

考虑损伤的软土路基变形分析

薛新华^{1,2}, 张我华¹

(1. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310027;

2. 四川大学 水利水电学院, 四川 成都 610065)

摘要:在连续损伤力学理论的基础上,提出了损伤孔隙介质的有效应力原理,推导了损伤孔隙介质完备有效的渗流连续性方程,对传统的 Drucker-Prager 准则以及 Biot 固结理论的基本方程进行修正,并据此编制岩土介质流-固耦合的损伤变量有限元程序。然后,利用自主编制的损伤有限元程序对一简化的软土路基问题进行分析和研究,以典型节点为例,计算了软土路基模型的沉降值、孔压值和损伤变量等,并与解析解进行对比验证。结果表明文中自主编制的损伤有限元程序是合理的和有效的。

关键词:损伤;软土路基;变形;有效应力原理

中图分类号:TU432 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2009)01-0077-06

Deformation of Soft Ground with Consideration of the Concomitant Damage

XUE Xin-hua^{1,2}, ZHANG Wo-hua¹

(1. Ministry of Education Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P. R. China; 2. College of Water Resources and Hydropower, Sichuan University, Chengdu 610065, P. R. China)

Abstract: On the basis of continuum damage mechanics theory, the effective stress theory of damaged porous media was presented and its modified self-contained seepage differential equation was deduced. The traditional Drucker-Prager yield criterion subsequently was modified, and a coupled seepage and damage finite element computer program compiled that was combined with the modified Biot consolidation equation. A simple roadbed foundation model then was analyzed and calculated using the computer program we compiled, and the typical node settlement, pore pressure, and damage variables were discussed and compared with those from the analytic solution. The results show that the damage finite element program we compiled is reasonable and effective.

Key words: damage; soft clay ground; deformation; effective stress theory

天然软土都具有结构性,其变形过程必然伴随着结构的破损^[1]。从细观的角度分析,土颗粒或团块尺寸的分散性决定了土体为多孔隙介质,且由于应力水平的差异,使得土体中存在着类似于岩石中的微小裂纹或裂隙^[2]。岩土类材料的弹塑性断裂理论也仅能处理宏观裂缝出现以后裂缝对结构的影响,无法解决宏观裂缝出现以前材料中的微裂缝问

题。损伤理论作为一门新学科已被广泛地应用于材料科学中,但在土力学中的应用还是近几年的事^[3],它主要是通过定义损伤变量来反映材料在受力过程中内部结构的变化,并将损伤变量引入到材料的本构方程中,使本构方程能从本质上反映材料演化的力学行为,因而日渐受到了工程界和力学界的重视,成为当前国内外学者研究的热点^[4-12]。

收稿日期:2008-08-29

基金项目:国家自然科学基金资助(50379046)

作者简介:薛新华(1977-),男,博士,主要从事岩土工程研究,(E-mail)ouqdxh@163.com。

本文以连续损伤力学理论为基础,提出了损伤孔隙介质的有效应力原理,推导了损伤孔隙介质的渗流连续性方程,并对传统的 Drucker-Prager 准则和 Biot 固结理论的基本方程进行修正。然后以此为依据,利用 Fortran 程序语言编制岩土介质流-固耦合的损伤有限元程序。最后,以一个简化的软土路基模型为例,计算了路基模型的沉降、孔压、损伤变量等,并与解析解结果进行对比,从而验证了文中程序的合理性和有效性。

1 损伤孔隙介质的有效应力原理

对岩土工程问题,损伤材料的有效应力一般由四种因素决定,即:(1)外荷载引起的应力;(2)渗流水孔隙压力引起的应力;(3)介质损伤引起的有效承载面积的折减;(4)孔压在有效承载截面上的附加应力。张我华等^[13]将岩土工程中的有效应力概念和损伤力学中的有效应力概念相结合提出了损伤孔隙介质的有效应力模型,如图 1 所示。

