

基于横观各向同性倒装式沥青路面结构分析^{*}

栗振锋¹, 王秉刚², 郭向云¹

(1. 太原科技大学 交通工程系, 山西太原 030024; 2 长安大学 公路学院, 陕西西安 710061)

摘要: 基于所建的横观各向同性层状弹性体系解, 分析了碎石材料横观各向同性特性对倒装式沥青路面结构的影响, 分析结果表明, 随着碎石材料水平模量的减小, 路表弯沉和沥青层底拉应变是增加的, 而半刚性基层底部拉应力和路基顶部压应变却是减小的。沥青面层的厚薄较为严重地影响路表面弯沉、沥青层底拉应变和路基表面压应变, 碎石材料的横观各向同性特性对于稍厚一点的沥青面层的路面结构影响不是很大。

关键词: 碎石材料; 倒装式沥青路面; AN ISOLAYER 程序; 横观各向同性

中图分类号: TU535 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006 - 7329 (2007) 01 - 0065 - 05

Analysis of Inverted Asphalt Pavement Structure Based on Cross - Anisotropy

L I Zhen - feng¹, WANG B ing - gang², GUO Xiang - yun¹

(1. Department of Transportation Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, P. R. China; 2 Highway College, Chang'an University, Xi'an 710061, P. R. China)

Abstract: Based on the established cross - anisotropic layered elastic theory, the effect of inverted asphalt pavement structure by granular cross - anisotropy is analyzed. The result shows that, with the decrease of granular horizontal elastic modulus, the pavement surface deflection and tensile strain at bottom of AC are increased, but the tensile stress at bottom of semi - rigid base and compressive strain at top of subgrade are decreased. The thickness of AC has significant effect on the pavement surface deflection, tensile strain at bottom of AC and compressive strain at top of subgrade, while the granular cross - anisotropy has little effect on the critical inverted pavement responses for the thicker AC.

Keywords: granular material; inverted asphalt pavement; AN ISOLAYER program; cross - anisotropy

半刚性基层沥青路面一直是我国传统的常用路面结构, 对于此类路面结构的研究我国一直处于国际先进水平。无论是高速公路还是县乡道路, 也无论是北方还是南方, 大都采用此类路面结构, 而且结构类型和厚度也变化不大。但由此造成的一些问题也是无法避免的, 如半刚性基层容易产生裂缝, 从而反射到沥青面上, 雨水等渗入, 极易造成路面结构的破坏, 调查表明, 一些沥青路面的早期破坏, 也是因此产生的。

在“柔性”的沥青面层和“刚性”的半刚性基层之间加入碎石基层, 是最近几年国际上正在研究的新沥青路面结构, 我国对此路面结构也进行了一定的研究, 有的还修建了试验路段, 尽管如此, 由于对碎石材料的特性研究甚少, 进展并不大。碎石材料弹性特性基本还认为是各向同性材料, 但国外的实验证明, 碎石材料

具有明显的横观各向同性特性。一些研究表明, 对于粘性土, 其水平方向与垂直方向的弹性模量比为 0.9 ~ 4 之间, 而对于砂和碎石类粒料, 其模量比降到 0.2^[1~5] (Graham and Houldby, 1983; Gazetas, 1982; Lo and Lee, 1990; Semmelink and Beer, 1995; Zamhari, 1998)。美国伊利诺伊大学的研究也表明, 传统柔性路面的碎石类材料的水平刚度普遍比垂直方向的要低^[6] (Tutum luer, 1998)。对于密级配粒料材料, 试验表明, 若假定材料为各向同性体, 其泊松比常常大于 0.5^[7~9] (Allen, 1973; Crockford, 1990; Uzan, 1992)。一些碎石类材料的试验也表明, 随着主应力比的增加, 材料的横观各向同性特性将更加明显^[10] (Lo and Lee, 1990)。通过对不同类型粒料的研究分析, 基层碎石类材料的水平向弹性模量与垂直向的比值在 3% ~

* 收稿日期: 2006 - 09 - 10

基金项目: 山西省交通科研基金 (03 - 09)

