

压电材料控制悬臂梁升力面颤振研究

刘会^{1,2}, 杨转运², 张金梅², 刘保伟²

(1. 重庆大学 土木工程学院 重庆 400045; 2. 四川建筑职业技术学院 四川 德阳 618000)

摘要:利用压电材料建立了单输入单输出理论模型并得到颤振方程及其状态空间方程。同时应用 NASTRAN、MATLAB 计算软件和自行编制的程序进行了气动力拟合,并且对模型的结构动力学特性及颤振特性进行了分析。计算结果表明,通过主动控制控制律的实施,达到了颤振主动抑制的目的。

关键词:压电材料;单输入单输出;控制律;颤振

中图分类号:U323.3 文献标志码:A 文章编号:1006-7329(2008)06-0076-05

Piezoelectric Control of Lifting Surface Flutter

LIU Hui^{1,2}, YANG Zhuan-yun², ZHANG Jin-mei², LIU Bao-wei²

(1. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China; 2. Sichuan College of Architectural Technology, Deyang 618000, P. R. China)

Abstract: Piezoelectric material was used to establish a single input/single output (SISO) model of a lifting surface with distributed piezoelectric actuators and piezoelectric sensors. The flutter equations and state space equations of piezoelectric laminated structures were also derived. MATLAB, NASTRAN and other software programs compiled by the authors also were used to analyze the flutter and dynamic characteristics. The stability of the closed-loop was analyzed for the SISO. The result indicates that the control law can be employed for flutter suppression.

Key words: piezoelectric material; single input/single output (SISO); control law; flutter

近十年来,用压电作动器进行气动弹性控制的研究发展迅速。采用压电作动器作为控制元件,比用传统的气动操纵面颇具有优点:压电作动器可以根据具体需要,在翼面随意分布;电压产生的控制作用力通过作动器直接作用在结构上,避免了用其它方法产生的时间滞后效应以及力传递过程中的非线性效应。Changho Nam^[1-2]等,具体分析了二维升力面采用分布式压电作动器的建模及颤振抑制和阵风减缓的频率域与时间域主动控制方法。Zhou^[3-4]用有限元方法,基于 Von Karman 非线性应变位移关系,对平板颤振抑制进行了讨论,使用 LQR 控制理论控制极限颤振运动,同时研究了压电作动器布置,尺寸优化设计。

该文进行了分布式压电作动器升力面颤振主动抑制的理论研究,在理论上进行了数学建模、结构特

性分析、控制律设计和单输入单输出开闭环颤振特性分析。

1 单输入单输出结构模型

模型的基体是一块 400 mm×200 mm×0.92 mm 的矩形铝板,在铝板的上下表面对称粘贴压电片,上表面为执行器,下表面为传感器,如图 1。

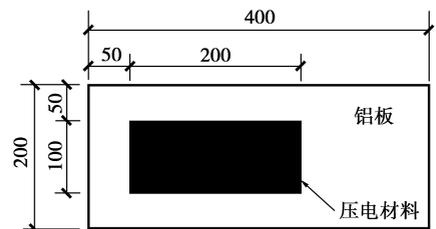


图1 单输入单输出模型(单位:mm)

* 收稿日期:2008-03-18

基金项目:重庆市自然科学基金资助(CSTC,2007BB6132)

作者简介:刘会(1977-),女,博士生,主要从事流体振动控制研究。(E-mail)lyzliuhui@126.com
欢迎访问重庆大学期刊网 <http://qks.cqu.edu.cn>

2 气动弹性力学模型

2.1 颤振方程

引入广义坐标 q , 系统位移用模态矩阵 Φ 和广义坐标 q 表达, 则当外干扰为零时, 弹性翼面在气流中的运动方程用广义坐标表示为:

$$M_s \ddot{q} + K_s(I + i\bar{g})q = \frac{1}{2}\rho_a V^2 Aq \quad (1)$$

式中 ρ_a 为气流密度, V 为气流速度。 M_s 为结构广义质量阵、 K_s 为结构的广义刚度阵、 A 为广义气动力矩阵, \bar{g} 为广义结构阻尼阵。

2.2 非定常气动力的有理函数拟合

颤振运动方程的拉氏变换式是:

$$([M_s]s^2 + [B_s]s + [K_s])\{X(s)\} = Q[A]\{X(s)\} \quad (2)$$

其中, $[M_s]$ 、 $[B_s]$ 、 $[K_s]$ 分别为结构质量、阻尼、刚度矩阵, $\{X(s)\}$ 是模态广义坐标列阵, 其阶数为 n , s 是拉普拉斯变量, $[A]$ 是空气动力影响系数矩阵, 它是 $\bar{s} = sb/V$ 的函数, b 是翼根半弦长, V 是来流速度, Q 为速压。