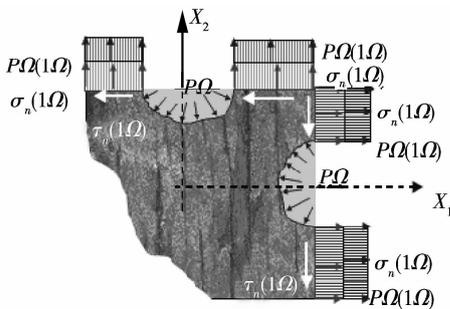


图 1 有效孔压模型

因此,损伤孔隙介质的有效应力公式如下:

$$\begin{cases} \sigma'_x = \frac{\sigma_x}{1-\Omega} - \frac{\Omega}{1-\Omega}p \\ \sigma'_y = \frac{\sigma_y}{1-\Omega} - \frac{\Omega}{1-\Omega}p \\ \sigma'_z = \frac{\sigma_z}{1-\Omega} - \frac{\Omega}{1-\Omega}p \end{cases} \quad (1)$$

式中, \$\Omega\$ 为损伤变量,对于大多情况而言, \$0.2 \le \Omega \le 0.8\$; \$p\$ 为孔隙水压力; \$\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z\$ 为破坏面上的有效法向应力。

2 孔隙介质完备有效的损伤渗流连续性方程

在经典的渗流连续性方程的推导中,水流是通过微元土体的全断面 \$dx dy\$ 流进流出的,但实际渗流只能在介质被侵蚀、淘刷、冲刷的孔隙通道中流动,也就是说渗流只能从断面 \$dx dy\$ 的有效孔隙面积上流进和流出。因此,需要考虑对经典的渗流微分方程进行修

正,将非演化孔隙介质的渗流微分方程推广到介质被侵蚀、淘刷、冲刷的演化孔隙通道中流动。

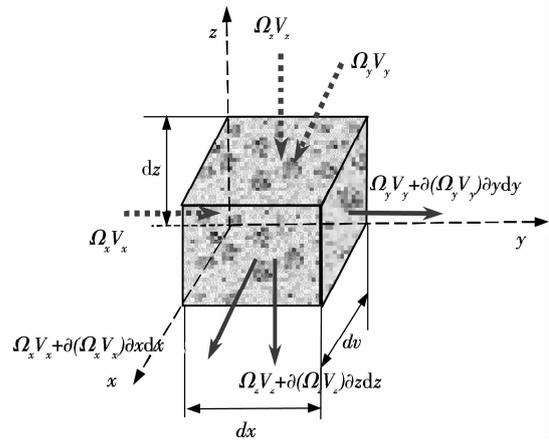


图 2 损伤单元体渗流示意图

考虑如图 2 所示的损伤单元体,其 3 边长分别为 \$dx, dy, dz\$。在渗流过程中, \$dt\$ 时间内流入微元体的水量为:

$$(v_x \Omega_x dy dz + v_y \Omega_y dx dz + v_z \Omega_z dx dy) dt \quad (2)$$

在 \$dt\$ 时间内流出单元体的水量为:

$$\begin{aligned} & (v_x \Omega_x dy dz + \frac{\partial(v_x \Omega_x)}{\partial x} dy dz dx + v_y \Omega_y dx dz + \\ & \frac{\partial(v_y \Omega_y)}{\partial y} dx dz dy + v_z \Omega_z dx dy + \\ & \frac{\partial(v_z \Omega_z)}{\partial z} dx dy dz) dt \end{aligned} \quad (3)$$

因此, \$dt\$ 时间内单元体水量的增量为:

$$- \left(\frac{\partial(\Omega_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\Omega_y v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\Omega_z v_z)}{\partial z} \right) dx dy dz dt \quad (4)$$

在孔隙介质单元体内,水量的增加或减少,便引起渗流自由表面线的升高或下降。单元体在 \$dt\$ 时间内水量的增量为:

$$\mu_m \cdot \frac{1}{h} \cdot \frac{\partial(\Phi h)}{\partial t} dx dy dz dt \quad (5)$$

