

# 基于 Peano 曲线的几何条纹形建筑纹样设计 \*

李刚, 徐人平

(昆明理工大学 机电工程学院, 昆明 650093)

**摘要:**分形作为一种设计语言,是创新的艺术表现方法。分形图形的对称、自相似、动态平衡等特性与几何条纹形的对称、连续的特点极其相似。将分形理论生成的规则分形图形应用于几何形建筑纹样设计中,不仅可以创作出新的几何形建筑纹样图形,而且丰富了几何形建筑纹样的设计方法。通过应用 LS 算法生成了两大类型多种 Peano 曲线,通过改变迭代次数,生成不同迭代深度的规则 Peano 曲线几何图形。将这些图形结合几何条纹形构成方法和图形特点应用于几何条纹形建筑纹样的设计,生成了如建筑窗格、建筑栏杆与建筑地坪等不同类型的几何条纹形建筑纹样,进而提出新的几何条纹形建筑纹样设计方法。

**关键词:**分形几何;LS 算法;Peano 曲线;建筑纹样

**中图分类号:**TU238 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7329(2007)05-0049-04

## Design in Geometry-Quadratic-Equation Successive Lines with Peano-Scan

LI Gang, XU Ren-ping

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, P. R. China)

**Abstract:** As a kind of design-language the Fractal is an approach in an artistic and creative way. The fractal figure's symmetry, self-similarity as well as dynamic balance are the same as those of geometry-stripe. It can not only create some new geometry-sized structure lines but also enrich the method for designing through applying the regular fractal figure to the geometry stripe. The results of two kinds of Peano curves are gained through LS System, and then regular geometry figure with Peano curves through altering repeated times. Those figures with geometry lines method and features were applied to its designing for structure, and then different kinds of geometry lines such as building window framework and railing are gained, at last, a way for geometry-stripes building lines is created.

**Keywords:** Fractal Geometry; L-Systems; Peano scan; construction figure

自 1975 年美籍法国数学家曼德布罗特(B. Mandelbort 1924—)提出“分形”以来,分形理论在近几十年来发展十分迅速<sup>[6]</sup>。分形几何是数学的一个新分支,是描述非线性变化几何形态的有力工具,它揭示了大自然的本质,是真正描述大自然的几何学<sup>[1]</sup>。Peano 曲线是典型的规则分形图形,它不仅可以帮助我们理解分形,而且它的几何形态对几何形建筑纹样设计有直接帮助,并为中国传统建筑学纹样设计的现代应用

提供了新的突破点。

中国纹样设计美在具象,但其表现手法却又是抽象的。其特点就是在特殊的形象中找出其共同点,从而在精神上与宇宙万物引起共鸣。几何条纹形建筑纹样是纹样设计中的重要组成部分,应用十分广泛,在中国纹样发展史中占有极其重要的位置,包括建筑立面装饰纹样、建筑窗格纹样、建筑地坪纹样及建筑栏杆纹样等。它多用抽象的表现手法,虽然在整体构图区别

\* 收稿日期:2007-04-15

基金项目:国家社会科学基金资助项目(06xmx034)

作者简介:李刚(1981—),男,内蒙古包头市人,硕士,主要从事分形艺术、建筑纹样设计与产品艺术设计研究。

欢迎访问重庆大学期刊网 <http://qks.cqu.edu.cn>

很大,但其构成方式却有相似之处。

本文将应用 LS 算法生成的 Peano 曲线,结合几何条纹形建筑纹样的图形特点和构图方法进行几何条纹形建筑纹样的艺术创作。其生成的图形不仅可以为设计几何条纹形建筑纹样提供纹样参考,而且可以对我国古代几何条纹形建筑纹样进行现时代的继承和发扬。

## 1 分形几何与 Peano 曲线

### 1.1 分形几何的特征

分形基本特征之一是无限制的自相似性,其是指物体的整体和局部之间细节的无限重现,也就是具有无限精细的结构。并且分形集通常可以由简单的方法定义,并以变换的迭代产生。

分维是分形理论的重要基础,分维可应用于解决非整数维数的问题,用分维就可以定量的描述不规则的几何形态。由于所要描述的对象不同,其分维也会有所不同,所以分维的数量是无穷的。例如,信息维数和关联维数等。但可以给出分维  $D_q$  的一般定义:

$$D_q = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{q_i \rightarrow q} \frac{1}{q_i - 1} \frac{\ln \sum_{i=1}^n P_i^{q_i}}{\ln \epsilon} \quad (q = -\infty \dots -1, 0, 1, \dots, +\infty)$$

式中  $P_i$  代表覆盖几率,当用边长为  $\epsilon$  的盒子去覆盖分形结构时,  $P_i$  是分形结构中某点落入小盒子的几率。当  $q$  取不同值时,  $D_q$  表示不同分维。例如  $q=0$  时,  $D_q$  表示豪斯道夫维  $D_0$  (即  $D_f$ )。