在给定了一组折合频率 k 值的简谐非定常气动力影响系数矩阵

$$[A(k_l)] = [F(k_l)] + i[G(k_l)] (l = 1, 2, \dots, L) \quad (3)$$

用一有理近似式加以拟合。用有理分式来近似非定常气动力最早是 Jones^[5] 提出来的。它用

$$C(\bar{s}) \cong 0.5 + \frac{0.0075}{\bar{s} + 0.0455} + \frac{0.10055}{\bar{s} + 0.3} \quad (4)$$

来拟合 Theodorsen 函数。但是对于有限翼展机翼, 它的气动影响系数矩阵不再仅仅含有 $C(\bar{s})$ 这样一个超越函数, (4) 式中 $[A]$ 的每一个元素随 k 的变化都是复杂的。因此沿袭 Jones 的思路, 最早 Roger^[5] 曾设想对 $[A]$ 的每一个元素都用一个 Pade^[5] 有理分式来拟合。设 Pade 有理分式为 m 阶, 则因为每一个近似根使运动方程增加了一个状态变量, 所以这样所得的气动弹性模型的阶数便为 $2n + mn^2$, 这个阶数是很高的, 实际上有些根所起作用很小, 因此可以略去。

2.3 状态空间方程

经非定常气动力的有理函数近似拟合后, 令 $\Phi^T K_{sm} \varphi$ 为作用电压引起的广义驱动力, 则状态空间运动方程简写为:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \\ \dot{x}_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B & QM^{-1}D \\ 0 & E & R \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \\ x_a \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}\Phi^T K_{sm} \\ 0 \end{Bmatrix} \varphi \quad (5)$$

其中 $\{E\} = [E_1 \ E_2 \ E_3 \ E_4]^T$,

$$\{R\} = \begin{bmatrix} -\frac{V}{b}R_1 & & & \\ & -\frac{V}{b}R_2 & & \\ & & -\frac{V}{b}R_3 & \\ & & & -\frac{V}{b}R_4 \end{bmatrix},$$

$\{QM^{-1}D\} = [QM^{-1}D_1 \ QM^{-1}D_2 \ QM^{-1}D_3 \ QM^{-1}D_4]$, I 为单位矩阵, Φ 为正则化振型矩阵, $\{q\}$ 是模态位移向量, $\{x_a\}$ 为气动力引起的附加状态向量。

$$[M] = [M_s] - \frac{1}{2}\rho b^2 [Q_3]$$

$$[B] = [B_s] - \frac{1}{2}\rho Vb [Q_2]$$

$$[K] = [K_s] - \frac{1}{2}\rho V^2 [Q_1]$$

式中 ρ 空气密度; V 来流速度; b 翼根半弦长。

$$\text{令 } A_m = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B & QM^{-1}D \\ 0 & E & R \end{bmatrix},$$

$$B_m = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}\Phi^T K_{sm} \\ 0 \end{Bmatrix}, x = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \\ x_a \end{Bmatrix}, u_{in} = \varphi$$

方程(5)可简记为:

$$\dot{x} = A_m x + B_m u_{in} \quad (6)$$

传感矩阵:

输出变量为传感器上某点输出的电压, 即 $y = K_{ss}^{-1} K_{sm} u$,

其中, $u = \Phi^T q$, K_{ss} 为压电传感器自感应刚度阵; K_{sm} 为主结构与压电传感器的耦合刚度阵; Φ 为正则化固有振型。

引用状态向量来表达:

$$y = K_{ss}^{-1} K_{sm} \Phi^T q = [K_{ss}^{-1} K_{sm} \Phi^T \ 0 \ 0] \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \\ x_a \end{Bmatrix} = C_m x \quad (7)$$

至此, 包括作动器、传感器的升力面的状态方程可表达为:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_m x + B_m u_{in} \\ y = C_m x \end{cases} \quad (8)$$

