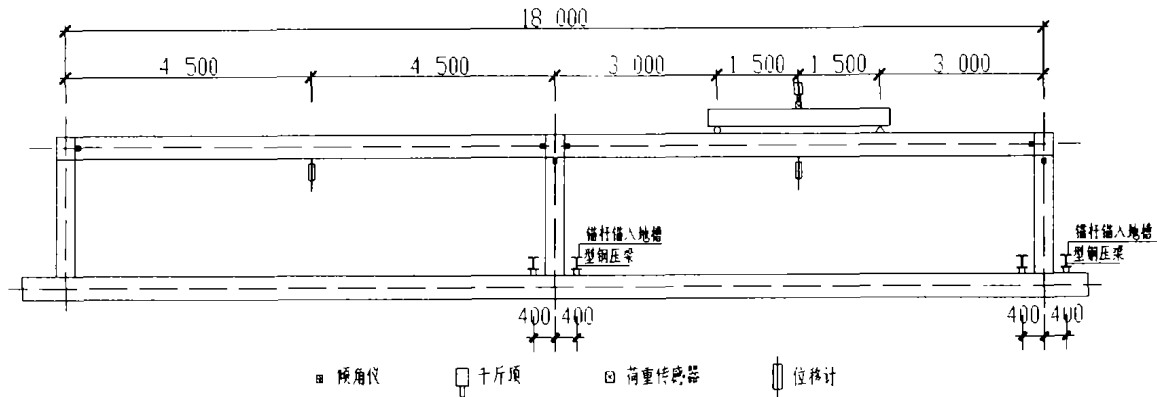


图2 试验加载及测试装置示意图

的中梁端顶部开裂、中柱顶靠近非加载跨一侧开裂、加载跨的边梁端顶部开裂,最后是跨中底部开裂。

随着荷载的加大,边柱顶的裂缝始终保持一定的增长,但发展较缓,中柱顶部的裂缝则基本不发展。梁端裂缝一旦出现则发展较快,跨中的裂缝发展始终很缓慢。当荷载达到梁端截面的极限弯矩时,边梁端裂缝发展增快,边柱顶裂缝则发展变慢,但仍有少量增长。对于中梁端及中柱,梁端裂缝发展也增快,柱顶裂缝则停止发展。在荷载单点加载值达到 80~84 kN 时,中梁端和边梁端截面下边缘混凝土相继有剥落和压碎现象。最后当荷载单点加载值达到 86.1 kN 时,跨中的裂缝大量出现并发展,跨中非预应力钢筋屈服,加载跨两个梁端的混凝土均被压碎而破坏。因为两个梁端截面破坏时跨中截面尚未达到极限承载力,所以结构尚未形成包括跨中出铰在内的三铰破坏机构,即并未达到完全的内力重分布。

### 3 分段降刚度法

#### 3.1 分段降刚度法的原理

预应力混凝土和钢筋混凝土受弯构件或偏心受压构件的非线性性质决定了其刚度在截面弯矩增大的过程中将逐步下降。第一次明显下降是在截面受拉区开裂后;随弯矩增大,裂缝加宽和向受压区方向发展,以及受压区混凝土非弹性性质的越发明显,刚度还将逐步下降;刚度的第二次明显下降发生在受拉钢筋屈服后。对于某个受力状态的构件非弹性刚度一般可用割线刚度表达。在受拉及受压钢筋屈服后,割线刚度将随非弹性曲率的增长而进一步迅速下降。在超静定结构中,因各杆件不同部位的受力程度不同,刚度退化程度有很大差别,而将导致结构随荷载增大而不断出现内力重分布。若能寻求到结构各部位在例如结构所受的极限荷载下的下降后的割线刚度,即可通过对各部位具有不同割线刚度的结构进行弹性分析求得符合该状态结构受力特点的结构内力,即符合实际的结构内力。因此,对于本试验框架,即可用试验测得极限荷载施加于按上述思路降低了刚度的结构,用弹性分析方法求得的内力就应是实际结构在极限荷载下的内力。

此外,预应力结构的截面总弯矩是由荷载弯矩和次弯矩两部分组成的,因此还要确定出结构的次弯矩。若按割线刚度计算,次弯矩和荷载弯矩一样均随着截面刚度的变化而变化。但考虑到次弯矩在截面总弯矩中所占的比例较小,有的甚至在 10% 以下,受截面刚度影响的主要是荷载弯矩。因此,在本文分析中,近似假定次弯矩为初始值不变,这样处理不会对最终结构刚度产生明显的影响。在得出各区段较为理想的最终割线刚度值后,则可以依据这个刚度计算出较为真实的荷载弯矩和次弯矩以及截面总弯矩。