式中: \$\mu_m\$ 为孔隙通道内介质的排水度; \$\Phi\$ 为孔隙通道内介质的体积孔隙率。

公式(4)和(5)应该相等,由此可得:

$$\frac{\mu_m}{h} \cdot \frac{\partial(\Phi h)}{\partial t} + \left[\frac{\partial(\Omega_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\Omega_y v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\Omega_z v_z)}{\partial z} \right] = 0 \quad (6)$$

在有源 \$R\$ 和汇 \$Q\$ 的情况下,孔隙介质完备有效的渗流损伤连续性方程为:

$$\frac{\mu_m}{h} \cdot \frac{\partial(\Phi h)}{\partial t} + \left(\frac{\partial(\Omega_x v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\Omega_y v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\Omega_z v_z)}{\partial z} \right) + R(x, y, z, t) - Q(x, y, z, t) = 0 \quad (7)$$

因此,式(6)(7)就是孔隙介质完备有效的渗流损伤连续性方程。

3 修正的 Drucker-Prager 屈服准则

将应力第一不变量 J_1 和应力偏量的第二不变量 J_2 分别用有效应力的第一不变量 J_1^* 和有效应力偏量的第二不变量 $J_2^{*'}$ 代替,便可得修正的 Drucker-Prager 损伤屈服函数为:

$$F^* = \alpha J_1^* + \sqrt{J_2^{*'}} - \beta \quad (8)$$

式中, $J_1^* = \frac{J_1}{1-\Omega}$; $J_2^{*'} = \frac{J_2}{(1-\Omega)^2}$; $\alpha = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}$;

$\beta = \frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}$; c, φ 分别为材料的粘聚力和内摩擦角。

4 损伤演化方程

从理论上来看,损伤变量 $\Omega = 0$ 表示无损伤状态, $\Omega = \Omega_u$ (Ω_u 为临界值,且 $\Omega_u \leq 1$) 表示物体的破坏。但在实际的材料中,无论是岩石、混凝土,还是金属、复合材料等,都存在一定的“先天缺陷”,即在加载之前材料中都有一定的微裂纹和微孔穴,这就意味着实际材料中存在一定的初始损伤,对应于材料有一个初始损伤值 Ω_0 。通常在进行损伤分析之前都要对材料的初始损伤值进行估算。同时,在材料失效时,介质内的微裂纹和微孔穴一般也没有充满整个横截面,即材料失效时承载截面还没有完全为零,所以材料的极限损伤值 Ω_u 通常接近 1.0 而小于 1.0。材料的极限损伤值 Ω_u 通常由试验确定。材料的失效破坏过程是材料的损伤从初始损伤值 Ω_0 向极限损伤值 Ω_u 发展演化的过程,这就是所谓的损伤发展演化。

为了对损伤发展作完整的分析,需要引入如下形式的损伤发展方程

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}(\sigma_{ij}, \Omega, \dots) \quad (9)$$

上式表示了损伤增长速率,其实质是分布于一个元素内的损伤速率作为应力、时间、坐标和前一时刻的损伤状态的函数。由于损伤发展所依赖的因素太多,因此,有限元分析中损伤发展方程的建立会困难一些。为简化计算与编程,本文将损伤发展方程假定为应力的指数函数形式,即:

表 1 土层物理力学性质

土层	ν	E/kPa	$\gamma_w/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	$k_x/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$k_z/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\gamma/(\text{°})$	μ/kPa
第一层	0.301	1 090(加固区)	16.3	10^{-6}	3×10^{-7} (加固区)	30	1 415(加固区)
		948(非加固区)			1×10^{-8} (非加固区)		1 230(非加固区)
第二层	0.301	2 001(加固区)	17.4	10^{-6}	3×10^{-7} (加固区)	30	1 771(加固区)
		1 740(非加固区)			1×10^{-8} (非加固区)		1 540(非加固区)

$$\frac{d\Omega_i}{dt} = \begin{cases} A \left(\frac{\sigma_{eq}}{1-\Omega_i} \right)^n & \sigma_{eq} \geq \sigma_{di} \\ 0 & \sigma_{eq} < \sigma_{di} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $A > 0, n > 0$ 为与载荷速率有关的材料常数,用试验方法确定; σ_{eq} 为以某种破坏准则为基础的等效应力; σ_{di} 为 i 方向的损伤开始增长时对应的拉(压)应力的门槛值。