一般认为,分形具有以下几种典型特征<sup>[6][8][10]</sup>:

- 1) 分形集具有任意小尺度下的比例细节,或者可认为它具有精细的结构。
- 2) 分形集不能用传统的几何语言来描述,它既不是满足某些条件的点的轨迹,也不是某些简单方程的解集。
- 3) 分形集具有某种自相似形式,可能是近似的自相似或者统计的自相似。
- 4) 通常情况下,分形集的“分形维数”严格大于它相应的拓扑维数。
- 5) 分形集由非常简单的方法定义,可以由变换的迭代产生。

对于各种不同的分形,有的同时具有上述的全部性质,有的却只有只有①—⑤的大部分性质,这个集合仍然可以称为分形。

### 1.2 Peano 曲线

Peano 曲线<sup>[2][3]</sup>是意大利数学家皮亚诺(Peano)于 1890 年构造出的复杂曲线,引起了数学界的广泛关注,后来人们相继构造出类似的曲线,如著名的 Hil-  
欢迎访问重庆大学期刊网

bert 曲线、Heighway—龙曲线和 Gosper 曲线等。人们为纪念皮亚诺的首创,将这类曲线通称为 Peano 曲线。

1.2.1 Peano 曲线的特征 Peano 曲线被称为空间填充曲线 FASS<sup>[4]</sup> (space-filling, self-avoiding, simple and self-simila),其具有非空内部,它的维数  $D_H = D_T = 2$ 。其特征有如下几点:

- 1) 初始图形(分形元)简单:这些曲线都是从一个简单的初始图形出发,按照一定的规则迭代产生。
- 2) 具有精细的结构:即它包含有任意比例的细节,无论怎样放大,都具有精细的结构。
- 3) 迭代规则较简单:通过不同的简单的生成规则,就可以产生不同的图形。
- 4) 其几何性质不能用传统的术语描述:因为它既不是满足某些简单条件的“点”的轨迹,也不是任何简单方程的解集。
- 5) 其局部性质也难以用传统数学语言描绘:其每个点的附近都有大量被各种不同间隙分开的其它点。
- 6) 生成条件敏感性:其初始图形和迭代规则,只要有微小的变化,产生的图形就有不同。
- 7) 充满空间特性:只要迭代次数足够大,曲线就可以充满整个区域。
- 8) 不自交性:Peano 曲线有两个端点,曲线不封闭。

1.2.2 Peano 曲线的 LS 算法 本文中 Peano 曲线的算法采用 L-Systems 算法<sup>[10]</sup> (简称 LS 算法),是一种典型的分形生成方法,它是美国生物学家 Aristid Lindenmayer(1925—1989)在研究植物形态的进化与构造时提出的一种文法描述方法,后来发展为形式语言的一个重要分支。A. R. Smith 于 1984 年将 LS 算法引入到计算机领域。其核心思想是反复迭代重写。即首先定义初始形式为字母表或符号串,然后根据迭代重写规则,将初始的每个字符替换为新的字符形式,以此过程进行反复的替换重写,最后生成图形。L 系统具有易于实现、结构化程度高、定义简洁等优点。用这种方法不仅可以方便地生成 Von Koch 曲线和 Peano 曲线等经典规则分形曲线,而且可以容易地模拟树形植物形态。

二维 LS 算法绘图规则为:F——以当前方向前进一步,画线;f ——以当前方向前进一步,不画线;+ ——逆时针旋转  $\delta^\circ$ ; - ——顺时针旋转  $\delta^\circ$ ; [ ——将当前信息压栈; ] ——将“[”时刻的信息出栈。

本文中我们设字母表为  $Z$ ,初始规则为  $G$ ,生成规则为  $S$ 。

由此得出 Peano 曲线 1 的 LS 算法为: $\delta = 90^\circ$ ;  $G: X; S_1: X \rightarrow -YF + XFY + FY-$ ;  $S_2: Y \rightarrow +XF - YFY$   
http://qks.cqu.edu.cn