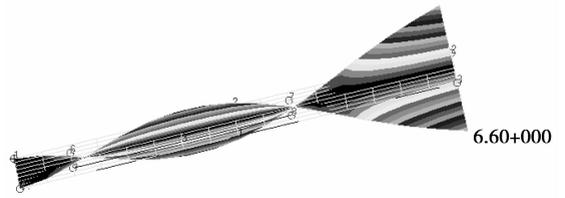
3 单输入单输出结构

3.1 单输入单输出模型结构动力特性分析

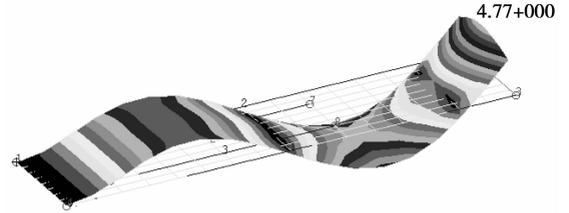
表 1 升力面模型的频率及模态

计算频率/Hz	模态名称					
	一弯	一扭	二弯	二扭	三弯	三扭
NASTRAN 计算结果	4.74	20.23	28.11	64.30	78.88	121.14
MATLAB 计算结果	4.74	20.66	28.36	65.97	80.22	126.83

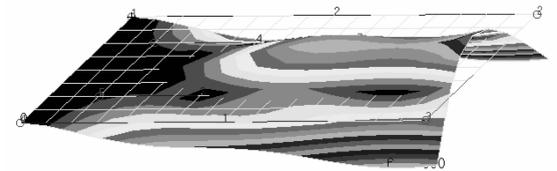
用 MSC. NASTRAN 程序中的结构动力软件包计算模型的结构固有频率和模态以及广义质量、广义刚度。模型为一悬臂板结构,整个模型共 32 个单元。文献^[6]对附加刚度阵的研究结果表明,对于当前的模型来说,附加刚度阵对频率和模态的影响很小,可以忽略不计,所以可以直接用 NASTRAN 中的现成单元组合来模拟结构;光面铝板部分,采用弯曲薄板元,即 QUAD4 元;粘贴了压电作动器和传感器的部分,用层合板元。在此也用 MATLAB 自编程序得出结果与之比较。模型各阶频率和模态名称见表 1,模态图见图 2。



(d) 第 4 阶频率固有振型图



(e) 第 5 阶频率固有振型图



(f) 第 6 阶频率固有振型图

图 2 模型各阶频率固有振型图

3.2 单输入单输出结构开环颤振特性分析

利用 3.1 中的模态数据,经 NASTRAN 计算非定常气动力并输出广义非定常气动力,同时计算出颤振速度。在此用 MATLAB 自编程序求出颤振速度与之比较,见表 2。

表 2 模型开环颤振速度(0.1% 阻尼)

求解方式	颤振速度/(m · s ⁻¹)
NASTRAN	30.7
MATLAB	30.5

图 3 为状态空间方程求解的特征根实部与来流速度 V 之间的关系图。

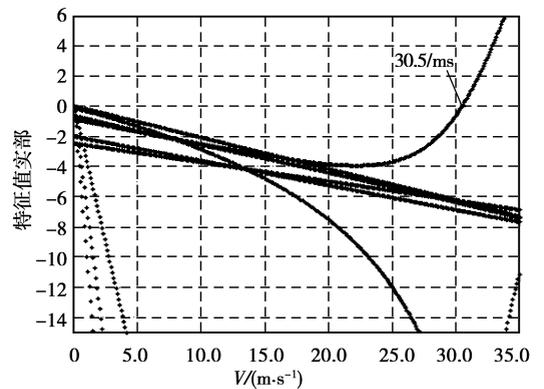
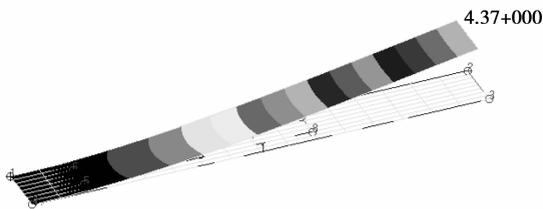
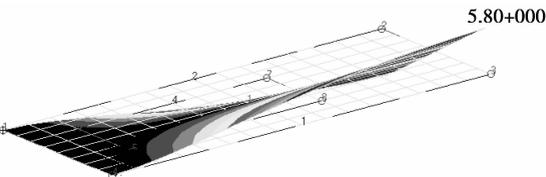


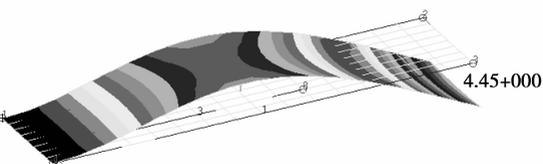
图 3 状态方程求解结果
(单输入单输出模型开环颤振速度)