作者简介: 栗振锋 (1968 -), 男, 副教授, 博士后, 主要从事路面结构及材料研究。

21%之间,其剪切模量与垂直接向的比值在 18% ~ 35% 之间^[11] (Tutum luer, 1998)。美国的伊利诺伊大学的 Tutum luer 还开发了具有创新意义的三轴仪 (UI- Fast Cell),能较好地解决在测定碎石类材料横观各向同性弹性参数时所遇到的一些问题,而且稳定度和精度都较好。作为美国国家合作公路研究项目 NCHRP4 - 23 的一部分,粒状类材料的试验特性的研究中,UI- Fast Cell 仪器被用做确定不同应力比条件下的材料的横观各向同性的弹性模量,用以调查材料的横观各向同性

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial r} \\ c_2 \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) & 0 \\ 0 & 0 \\ -c_4 \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} - \frac{1}{r^2} \right) & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} \quad (1)$$

其中: $c_1 = 1/c_{44}$, $c_2 = -c_{13}/c_{33}$, $c_3 = 1/c_{33}$, $c_4 = c_{11} - c_{13}/c_{33}$, $c_5 = c_{12} - c_{13}^2/c_{33}$ 。

对式(1)中的坐标 r 进行 Hankel 积分变换后,则得:

$$\frac{d\tilde{X}(\cdot, z)}{dz} = A(\cdot) \tilde{X}(\cdot, z) \quad (2)$$

其中: $A(\cdot) = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & c_1 \\ c_2 & 0 & c_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ c_4^2 & 0 & -c_2 \end{Bmatrix}$, $\tilde{X}(\cdot, z) = \{\tilde{u}, \tilde{w}\}$,

\tilde{z}, \tilde{r}

式(2)的解为:

$$\tilde{X}(\cdot, z) = \exp[A(\cdot)z] \tilde{X}(\cdot, 0) \quad (3)$$

其中: $\exp[A(\cdot)z]$ 为系统的状态转移矩阵, $\exp[A(\cdot)z]$ 可根据 $A(\cdot)$ 特征值的两种情况求得, 记为 (G_{ij}) ($i, j = 1, 2, 3, 4$)^[12], 所以式(3)可写为:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_n(\cdot, h_n) &= G_n \dots G_1 \tilde{X}_1(\cdot, 0) \\ &= G_n (G_{n-1} \dots G_1) \tilde{X}_1(\cdot, 0) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, G_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 为第 i 层的状态转移矩阵, 有

$$\begin{aligned} \lim_{h_n} (D_1) &= \frac{c_4 (4c_3 - c_1^2 c_4 - 4c_1 c_2) [2c_3^2 - c_1^2 c_2^2 - c_1^2 c_3 c_4 - c_1 c_2 c_3 + c_1 (c_3 - c_1 c_2)]}{c_1 c_3 c_4 + 2c_1 c_2^2 - 2c_2 c_3 + (2c_3 - c_1^2 c_4 - 2c_1 c_2)} \sqrt{c_2^2 + c_3 c_4} \\ \lim_{h_n} (D_2) &= \frac{[(c_2 - E)(c_1 c_2 - 2c_3 + c_1 E)E^{-\frac{1}{2}} + (c_2 - F)(c_1 c_2 - 2c_3 + c_1 F)F^{-\frac{1}{2}}]}{c_4 (2c_3 - 2c_1 c_2 - c_1^2 c_4) \sqrt{c_2^2 + c_3 c_4} + (c_1 c_3 c_4 + 2c_1 c_2^2 - 2c_2 c_3)} \times \frac{1}{\sqrt{c_2^2 + c_3 c_4}} \\ \lim_{h_n} (D_3) &= \frac{-(c_1^2 c_4 - 4c_3 + 4c_1 c_2) \sqrt{c_1^2 c_2^2 + c_1 c_3 c_4 + c_3 \sqrt{c_2^2 + c_3 c_4}}}{c_1 c_3 c_4 + 2c_1 c_2^2 - 2c_2 c_3 + (2c_3 - c_1^2 c_4 - 2c_1 c_2) \sqrt{c_2^2 + c_3 c_4}} (\sqrt{E} + \sqrt{F}) \end{aligned}$$