-FX+。结果如图 1

Peano 曲线 2 的 LS 算法为: $\delta=45;G;L---$

$F;S_1;L \rightarrow +R-F-R+;S_2;R \rightarrow -L+F+L-$ 。结果如图 2

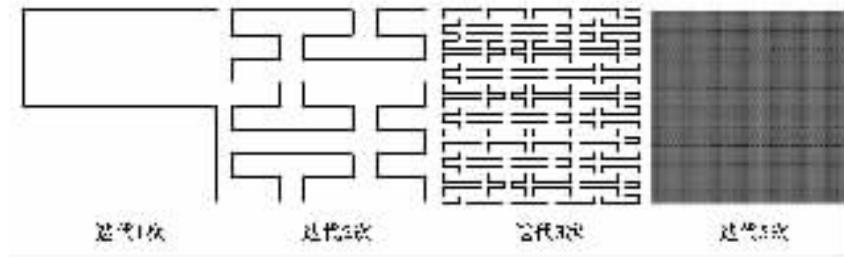


图 1 Peano 曲线 1

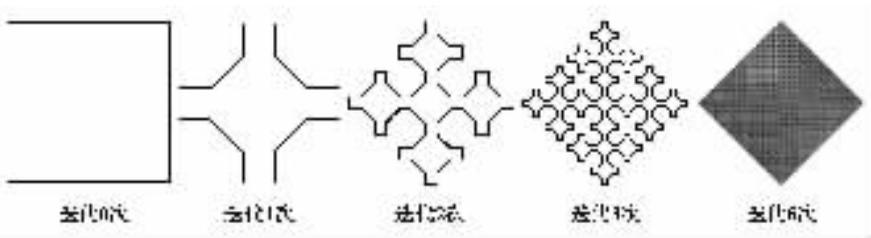


图 2 Peano 曲线 2

## 2 几何条纹建筑纹样的图形特点和构图方法

### 2.1 几何条纹建筑纹样的构图方法<sup>[5][7][9]</sup>

纹样构图方法是纹样图形的图形组织结构,是纹样图形的基本单元布局的规范和依据。通过不同的构图方法,相同的纹样图形基本单元可以产生多种纹样图形,并且就构图方法来说,随着纹样图形创作主题和审美效果的变化,构图方法可以有相应的变化。既创作者可以自由创造出不同的构图方法。

几何形纹样是从现实世界中抽象出点、线、面和体等概念,找出其中的联系,并运用几何学的排列和组织等变化,体现几何形态的形式美。几何条纹建筑纹样一般指应用条、格或几何形象来表现建筑纹样的图形。其纹样形式变化丰富。几何形四方连续条纹式的构成方式一般包括纵条纹、横条纹、斜条纹、曲线混合条纹和曲线与直线的混合条纹五种构成方式。四方连续纹样的构图方法一般包括散点式、联缀和重迭等。这些是最基本的几何条纹建筑纹样的构图方法,作者可以将这些构图方法进行创作组合,表述自己的创作思想和意图。就几何条纹建筑纹样而言,几何形式的纹样图形基本单元是其最基本构图特征。而几何图形的组合变化几乎是无尽的(如图 3,图 4)。

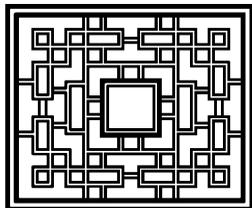


图 3 建筑窗格纹样

是运用不同构图方式,重复性地组合基本图形单元,使纹样图形具有极强的整体性、规律性和审美特征。

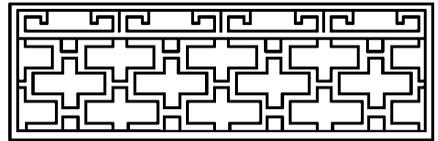


图 4 建筑栏杆纹样

### 2.2 几何条纹建筑纹样的图形特点及分形特性

用 Peano 曲线生成几何条纹建筑纹样不仅具有传统的几何图案的构成法则与图形特点外,最显著的特点就是运用了分形的自相似性。

几何条纹建筑纹样主要包括建筑立面装饰纹样、建筑窗格纹样、建筑地坪纹样及建筑栏杆纹样等应用在建筑设计中的纹样。它是一种具有连续性的纹样图形,一般连续展开于左右(横)、上下(纵)或上下左右四个方面。并使用几何图形点、线、面的不同构成来体现纹样形式美的权衡、调和与节奏。其图形最主要的特点就是由单种图形基本单元或几种图形基本单元的几何纹样进行构图,在纹样构成效果上极其的规律和统一,并能满足人们的审美感受。分形图形非常注重图形中各个元素构成的关联作用。认为各个元素不是相互独立,而是相互作用,相互依托,每个构成元素的改变都会影响到整体<sup>[5][7]</sup>。

从几何条纹建筑纹样的图形特点和构图方法可以看出几何条纹建筑纹样的基本图形单元一般情况下构成较简单,通常是方形、圆形或其他具有几何形式美图形。就目前看来,这些基本图形单元一般可以用数学公式生成。且纹样构成方式具有很强的规律性。  
<http://qks.cqu.edu.cn>

整个纹样图形是平衡与统一的。其体现出分形的自相似的特征,其基本几何单元可以看作是分形元。

Peano 曲线是规则的分形,它的算法的核心概念是重复,这与几何条纹形建筑纹样的构成方法相通。所以,用 Peano 曲线来进行几何条纹形建筑纹样设计会有广泛的应用。