5 损伤孔隙介质流-固耦合有限元方程

结合上述修正的损伤孔隙介质有效应力公式、修正的 Drucker-Prager 准则以及损伤介质的渗流连续性方程,利用加权参数法中的 Galerkin 法,推导了损伤孔隙介质 Biot 固结方程的有限元变分离散计算格式,并以此为基础,利用 Fortran90 程序语言编制了岩土介质流-固耦合的损伤变量有限元程序 EPDAP_S。由于篇幅所限,具体的推导过程在此省略,只列出损伤孔隙介质流-固耦合有限元方程为

$$\begin{bmatrix} [K_{eij}^*] & [K_{cij}^*] \\ [K_{cij}^*] & -\theta \cdot \Delta t \cdot [K_{sij}^*] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \\ \Delta w_i \\ \Delta p_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta R_{xi} \\ \Delta R_{yi} \\ \Delta R_{zi} \\ \Delta R_{pi} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

式中, $\Delta u_i, \Delta v_i, \Delta w_i, \Delta p_i$ 为节点 i 在 x, y, z 方向的位移和孔压增量; $\Delta R_{xi}, \Delta R_{yi}, \Delta R_{zi}, \Delta R_{pi}$ 为节点 i 在 x, y, z 方向的等效荷载增量和等效流量增量。

$[K_{eij}^*]$ 和 $[K_{cij}^*]$ 具体的计算式为:

$$[K_{eij}^*]^e = (1-\Omega) \iiint_{V^e} [B_i]^T [D^*] [B_j] dx dy dz \quad (12)$$

$$[K_{cij}^*] = \Omega \iiint_{V^e} [B_i]^T \{M\} N_j dx dy dz \quad (13)$$

其余符号的含义详见文献[14,15]。

6 算例分析

设计一软土路基有限元简化计算模型如图 3 所示。 x 向划分为 1 个单元, y 向划分为 8 个单元, z 向划分为 6 个单元,总单元数为 48,总节点数为 126。地基土的物理性质指标如表 1 所示。填筑荷载共分为 20 级加载,时间累计 800 d,累积荷载为 30 kPa。

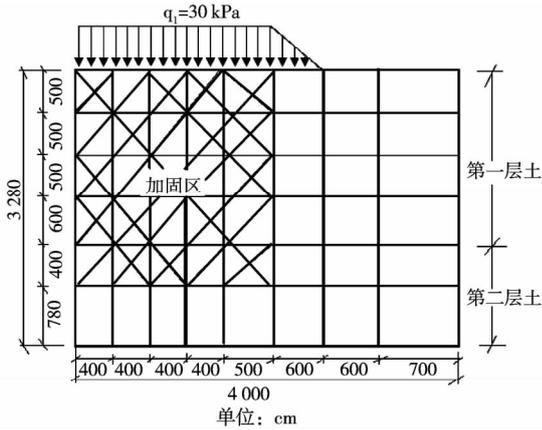


图 3 有限元模型图

由于试验条件所限，文中假定在塑性应变积累发生时初始损伤便开始增长，即假定等效应变的门槛值为 $\epsilon_d = 0.0$ ，损伤参数初始值假定为 $\Omega = 0.2$ 。

6.1 沉降值分析

采用自主编制的损伤有限元程序 EPDAP_S 分别计算加载结束时刻 ($t = 90$ d)、孔压消散期 ($t = 280$ d) 和最终计算时刻 ($t = 800$ d) 时 Y-Z 平面内沉降值的等值线图，分别如图 4、5、6 所示。

