

工程中的徐变外部不确定性分析及应用

饶 瑞^{a,b}, 王荣辉^{a,b}, 甄晓霞^{a,b}

(华南理工大学 a. 土木与交通学院, 广州 510640; b. 亚热带建筑科学国家重点实验室, 广州 510640)

摘 要:根据施工现场实测资料的统计分析结果,利用拉丁超立方抽样法,分析了我国现行规范规定的徐变模式在工程应用中的外部不确定性和徐变计算参数之间的相对重要性。结果表明,在进行徐变外部不确定性分析时,不能忽略加载龄期变异的影响;在实际工程中,由徐变外部不确定性产生的预测误差将会超过 10%。在不确定研究结果的基础上,通过引入徐变预测不确定因子作为衡量徐变预测不确定性的指标,提出一种用徐变预测不确定因子的均值和置信限为代表值分析结构不确定性的方法。数值算例证明,该方法是一种可行的高效的分析方法。

关键词:桥梁结构;悬臂施工;徐变;不确定性分析

中图分类号:U448.35 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2009)01-0089-05

Analysis and Application of Creep External Uncertainty in Practice

RAO Rui^{a,b}, WANG Rong-hui^{a,b}, ZHEN Xiao-xia^{a,b}

(a. School of Civil Engineering and Transportation; b. State Key Lab of Subtropical Building Science, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Based on the measured data from the construction site, the prediction uncertainty of the CEB-FIP MC90 due to the variation of the calculation parameters (i. e. the external uncertainty) and their sensitivity are analyzed with the help of statistical method and Latin Hypercube sampling method. Three conclusions can be deduced from the analysis. Those are a) the external uncertainty and its decreasing rate of the CEB-FIP MC90 reduce with the time increasing, b) the creep coefficient increases with the increasing temperature while decreases with the increase of other calculation parameters, c) in accordance with the degrees of effect to the creep uncertainty, the first three calculation parameters are relative humidity, loading age and temperature, if the variation of the loading age is not taken into account, the uncertainty of the creep prediction will be underestimated. Also, a method to analyze the uncertainty of the bridge structure due to the creep prediction uncertainty is proposed after the creep uncertain factor, which is the standard of the uncertainty of the creep, is introduced. An example is analyzed in this paper using the random sampling method and the method presented in this paper. Through drawing a comparison between the results from different methods, the method presented in this paper appears to be feasible and efficient.

Key words: bridge structure; cantilever construction; creep; uncertainty analysis

在混凝土桥梁的徐变分析中,许多计算结果与实际工程的实测数据之间存在较大的差异。其原因主要在于 3 个方面:1)混凝土材料本身存在着许多随机因素;2)结构所处的环境存在着相当大的随机性;3)徐变计算模式本身的不完善。可见,徐变及其

对结构性能的影响是一个十分复杂又难以获得精确答案的问题。因此,对这些问题的不确定性分析就显得很有意义。

徐变预测不确定性一般由 3 个部分组成^[1]:1) 内部不确定性,即来自于微观徐变过程或微观徐变

收稿日期:2008-06-28

作者简介:饶瑞(1978-),男,华南理工大学博士研究生,主要从事桥梁结构理论及实验研究,(E-mail)randomr@126.com。

力学性能的不确定性;2)外部不确定性,即来自于相关计算参数的不确定性;3)计算模式不完善带来的不确定性(以下简称模式不确定性)。不确定性的太小可用不确定因子的均值及其变异系数来描述。