### 3 Peano 曲线进行几何条纹形建筑纹样设计的计算机实现

按照本文的 LS 算法生成 Peano 曲线,将生成的曲线导入到无缝拼合软件中,进行几何条纹形建筑纹样设计。结果如图 5—9。图 5、6 是用迭代 3 次的 Peano 曲线 2 进行的建筑窗格纹样设计;图 7 是用迭代 3 次的 Peano 曲线 1 进行的建筑窗格纹样设计;图 8 是迭代 3 次的 Peano 曲线 1 进行的建筑栏杆纹样设计;图 9 是用迭代 3 次的 Peano 曲线 2 进行的建筑地坪纹样设计。

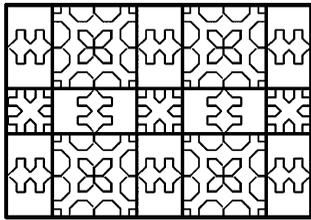


图 5 建筑窗格纹样 1

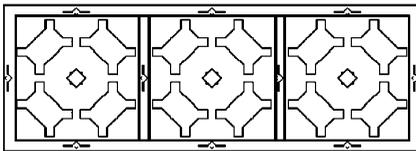


图 6 建筑窗格纹样 2

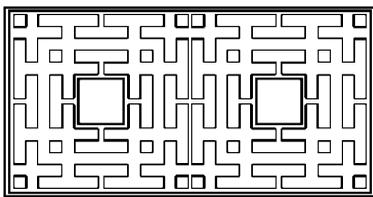


图 7 建筑窗格纹样设计 3

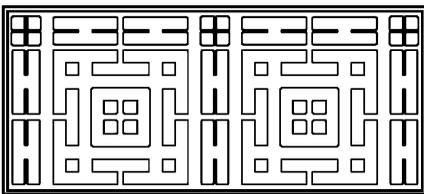


图 8 建筑栏杆纹样设计

### 4 结语

本文应用 LS 算法生成了两种类型的 Peano 曲线,通过改变迭代的次数,生成了不同迭代深度的规则 Peano 曲线的几何图形。将这些 Peano 曲线几何图形按照几何条纹形建筑纹样的构成方法和图形特点进行

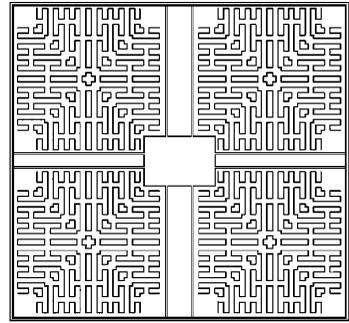


图 9 建筑地坪纹样设计

几何条纹形建筑纹样的设计,生成了不同类型的几何条纹形建筑纹样。并据此提出了使用 Peano 曲线生成几何条纹形建筑纹样的方法。通过这种方法,不仅可以为现代几何条纹形建筑纹样设计提供参考,而且可以传承中国几何条纹形建筑纹样设计艺术的精髓。并能说明传统艺术理论与现代科学之间有着密切的联系,是科学与艺术结合的突破点。

### 参考文献:

- [1] G, PASTOR, M, ROMERA, G, ALVAREZ, F, MONTOYA. Chaotic and sinthe Mandelbrotset[J], Computers and Graphics(Chaos& Graphics), 2004, 28(5): 779—784.
- [2] HAFIANE, ADEL, CHAUDHURI, SUBHASIS, SEETHARAMAN, GUNA; ZAVIDOVIQUE, BERTRAND. Region-based CBIR in GIS with local space filling curves to spatial representation [J]. Pattern Recognition Letters, 2006, 27(4): 259—267.
- [3] TOIVANEN, P. J., ANSAM, KI, J., PARKKINEN, J. P. S., MIELIK, INEN, J. Edge detection in multi-spectral images using the self-organizing map[J]. Pattern Recognition Letters, 2003, 24(16): 2 987-2 994.
- [4] LJUBISA M, KOCIC. AIFS-A Tool for Biomorphie Fractal Modeling[J]. Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences, 2001, (1): 45—63.
- [5] 李景凯. 装饰纹样构成法[M]. 山西: 山西人民出版社, 1990
- [6] 曼德布罗特. 大自然的自相似几何学[M]. 上海: 上海远东出版社, 1998
- [7] 姜振鹏. 传统建筑木装修[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004.
- [8] 曾文曲, 王向阳. 分形理论与分形的计算机模拟[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2001.
- [9] 欧文·琼斯. 世界装饰经典图鉴[M]. 上海: 上海人民美术出版社, 2004.
- [10] 孙博文. 分形算法与程序设计: 用 Visual C++ 实现[M]. 北京: 科学出版社, 2004.

(编辑 陈蓉)