#### 3.2 分段降刚度法在本试验中的应用

为了在本试验中使用分段降刚度法,首先确定以下实施原则:

1) 所针对的为结构的极限荷载状态;

2) 参照以往计算钢筋混凝土连续梁挠度的传统做法,可以将结构各杆件按其在极限荷载下观测到的实际受力状态,原则上参照正、负弯矩区段将其划分为刚度区段;

3) 各刚度区段可以以其中受力最充分的截面的实际受力状态,如是否开裂、受拉钢筋是否屈服、是否先屈服并已进入屈服后塑性曲率增长状态等,初步设定其刚度降低程度在各刚度区段中所处的相对位置,也就是给出各区段刚度降低程度的排列顺序;

4) 以例如加载跨跨中的挠度值为最后确定各刚度区段下降刚度取值的校准依据。实测梁加载跨跨中及非加载跨跨中荷载—挠度曲线见图3。在该图挠度中不包括预应力反拱和自重挠度。通过逐步调整刚度取值(可分别调整各区段刚度值,但不宜打乱按试验测试现象确定刚度降低程度顺序),并用所取各区段刚度逐次计算加载跨跨中挠度,直至计算出的挠度值与实测值的误差足够小。此时的各区段降低后刚度即为本方法确定的各区段最终降低后刚度。

5) 对结构各刚度区段取上述最终降低后刚度,用弹性方法求得的内力就应是逼近极限荷载下结构实际内力的计算结果。

6) 用有关试验及截面计算结果对所得内力进行校核,以确认本文“分段降刚度法”的有效性。

需要强调的是,从理论上说,本文建议方法必须根据试验观测结果事先设定各刚度区段的刚度降低顺序,而且在试算调整刚度时原则上不打乱这一顺序。因为否则各刚度区段的降低后刚度在结构受力较复杂和杆件较多时将得不出唯一解。

其次要强调的是,所选的作为刚度降低程度取值校准依据的结构实测非弹性变形量应是能全面反映结构各杆件受力状态的变形量。因为只有这样,以它为校准依据得出的各区段刚度降低才是更有效的。本例所选加载跨跨中位移值就具有这种特征。

下面对实施过程中几个具体问题分别作进一步说明。

3.2.1 区段划分 对于框架梁,由于非加载跨的弯矩很小,并且加载过程中始终没有出现裂缝,因此非加载跨的框架梁不再细分区段。对于加载跨的框架梁,试验中所观察到的裂缝基本上在三个区段,框架梁的两个梁端在梁顶部开裂,开裂的范围并不很大。跨中在梁底部开裂,并且范围很广。从计算出的荷载弹性弯矩图来看,框架梁的反弯点大致在距加载跨梁两端1.8 m左右,并且梁两端的差别不大。据此可将加载跨的框架梁划分为三个区段,两端区段各为2 m,中间区段则为5 m。对于非加载跨的边柱,基于与非加载跨的框架梁同样的原因未划分区段。而对于中柱及加载跨的边柱,虽然弹性弯矩图上所表现出的反弯点较为靠下,但由于试验中所表现出的裂缝开展区段大致为柱顶到1/2柱高处,因此将其从柱高中点处划分为两个区段。图4为整个试验框架的刚度区段划分情况。

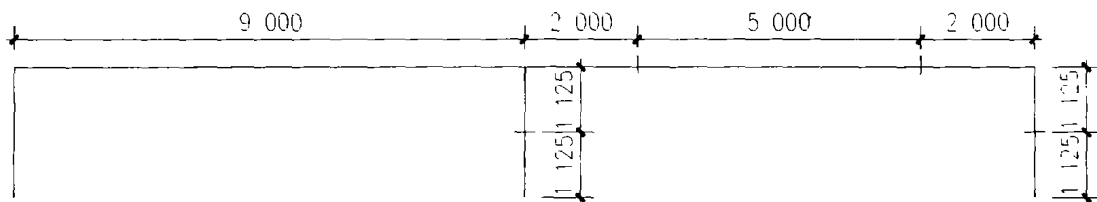


图4 试验框架的刚度区段划分情况

3.2.2 各区段刚度大小的确定 首先依据各区域的裂缝开展情况和弹性弯矩图可大致估计出各部位下降刚度的相对大小关系。加载跨的中梁端弹性弯矩值最大,其裂缝开展也最为充分,因此刚度下降应最大。同样原因,边梁端次之。而跨中虽然裂缝开展数量较多,但宽度较小,最终受压区高度也较梁端大,而且其弹性弯矩值也较两个梁端小,因此刚度的下降程度应比两个梁端小。柱顶裂缝整体而言无论从宽度、根数及裂缝延伸高度较梁上的裂缝都要小,因此刚度的下降程度也较梁上为小,且其中加载跨的中柱又较加载跨边柱刚度下降要小些。