(a) 第 1 阶频率固有振型图



(b) 第 2 阶频率固有振型图



(c) 第 3 阶频率固有振型图

3.3 单输入单输出结构控制律设计和闭环特性分析

控制律设计是以状态空间方程为基础的,颤振特性要在状态空间中进行分析,设计控制律的目的是把颤振速度提高10%左右。目前在颤振主动抑制中,都采用“冻结系数法”——固定在某个飞行速度 V_d (通常称为设计点,一般高于开环颤振速度)设计控制律^[7]。在这里,根据开环颤振速度值控制律设计点取速度等于33 m/s,控制律设计的计算手段主要借助MATLAB程序来完成。控制律的设计方法采用了现代控制理论的思想,具体地说就是现代控制理论的LQG最优控制方法。受控对象的状态方程为(8),则取二次型性能指标:

$$J = \int_0^{\infty} [x^T Q x + u_m^T R u_m] dt \text{ 为目标函数。}$$

其中, Q 为正定、半正定加权阵, R 为正定加权矩阵, α 、 β 和 λ 为权常数,这里取

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha \Omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & \beta I & 0 \\ & & 0 \end{bmatrix}, \quad R = \lambda \quad ,$$

Ω^2 为模型固有频率的平方, I 为单位矩阵。则使目标函数为最小的全维状态反馈的反馈输入为

$$u_{in} = -R^{-1} B_m^T P x = -K_0 x \quad (9)$$

其中 P 为代数Riccati方程:

$$-P A_m - A_m^T P + P B_m R^{-1} B_m^T P - Q = 0 \quad (10)$$

的解。

通常系统的状态 x 不是完全可测的,而且实际系统中存在噪声干扰,设系统状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_m x + B_m u_{in} + \Gamma w \\ y = C_m x + \mu \end{cases} \quad (11)$$

式中 w 和 μ 均为白噪声信号,分别是对状态变量量测和输出变量量测的随机干扰。根据卡尔曼滤波理论,设 x_c 为 x 的估计信号,则使 x_c 为 x 的最优估计信号的卡尔曼滤波器的增益矩阵 K_f 由 $K_f = P_f C_m^T R_f^{-1}$ 求出,上式中的 P_f 满足对偶代数Riccati方程:

$$-P_f A_m^T - A_m^T P_f + P_f C_m^T R_f^{-1} C_m P_f - \Gamma Q_f \Gamma^T = 0$$

因此考虑噪声的状态观测器的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_m x_c + B_m u_{in} + K_f (y - y_c) \\ y = C_m x_c \end{cases}$$

值得注意的是按上节的方法设计出来的控制律的阶数与状态方程的阶数相等假设取5阶固有振动模

态,则控制律阶数为14阶。控制律阶数太高不但实现起来困难,而且实现精度也会降低,所以要对控制律进行降阶。

控制律的降阶可以从3方面入手:一是状态方程模型的物理降阶,比如在振动模态中选择主要的几阶与颤振有关的模态(该文取前5阶模态),降低了模态的阶数,从而状态方程的阶数也随之降低。二是状态方程的阶数还与非定常气动力有理函数拟合时所用的气动力增根的个数有关,如果状态方程中所取的模态阶数为 n ,气动力有理函数拟合的增根个数为 n_L ,则气动力增广向量的阶数为 $n \cdot n_L$,可见,如果减少一个增根,那么状态方程的阶数就会减少 n 阶,降阶效果非常明显。因此在保证气动力拟合精度的前提下,尽量减少气动力增根的个数,那么状态方程的阶数也会随之降低。三是对设计出来的全维控制律本身进行降阶处理。有关控制律降阶的方法也有很多,如内平衡实现^[8-9](时域法)、Pade矩阵近似^[10](频域法)等。Leonard^[11]用动态保留法对气动弹性模型进行了降阶,M. Karpel^[13]则发展了一种LK法用快模态、慢模态的概念将气动弹性模型块对角化,再删去与快模态有关的部分达到降阶的目的。将上述设计的控制律带入到闭环系统,则闭环系统包括结构固有动力、非定常气动力、作动器和控制输出以及控制律。控制律对闭环系统颤振特性的影响通过闭环分析求得。