弹性模量与粒料质量和强度特性之间的关系。

基于所建的横观各向同性层状弹性体系解,考虑国际通行的沥青路面结构设计指标,本论文分析了碎石材料横观各向同性特性对倒装式路面结构的影响,得到了一些有益的结论。

1 基于横观各向同性沥青路面结构的求解

通过对横观各向同性力学的平衡方程、几何方程和应力 - 应变方程联合求解,可得如下关系式:

$$\begin{Bmatrix} 0 & c_1 \\ c_3 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \\ c_2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \right) & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} \quad (1)$$

此层的材料参数确定。

对于横观各向同性多层体系的求解就变为对式(4)中初始值 $\tilde{X}(\cdot, 0)$ 的求解。轴对称荷载作用下, $\tilde{z}(\cdot, 0)$ 的值是已知的, $\tilde{r}(\cdot, 0) = 0$, 所以, 问题变为求 $\tilde{u}(\cdot, 0), \tilde{w}(\cdot, 0)$ 的值, 从而建立起基于横观各向同性的路面响应模型^[13]。

为了推导方便, 设:

$$D_1 = \frac{G_{12} G_{23} - G_{13} G_{22}}{G_{12} G_{21} - G_{11} G_{22}}, D_2 = \frac{G_{12} G_{24} - G_{22} G_{14}}{G_{12} G_{21} - G_{11} G_{22}},$$

$$D_3 = \frac{G_{13} G_{21} - G_{11} G_{23}}{G_{12} G_{21} - G_{11} G_{22}}, D_4 = \frac{G_{21} G_{14} - G_{11} G_{24}}{G_{12} G_{21} - G_{11} G_{22}}.$$

取 $z = h_n$, 即层状体系中第 n 层的厚度。

据 $A(\cdot)$ 特征根, 分两种情况进行讨论。

情况 1:

当 $c_1^2 c_4^2 - 4c_3 c_4 + 4c_1 c_2 c_4 = 0$ 时, 即 $A(\cdot)$ 的特征根互异时:

$$\text{设: } \frac{E}{F} = \frac{(2c_2 + c_1 c_4) \pm \sqrt{c_1^2 c_4^2 - 4c_3 c_4 + 4c_1 c_2 c_4}}{2}, \text{ 则:}$$

$$\lim_{h_n} \text{it}(D_4) = \frac{(c_1^2 c_3 c_4 - 2c_3^2 + c_1 c_2 c_3 + c_1^2 c_2^2) + c_1 (c_1 c_2 - c_3) \sqrt{c_2^2 + c_3 c_4}}{(2c_3 - 2c_1 c_2 - c_1^2 c_4) \sqrt{c_2^2 + c_3 c_4} + (c_1 c_3 c_4 + 2c_1 c_2^2 - 2c_2 c_3)} \times 1$$

$$\lim_{h_n} \text{it}(D_1 D_4 - D_2 D_3) = \frac{c_1 c_4 (c_1 c_2 + 3c_3) (c_1 c_2 - c_3) + c_1^3 c_3 c_4^2 + 2(c_3 - c_1 c_2)^2 (c_2 - \sqrt{c_2^2 + c_3 c_4})}{c_4 (c_1 c_3 c_4 + 2c_1 c_2^2 - 2c_2 c_3 + (2c_3 - 2c_1 c_2 - c_1^2 c_4) \sqrt{c_2^2 + c_3 c_4})^2} \times 1$$

情况 2:

当 $c_1^2 c_4^2 - 4c_3 c_4 + 4c_1 c_2 c_4 = 0$ 时, 即 A() 的特征根

有重根时:

设 $f = 4c_2 + 2c_1 c_4$, 则:

$$\lim_{h_n} \text{it}(D_1) = -\frac{2c_3}{c_1 c_4} \times 1$$

$$\lim_{h_n} \text{it}(D_2) = \frac{4(3c_1^2 c_4 + 8c_1 c_2) (2c_2^3 + c_1 c_2^2 c_4 + 2c_2 c_3 c_4 + c_1 c_3 c_4^2)}{(6c_1 c_3 c_4^2 + 8c_2 c_3 c_4 - c_1^2 c_2 c_4^2) (2c_2 + c_1 c_4) \sqrt{4c_2 + 2c_1 c_4}} \times 1$$

$$\lim_{h_n} \text{it}(D_3) = \frac{(2c_2 c_3 + 3c_1 c_3 c_4 + 2c_1 c_2^2) \sqrt{ff}}{2c_1 c_4 (6c_3 c_4 + 8c_2^2 + c_1 c_2 c_4)}$$

$$\lim_{h_n} \text{it}(D_4) = \frac{c_1 (3c_3 c_4 + 2c_1 c_2 c_4 + 8c_2^2) (2c_2^3 + c_1 c_2^2 c_4 + 2c_2 c_3 c_4 + c_1 c_3 c_4^2)}{(c_2^2 + c_3 c_4) (c_1 c_2 c_4^2 - 8c_2 c_3 c_4 - 6c_1 c_3 c_4^2)} \times 1$$

$$\lim_{h_n} \text{it}(D_1 D_4 - D_2 D_3) = \frac{3c_1^2 c_4 + 8c_1 c_2}{2(c_1 c_2 c_4^2 - 4c_2 c_3 c_4 - 3c_1 c_3 c_4^2)} \times 1$$

$$\text{设: } G = G_{n-1} \dots G_1 = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{pmatrix}$$

$$G_n = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{pmatrix}, \text{由边界条件可知, 当 } h_n$$

时, $\tilde{u}(\ , h_n) = \tilde{w}(\ , h_n) = 0$, 所以对式(4)求极限可得下列关系式:

$$\begin{aligned} \lim_{h_n} \begin{cases} K_{11} \tilde{u}(\ , 0) + K_{12} \tilde{w}(\ , 0) + K_{13} \tilde{z}(\ , 0) \\ K_{21} \tilde{u}(\ , 0) + K_{22} \tilde{w}(\ , 0) + K_{23} \tilde{z}(\ , 0) \end{cases} \\ = -\lim_{h_n} \begin{cases} D_{11} D_{22} \begin{cases} K_{31} \tilde{u}(\ , 0) + K_{32} \tilde{w}(\ , 0) + K_{33} \tilde{z}(\ , 0) \\ K_{41} \tilde{u}(\ , 0) + K_{42} \tilde{w}(\ , 0) + K_{43} \tilde{z}(\ , 0) \end{cases} \\ D_{33} D_{44} \end{cases} \end{aligned}$$

由上式可得:

$$\tilde{u}(\ , 0) = \lim_{h_n} \frac{\left(K_{12} K_{23} - K_{13} K_{22} \right) + D_1 (K_{23} K_{32} - K_{22} K_{33}) + D_2 (K_{23} K_{42} - K_{22} K_{43}) + D_3 (K_{12} K_{33} - K_{13} K_{32}) + D_4 (K_{12} K_{43} - K_{13} K_{42}) + (D_1 D_4 - D_2 D_3) (K_{32} K_{43} - K_{33} K_{42})}{\left(K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21} \right) + D_1 (K_{22} K_{31} - K_{21} K_{32}) + D_2 (K_{22} K_{41} - K_{21} K_{42}) + D_3 (K_{11} K_{32} - K_{12} K_{31}) + D_4 (K_{11} K_{42} - K_{12} K_{41}) + (D_1 D_4 - D_2 D_3) (K_{31} K_{42} - K_{32} K_{41})} - z(\ , 0) \quad (5)$$

$$\tilde{w}(\ , 0) = \lim_{h_n} \frac{\left(K_{13} K_{21} - K_{11} K_{23} \right) + D_1 (K_{21} K_{33} - K_{23} K_{31}) + D_2 (K_{21} K_{43} - K_{23} K_{41}) + D_3 (K_{13} K_{31} - K_{11} K_{33}) + D_4 (K_{13} K_{41} - K_{11} K_{43}) + (D_1 D_4 - D_2 D_3) (K_{33} K_{41} - K_{31} K_{43})}{\left(K_{11} K_{22} - K_{12} K_{21} \right) + D_1 (K_{22} K_{31} - K_{21} K_{32}) + D_2 (K_{22} K_{41} - K_{21} K_{42}) + D_3 (K_{11} K_{32} - K_{12} K_{31}) + D_4 (K_{11} K_{42} - K_{12} K_{41}) + (D_1 D_4 - D_2 D_3) (K_{31} K_{42} - K_{32} K_{41})} - z(\ , 0) \quad (6)$$