至此已可大致确定出各区段刚度大小关系,而要确定出具体各区段下降后的刚度,仍需要一定的依

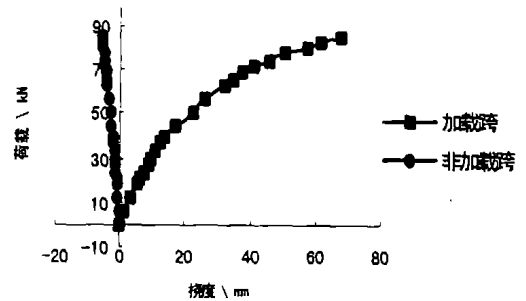


图3 框架梁跨中的荷载-挠度曲线

据。这一依据便是试验所测出的框架梁加载跨跨中挠度值,该挠度的变化从整体上反映了结构刚度的变化,以其作为判断刚度变化的依据较为合适。如此将极限荷载作用在变化刚度后的框架上,依据上述原则不断调整各部位的刚度,通过反复试算直至计算出的跨中挠度值与实测跨中挠度值相符。此时框架各区段的刚度即作为实际刚度。将极限荷载作用在如此变化刚度后的框架上,用弹性方法计算出各截面的弯矩即认为是结构在极限荷载作用下所承受的真实弯矩。

图5即为在极限荷载86.1 kN时,用分段降刚度法经过反复试算后确定的各段刚度值。在进行刚度计算时所采用的截面为混凝土的毛截面。设梁的初始刚度为 $E_B I_B$ ,柱子的初始刚度为 $E_C I_C$ 。

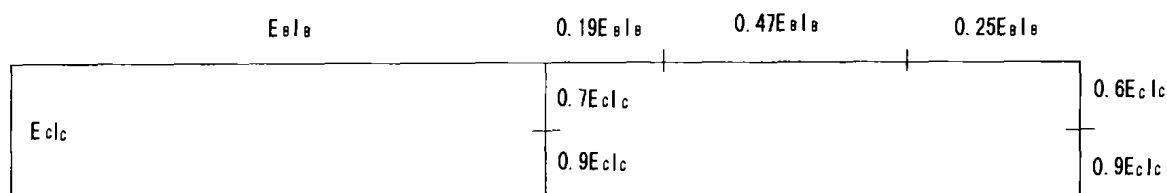


图5 极限荷载时各区段的刚度

根据此下降后刚度计算出的框架梁的跨中挠度值为:加载跨 67.89 mm(实测值为 67.96 mm),非加载跨 -4.33 mm(实测值为 -5.92 mm)。从挠度的对比值来看,加载跨的实测值与计算值吻合得非常好。非加载跨的实测值与计算值有一定的差异,这可能是因为非加载跨的挠度太小,故实测和计算时的相对误差均会较大。

3.2.3 弯矩计算结果 按本文方法所得框架梁加载跨及非加载跨跨中和梁端截面的极限弯矩如表1所示。其中加载跨三个控制截面的计算总弯矩为:

中梁端:  $142.34 - 1.01 = 141.33 \text{ kN}\cdot\text{m}$

边梁端:  $140.91 - 5.87 = 135.04 \text{ kN}\cdot\text{m}$

跨中:  $131.87 + 3.44 = 135.31 \text{ kN}\cdot\text{m}$

而根据现行规范<sup>[1]</sup>方法按实测材料强度所计算的结果,梁端截面的正截面极限承载能力为 125.85 kN·m,跨中截面的正截面极限承载能力为 142.82 kN·m。