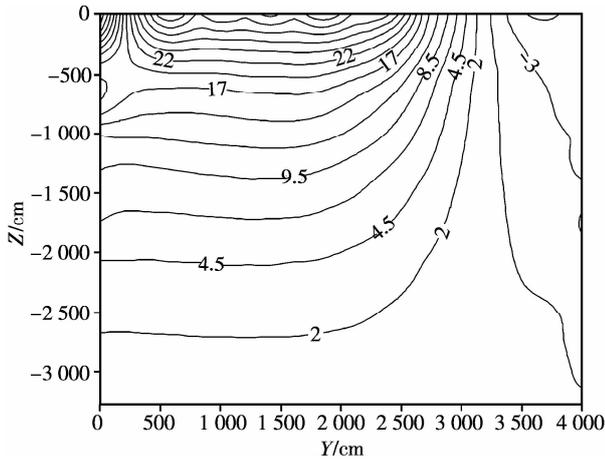


图 4 90 d 沉降值的等值线图

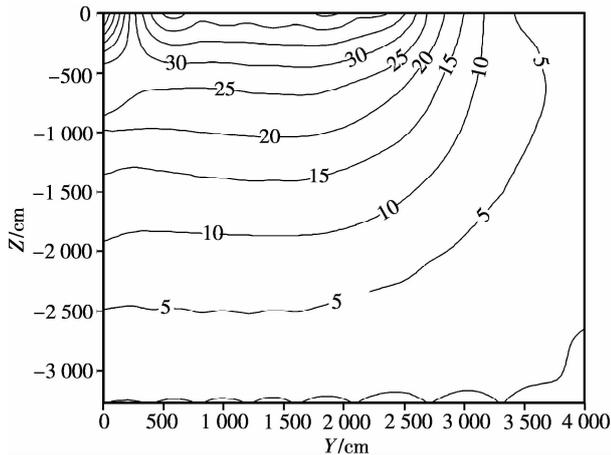


图 5 280 d 沉降值的等值线图

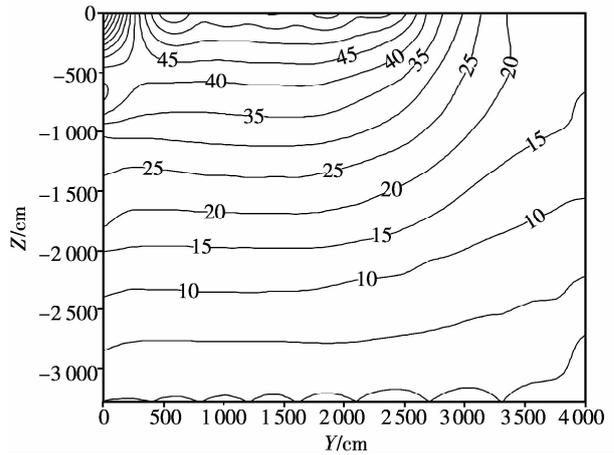


图 6 800 d 沉降值的等值线图

从以上 3 个时刻沉降值的等值线图可以看出，计算模型越靠近地面，即越靠近受荷的节点，其沉降值越大，且随着时间的增长，沉降值也随之增加，这与确定性理论的观点是一致的。由于损伤固结问题的应变是平面的，因此相邻单号和双号节点的沉降值应该相同。选取有代表性的节点，如 1 节点，作出其沉降值随时间变化的曲线，并与解析解计算结果进行对比，如图 7 所示。

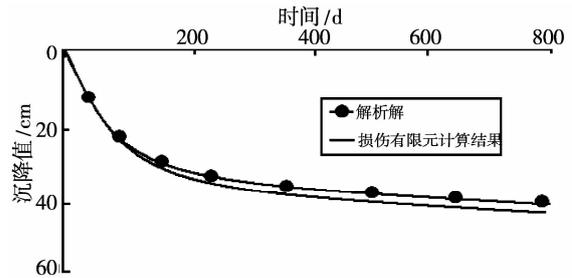


图 7 沉降值随时间变化曲线

从图 7 中可以看出，利用文中损伤有限元计算得出的沉降值随时间变化的趋势与解析解计算得出的结果基本吻合。由于本文考虑了损伤的效应，因而得出的沉降值比解析解得出的沉降值稍大，但在工程所允许的误差范围内，从而证明了文中程序的正确性。