公式(5)、(6)即为所求的多层体系的初始值解。

上式中, 两种情况下的 $D_1, D_2, D_3, D_4, D_1 D_4 - D_2 D_3$ 的极限前面求得, 而对于作用于表面的轴对称荷载的 Hankel 积分变换 $\tilde{z}(\ , 0)$ 是已知的, 系数已经 K_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) 由所求层的上面 $n-1$ 层的弹性系数确定, 也是不随极限所变动的, 故公式(5)、(6)是可求的, 因此基于横观各向同性的轴对称多层体系的力学解可通过积分的形式求得。根据所建立的横观各向

同性的路面计算理论, 编制了可用于计算各层都为横观各向同性的路面力学计算程序 AN ISOLAYER, 可供此类路面结构计算和分析使用。

2 基于横观各向同性的轴对称沥青路面结构分析

为了分析碎石材料横观各向同性特性对倒装式沥青路面结构设计指标的影响, 特举一典型例子(图 1)。

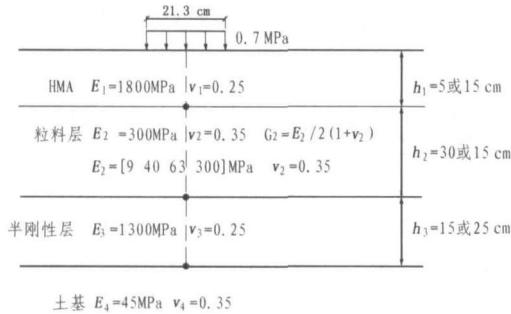


图 1 倒装式沥青路面结构图

沥青面层分别取 5 cm 和 15 cm 厚, 弹性模量为 1 800 MPa, 泊松比取 0.25; 碎石基层分别取 30 cm 和 15 cm,

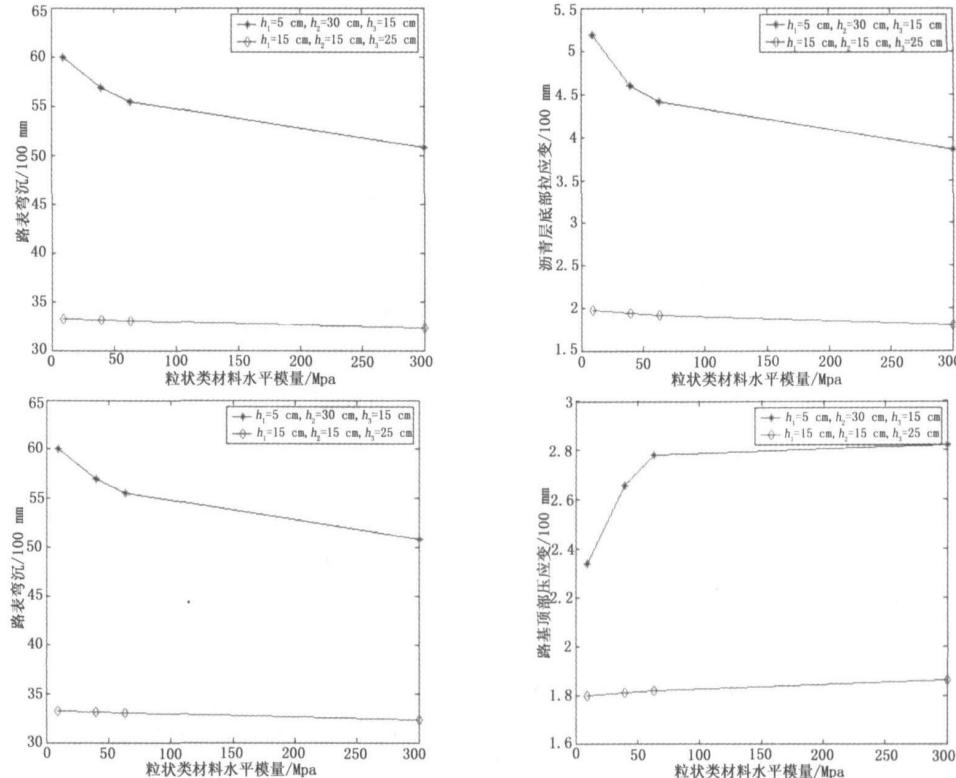


图 2 碎石横观各向同性对倒装式沥青路面关键性设计指标的影响图

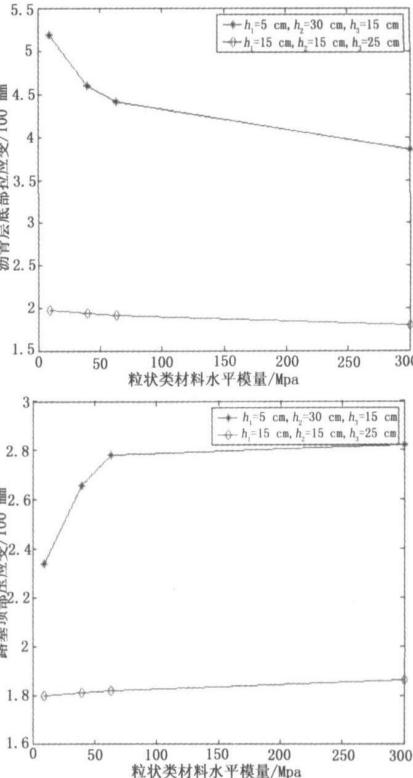
2) 随着粒状类材料水平模量的减小, 路表弯沉和沥青层底拉应变是增加的, 而半刚性基层底部拉应力和路基顶部压应变却是减小的, 也就是说, 粒状类材料水平模量的变化, 致使路面结构内部的应力和应变重新分配, 哪个设计指标控制路面的寿命还需重新计算确定。