表1 依下降后刚度所计算的各关键截面弯矩值及初始次弯矩值/kN·m

计算结果	截 面					
	加载跨			非加载跨		
	边梁端	中梁端	跨 中	边梁端	中梁端	跨 中
荷载弯矩	-140.91	-142.34	131.87	-2.37	-39.38	0.13
下降刚度后						
次弯矩	5.87	1.01	3.44	11.98	8.04	4.10
总弯矩	-135.04	-141.33	135.31	9.61	-31.34	4.23
初始次弯矩	11.71	6.51	9.11	11.71	6.51	9.11

注:梁的弯矩均以截面下边缘受拉为正。

#### 4.3 结果分析

从以上的计算可以看出,用分段降刚度法所计算出的梁端截面的极限弯矩均大于试验前按现行规范<sup>[1]</sup>计算的梁端极限承载力,而跨中则稍小一些。作者分析理由有如下两点:

1)虽然在按现行规范方法计算时,所用的混凝土的强度和钢筋的强度均是材料性试验的实测结果,但是预应力钢筋所用的强度是其应变达到0.2%时的强度,而实际达到极限荷载时的强度要大于这个强度。此外,现行规范的计算方法本身也留有一定余地,如未考虑受拉区混凝土作用等。因此,用本文“分段降刚度法”计算出的相当于截面实际的极限承载力大于用现行规范方法所计算出的截面极限承载力就是在预料之中的。

2)分段降刚度法计算的跨中弯矩小于现行规范计算值,是试验现象的正确反映。由于此次试验框架的破坏是由于梁端截面不能提供足够的转动能力而引起的梁端破坏,因此破坏时跨中的弯矩并未达到截面的极限承载力。综上所述可以证明,用分段降刚度法所计算出的结果与实际是比较接近的。

本文所探讨的分段降刚度法虽然是一种较为粗略的分析方法,但它的特点在于将试验中试件的具体反应如裂缝开展、挠度变化、控制截面实测应变和破坏现象等作为确定各刚度区段刚度折减程度的依据。因此,从某种程度来说,其效果并不低于其它公认的较精确的分析方法。本次试验分析只是一个简单的特例,若要将该方法推广应用到更复杂的结构试验分析中,一方面需要做更多的理论准备,另一方面也需要积累更多的分析经验。

### 参考文献:

- [1] GB 50010-2002, 混凝土结构设计规范[S].
- [2] 杜拱辰. 现代预应力混凝土结构[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1988.
- [3] H. 尼尔森, 姚玲森, 沈莲芬. 预应力混凝土设计[M]. 北京: 人民交通出版社, 1984.
- [4] 屈凯峰. 竖向及水平荷载作用下后张预应力框架的试验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2001.
- [5] 孙新敏. 后张有粘接预应力混凝土框架弯矩调幅的试验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2001.
- [6] 朱伯龙, 董振祥. 钢筋混凝土非线性分析[M]. 上海: 同济大学出版社, 1985.
- [7] 刘毅, 魏巍, 白绍良. 考虑非线性特征的钢筋混凝土框架杆件刚度折减系数[J]. 重庆建筑大学学报, 2002, 22(1): 25-32.
- [8] 过镇海. 钢筋混凝土原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.

---

(上接第 56 页)

### 参考文献:

- [1] Menard L, Borioise Y. Theoretical and practical aspects of dynamic consolidation of civil engineers[J]. Geotechnique, 1975, 25(1): 3-18.
- [2] Fang H Y, Ellis G W. Laboratory study of ground response to dynamic densification[J]. Frity Engineering Laboratory Report, 1983, (3): 462-466.
- [3] 张永钧, 杨广鉴, 蔡梓林. 强夯法处理可液化地基的试验研究[R]. 北京: 中国建筑科学研究院, 1984.
- [4] 钱家欢, 钱学德, 赵维炳, 等. 动力固结的理论与实践[J]. 岩土工程学报, 1986, 8(6): 1-17.
- [5] 刘惠珊, 饶志华. 强夯置换的设计方法与参数[J]. 地基基础工程, 1996, (3): 46-52.
- [6] 曾庆军. 强夯置换深度的估算[J]. 岩土工程学报, 2002, 9(5): 608-609.
- [7] 陈洁, 李尧臣, 周顺华. 强夯·强夯加固地基的数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2000, 21(12): 1-3.
- [8] 郭见扬. 强夯夯锤的冲击力问题[J]. 土工基础, 1996, 10(2): 36-37.
- [9] 龚晓楠. 高等土力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999.
- [10] Durbin F. Numerical inversion of laplace transforms, an efficient improvement to dubner and abate s method[J]. Comput J 1974, 17(4): 371-376.