6.2 孔压值结果

计算模型顶面是排水面，因此孔压较大值应该发生在模型的下部。分别计算加载结束时刻 ($t = 90$ d)、孔压消散期 ($t = 280$ d) 和最终计算时刻 ($t = 800$ d) 时 Y-Z 平面内孔压值的等值线图，分别如图 8、9、10 所示。

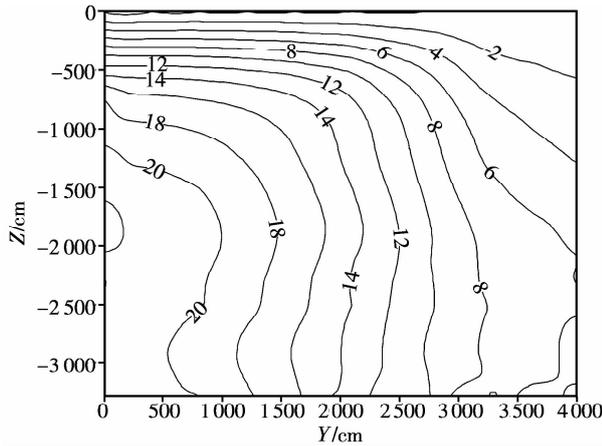


图 8 90 d 孔压值的等值线图

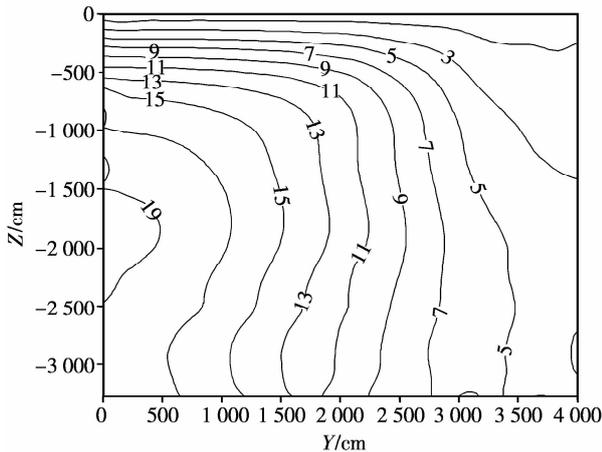


图 9 280 d 孔压值的等值线图

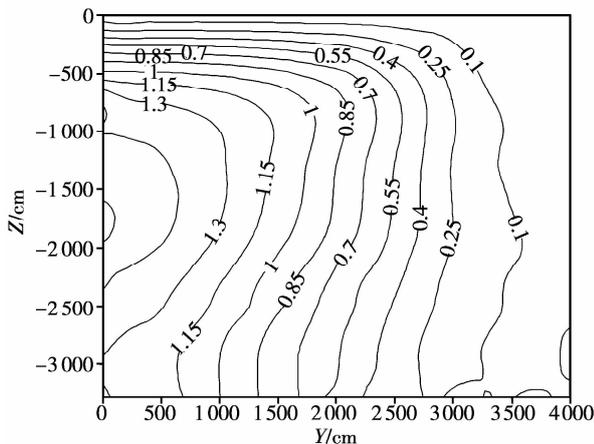


图 10 800 d 孔压值的等值线图

选取典型节点,如 121 节点,作出其孔压值随时间变化的曲线,并将本文损伤有限元计算结果与解析解得出的孔压值结果进行比较,见图 11 所示。

从图 11 可以看出,利用文中损伤有限元计算得出的孔压值随时间变化的趋势与解析解得出的孔压值结果比较吻合。由于本文考虑了损伤效应,因而得出的孔压值比解析解得出的孔压值稍大,但仍在