3) 沥青面层的厚薄较为严重地影响路表面弯沉、沥青层底拉应变和路基表面压应变。对于 5 cm 厚的沥青层结构, 由于碎石材料水平模量地变化, 使路表弯沉最大增加 18%, 周晓青等人由疲劳试验结果结合能量原理提出了一种考虑拉伸应变水平的疲劳损伤模型^[14], 而本例中, 由于考虑了碎石的横观各向同性特性, 将使沥青层底拉应变增加 58%。而对于 15 cm 厚的沥青路面结构, 路表弯沉和半刚性基层底部拉应力

为横观各向同性材料模型, 垂直向弹性模量为 300 MPa, 泊松比为 0.35, 水平向弹性模量分别取 9、40、63、300 MPa; 半刚性基层材料模量为 1 300 MPa, 泊松比为 0.25, 厚度分别为 15、25 cm; 路基模量取 45 MPa, 泊松比为 0.35; 采用本文分析程序 AN ISOLAYER 进行计算, 碎石横观各向同性特性对倒装式沥青路面关键性设计指标的影响见图 2。

从图 2 可以看出:

1) 从功能性的角度出发, 碎石基层可能有效地减小半刚性基层所引发的反射裂缝。



最大变化都在 3% 左右, 沥青层底拉应变变化为 13%, 路基顶部压应变变化为 3.3%。碎石材料的横观各向同性特性对于稍厚一点的沥青面层的路面结构, 影响不是很大。

4) 无论是从设计指标的绝对值, 还是从碎石材料的横观各向同性特性对它们的影响程度来看, 稍厚沥青层的路面结构要好得多。

3 结论

由于与先进国家在沥青路面结构主要形式的不同, 我国对碎石材料的特性研究较少, 而碎石基层对于沥青路面结构的作用可以讲是很重要的, 但由于与这些国家在设计指标的差异, 因此, 也往往制约着碎石材料弹性特性的深入探讨。碎石材料横观各向同性特性