当经过状态估计以及控制律降阶后,控制律状态方程表达式为:

$$\dot{x}_{cr} = A_{cr} x_{cr} + B_{cr} y \quad (12)$$

$$u_{in} = C_{cr} x_{cr} + D_{cr} y \quad (13)$$

传递函数形式:

$$u_{in} = G_{cr} y \quad (14)$$

其中: $G_{cr} = C_{cr} (sI - A_{cr})^{-1} B_{cr} + D_{cr}$

综合(8)、(12)两式,可得整个最优控制闭环系统的状态方程:

$$\begin{cases} \dot{x} \\ \dot{x}_{cr} \end{cases} = \begin{bmatrix} A_m & 0 \\ B_{cr} C_m & A_{cr} \end{bmatrix} \begin{cases} x \\ x_{cr} \end{cases} + \begin{bmatrix} B_m \\ 0 \end{bmatrix} u_{in} \quad (15)$$

又有

$$\begin{bmatrix} B_m \\ 0 \end{bmatrix} u_{in} = \begin{bmatrix} B_m \\ 0 \end{bmatrix} ([0] \begin{cases} x \\ x_{cr} \end{cases} + [D_c \quad 0] \begin{cases} x \\ x_{cr} \end{cases}), \text{ 即:}$$

$$\begin{bmatrix} B_m \\ 0 \end{bmatrix} u_{in} = \begin{bmatrix} B_m D_{cr} C_m & B_m C_{cr} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{cases} x \\ x_{cr} \end{cases} \quad (16)$$

将(16)代入(15)可得系统的特征矩阵 A_T ,

$$A_T = \begin{bmatrix} A_m + B_m D_{cr} C_m & B_m C_{cr} \\ B_{cr} C_m & A_{cr} \end{bmatrix} \quad (17)$$

解特征矩阵(17)可得闭环系统的颤振特性,见图4。

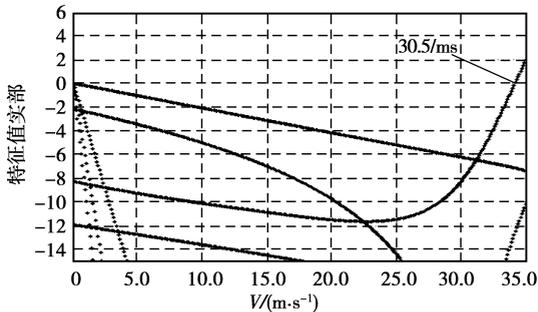


图4 单输入单输出模型闭环颤振速度

4 结 论

LQG 控制律设计方法非常适用于实际问题,而且控制效果明显。比较有控和无控的颤振速度,颤振速度提高了预定的 10%,且控制律稳定。

参考文献:

- [1] NAM, CHANGHO. Active Aeroelastic wing design for gust load alleviation and flutter suppression[C]// 38th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, and AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Forum. Collection of Technical Papers. Reston: AIAA, 1997: 729-737.
- [2] GREGORY W REICH. An active aeroelastic wing model for vibration and flutter suppression[C]//36th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and AIAA/ASME Adaptive Structures Forum. New Orleans: AIAA, 1995: 314-324.

- [3] ZHOU R C, LAI Z H, XUE B P. Suppression of nonlinear panel flutter with piezoelectric actuators using finite element method[J]. Journal of AIAA, 1995, 33 (6):1098-1105.
- [4] ZHOU R C, MEI C, HUANG J K. Suppression of nonlinear panel flutter at supersonic speeds and elevated temperature [J]. Journal of AIAA, 1996, 34 (2): 347-354.
- [5] JONES R T. The unsteady lift of a wing of finite aspect ratio[J]. Journal of aerospace engineering, 1941, 155: 19-25.
- [6] 陈伟民. 采用分布式压电作动器的升力面颤振主动抑制研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 2000.
- [7] 吴志刚. 主动气动弹性机翼颤振主动抑制控制律设计与分析[C]// 中国空气动力学学会. 第七届全国空气弹性学术交流会议论文集. 北京:中国空气动力学学会, 2001: 166-173.
- [8] BRUCE C M. Principal component analysis in linear systems: controllability, observability, and model reduction[J]. IEEE Transactions on Automatic Contril, 1981, 26(1):11-19.
- [9] ALAN J L. Computation of system balancing transformations and other applications of simultaneous diagonalization algorithms[J]. IEEE Tans on Automatic Control, 1987, 32(2):115-121.
- [10] 安德森, J B 莫尔. 线性最优控制[M]. 尤支程, 译. 北京: 科学出版社, 1982.
- [11] LEONARD R A. Order reduction of aeroelastic models through LK transformation and riccati iteration [C]// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Monterey: AIAA, 1993: 865-870.
- [12] M KARPEL. Reduced-order aeroelastic models via dynamic residualization[J]. Journal of Aircraft, 1990, 27 (5): 449-455.

(编辑 王秀玲)