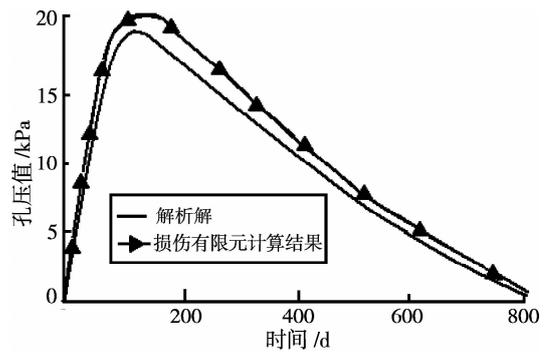


图 11 孔压值随时间变化曲线

工程所允许的误差范围内。同样可以看出,在加载前期因为荷载的作用,左侧土体(加固区)的孔压发展较快;但到了后期由于加固区排水效果明显,左侧土体的孔压消散也更快,这与确定性理论的概念是一致的。

6.3 损伤变量的性态

分别计算在加载结束时刻($t=90$ d)、孔压消散期($t=280$ d)及最终计算时刻($t=800$ d)时损伤变量 Ω 的等值线图,见图 12、图 13 和图 14 所示。

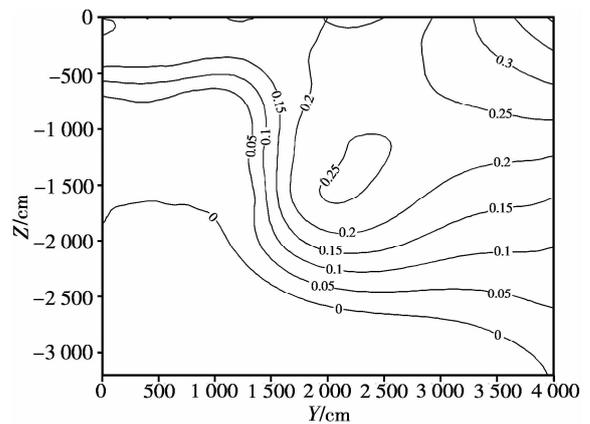


图 12 90 d 损伤变量 Ω 等值线图

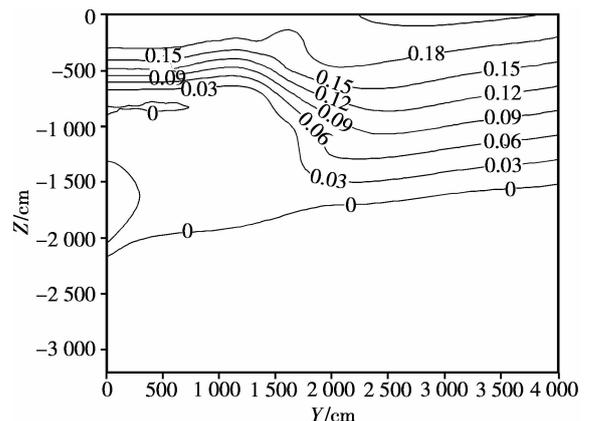


图 13 280 d 损伤变量 Ω 等值线图

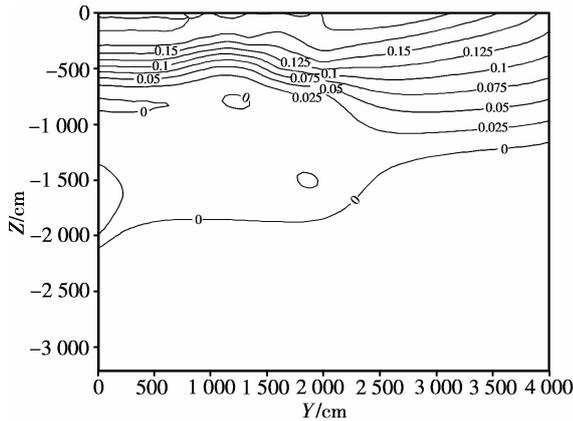


图14 800 d 损伤变量 Ω 等值线图

从以上各个时段的损伤变量等值线图可以看出,损伤主要发生在两个部位,其一是在荷载作用处;其二是在第1层土和第2层土交界处。由于土性的差异,因此损伤值发生突变。

7 结论

本文以连续损伤力学理论为基础,提出了损伤孔隙介质的有效应力原理,推导了损伤孔隙介质的渗流连续性方程,并对传统的 Drucker-Prager 准则和 Biot 固结理论的基本方程进行修正。然后以此为依据,利用 Fortran 程序语言编制岩土介质流-固耦合的损伤有限元程序。最后,以一个简化的软土路基模型为例,计算了路基模型的沉降、孔压、损伤变量等,并与解析解结果进行对比,从而验证了文中程序的合理性和有效性。

参考文献:

- [1] 熊传祥, 龚晓南. 一种改进的软土结构性弹塑性损伤模型[J]. 岩土力学, 2006, 27(3): 395-397.
XIONG CHUAN-XIANG, GONG XIAO-NAN. An updated elastoplastic damage model for structural soft-clays[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(3): 395-397.
- [2] 罗晓辉, 白世伟. 结构性土体强度的统计损伤模型分析[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(5): 712-714.
LUO XIAO-HUI, BAI SHI-WEI. Model analysis on statistical damage of strength of cemented soil [J]. Chinese Journal of Geomechanical Engineering, 2004, 26(5): 712-714.
- [3] 何思明. 双标量描述的土的损伤模型及其应用[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 337-340.
HE SI-MING. Soil damage model expressed by double scalar and its application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(3): 337-340.
- [4] VALLIAPPAN S, ZHANG WO-HUA, MURTI V. Finite element analysis of anisotropic damage mechanics problems[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1990, 35(6): 1061-1076.
- [5] 沈珠江. 结构性粘土的弹塑性损伤模型[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(3): 21-28.