的研究,在国际道路工程领域,已成为新的热点和前沿。

依据所建的横观各向同性层状弹性体系解,分析了碎石材料横观各向同性特性对倒装式沥青路面结构的关键性设计指标(路表弯沉、沥青层底拉应变、半刚性基层底部拉应力及路基顶部压应变)的影响,结构表明,随着碎石材料水平模量的减小,路表弯沉和沥青层底拉应变是增加的,而半刚性基层底部拉应力和路基顶部压应变却是减小的,也就是说,碎石材料的横观各向同性特性将使传统的沥青路面结构内部应力和应变发生改变,从而影响沥青路面结构的寿命。沥青面层的厚薄较为严重地影响路表面弯沉、沥青层底拉应变和路基表面压应变,碎石材料的横观各向同性特性对于稍厚一点的沥青面层的路面结构,影响不是很大。

致谢:非常感谢美国伊利诺斯大学(University of Illinois at Urbana - Champaign)Erol Tutum luer博士提供的相关资料及在研究工作中给予的热情帮助。

参考文献:

- [1] Graham, J. and Houlsby G T Anisotropic Elasticity of A Natural Clay [J]. Geotechnique, 1983, 33 (2): 164 - 181.
- [2] Gazetas, G Stresses and Displacements in Cross - Anisotropic Soils [J] Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1982, 108 (4): 532 - 554.
- [3] Lo, S - C R. and Lee I K Response of Granular Soil along Constant Stress Increment Ratio Path [J] Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1990, 116 (3): 355 - 376.
- [4] Semmelink, C. J. and de Beer, M. Rapid Determination of Elastic and Shear Properties of Road - Building Materials with the K - Mould [A] Proceedings of the Unbound Aggregates in Roads (UNBAR4) Symposium [C] July, Nottingham, UK, Edited by Dawson, A. R. and R. H. Jones, 1995: 150 - 163.
- [5] Zamhari, K. A. Anisotropy of Unbound Pavement Material [A] Proceedings of the Fifth International Conference on the Bearing Capacity of Roads and Airfields [C] Trondheim, Norway, Edited by R. S Nardal and G Refsdal, 1998, (3): 1 288 - 1 300.
- [6] Tutum luer, E and Thompson, M. R. Anisotropic Modeling of Granular Bases [R] Final Report, Technical Report of Research Supported by the Federal Aviation Administration Under Grant DOT 95 - C - 001, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, IL, 1998
- [7] Allen, J. The Effect of Non - Constant Lateral Pressures of the Resilient Response of Granular Material [D] PhD Thesis, University of Illinois at Urbana - Champaign, Urbana, Ill, 1973.
- [8] Crockford, W. W. , Bendana, L. J. , Yang, W. S , Rhee, S K , and Senadheera, S P Modelling Stress and Strains States in Pavement Structures Incorporating Thick Granular Layers [R] Final Report, the Texas Transportation Institute, College Station, Texas, pp. 57 - 71, 1990
- [9] Uzan, J. Resilient Characterization of Pavement Materials [J] International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1992, 16: 453 - 459.
- [10] Lo, S - C R. and I K Lee Response of Granular Soil along Constant Stress Increment Ratio Path [J] Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1990, 116 (3): 355 - 376.
- [11] Tutum luer, E Anisotropic Behavior of Unbound Aggregate Bases - State of the Art [R] Summary - Proceedings of the 6th Annual Symposium of the International Center for Aggregate Research (ICAR), St Louis, Missouri, 1998: 11 - 33.
- [12] 栗振锋,胡长顺.轴对称横观各向同性半无限体表面位移的求解 [J] 长安大学学报, 2002, 22 (5): 13 - 16
- [13] Li zhenfeng, Guo zhongyin The Response Model of Flexible Pavement Based on Anisotropy [A] International Innovation Forum for Doctoral Students in Transportation Engineering 2005 [C] Shanghai, 2005.
- [14] 周晓青.沥青混合料拉伸疲劳试验下疲劳损伤特性研究 [J] 重庆建筑大学学报, 2005, 27 (5): 47 - 51.