SHEN ZHU-JIANG. An elasto-plastic damage model for cemented clays[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 15(3): 21-28. (In Chinese)
- [6] LEMAITRE J. Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1985, 51(1): 31-49.
- [7] LUBLINER J, OLIVER J, OLLER S, et al. A plastic-damage model for concrete[J]. International Journal of Solids and Structures, 1989, 25(3): 299-326.
- [8] RESENDE L, MARTIN J B. A progressive damage continuum model for granular material[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1984, 42: 1-18.
- [9] RESENDE L, MARTIN J B. Parameter identification in a damage model for rock mechanics[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1988, 12(1): 79-97.
- [10] 陈卫忠. 节理岩体损伤断裂时效机理及其工程应用[D]. 武汉: 中科院武汉岩土所, 1997.
- [11] 雷孝章, 何思明, 唐学文. 双标量描述下土的弹性非线性损伤模型[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2007, 39(2): 20-24.
LEI XIAO-ZHANG, HE SI-MING, TANG XUE-WEN. Elastic nonlinear damage model of soil expressed by double scalar [J]. Journal of Sichuan University: Engineering science edition, 2007, 39(2): 20-24.
- [12] 孙红, 赵锡宏, 杨群兴. 软土的弹塑性损伤模型在 Biot 固结有限元中的应用[J]. 岩土力学, 2002, 23(2): 133-136.
SUN HONG, ZHAO XI-HONG, YANG QUN-XING. Application of elatoplastic damage model of soft soils to Biot's consolidation theory [J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(2): 133-136.
- [13] 张我华. 煤/瓦斯突出过程中煤介质局部化破坏的损伤机理[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(6): 731-736.
ZHANG WO-HUA. Damage mechanism of failure localization in coal seams during coal/gas outbursts[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1991, 21(6): 731-736. (In Chinese).
- [14] 龚晓南. 土工计算机分析[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.
- [15] 谢康和, 周健. 岩土工程有限元分析理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002.

(编辑 陈蓉)