对徐变不确定问题的研究较少,而且研究主要集中在模式不确定性上。ACI209—92, B3, CEB—FIP MC90 等多种计算模式不确定性的大小已有了明确的结果^[2-6]。关于徐变预测内部和外部不确定性的研究相对更少。Reinhardt HW^[7]等人的研究结果表明,内部不确定因子的变异系数介于 0.06 至 0.10 之间;Madsen HO 和 Bazant ZP^[8]根据实验室数据建议外部不确定因子的变异系数可取为 0.05。后来,Bazant ZP 又将外部不确定性进一步细分,将其看成由各个相关计算参数的不确定性组成,并根据工程数据,对 B3 模式部分相关计算参数的变异范围提出建议,不再用外部不确定因子来统一描述由计算参数变异造成的徐变预测不确定性^[9-10]。这些研究成果得到了普遍的认可和应用。文献[3, 11-13]根据上述研究成果并结合实测数据,利用随机分析法对既有桥梁进行基于徐变变异的结构不确定性分析。分析流程如下:以模式不确定因子和部分计算参数为随机变量,用抽样技术抽出多个样本,用各个样本进行结构分析,获得对应的结构响应值,最后对结构响应值进行统计分析,获得结构响应值的 95%置信区间。分析时,参照文献[9],文献[3, 11-13]只考虑了模式和强度、湿度等部分计算参数的不确定性,而将加载龄期被作确定值处理。这种做法对于既有桥梁是合适的。但对于处在设计阶段的桥梁结构,这种做法不是很恰当。忽略加载龄期的不确定性,可能会导致对结构的设防不足,使结构存在一定风险。

论文基于多座桥梁施工现场的实测资料,主要针对《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004)^[14](以下简称 04 规范模式)预测中的外部不确定部分,即包括加载龄期在内的计算参数变异问题进行研究,结合前人对徐变模式和内部不确定性的研究成果,用一个徐变预测不确定因子对内、外部和模式的不确定性统一描述,对 04 规范模式在实际应用中的不确定性进行量化。在此基础上,提出一种用徐变预测不确定因子的均值和置信区间限值为代表值分析结构不确定性的方法。

1 04 规范模式

04 规范模式采用的是 CEB—FIP MC90 模式,其计算表达式是一个与环境相对湿度 RH 、理论厚度 h 、

混凝土抗压强度 f 、温度 T 、加载龄期 t_0 和计算考虑时刻的混凝土龄期 6 个计算参数有关的函数,即:

$$\Phi(t) = F(RH, h, f, T, t_0, t) = \Phi_{RH, T} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \beta_c(t - t_0) \quad (1)$$

式中: $\Phi_{RH, T}$ 为环境相对湿度和温度修正系数; $\beta(f_{cm})$ 为混凝土强度修正系数; $\beta(t_0)$ 为加载龄期修正系数; $\beta_c(t - t_0)$ 为徐变进程时间函数。

相关的计算公式可查阅文献[14]。

2 徐变预测的外部不确定性分析

当确定所要计算时刻后,计算考虑时刻的混凝土龄期 t 则为定值,与 04 规范模式相关的计算参数有 5 个,即环境相对湿度 RH 、理论厚度 h 、混凝土抗压强度 f 、温度 T 、加载龄期 t_0 。基于不确定框架下,这 5 个计算参数不能再按照规范值或确定值处理,而应当作随机变量处理。因此,徐变预测的外部不确定性分析实际上是一个根据随机变量求徐变系数统计特征值的问题。解决问题的关键在于如何对计算参数自身及输入不确定性进行量化。

对于第 1 个量化问题,通过对计算参数实测数据进行统计分析可得以解决。以横坑大桥为例。横坑大桥主跨 160 m,采用悬臂施工法,全桥施工历时 1 年,主桥上部结构分 45 次浇筑。从施工现场获得环境相对湿度和温度样本各 365 个,为施工当年每天的实测值;混凝土抗压强度样本每次浇筑取 3 个,共计 135 个;加载龄期样本 45 个。据计算,横坑大桥 7 号块理论厚度变异最大,从一端由 580 mm 线性变化到另一端的 683 mm,符合均匀分布,均值 631 mm,变异系数 0.047。据统计分析和 Lilliefors 测试^[15],环境相对湿度、混凝土抗压强度、温度和加载龄期 4 个计算参数符合正态分布,表 1 列出了它们的数字特征及 Lilliefors 测试值和临界值。

表 1 4 个计算参数统计分析的结果

| 数字特征及测试值 | 湿度 | 强度 | 温度 T | 加载龄期 |
|----------------|--------|-----------|----------|--------|
| 均值 | 77.68% | 57.92 MPa | 23.24 °C | 3.88 d |
| 变异系数 | 0.126 | 0.092 | 0.231 | 0.314 |
| Lilliefors 测试值 | 0.116 | 0.111 | 0.126 | 0.260 |
| 临界值 C_v | 0.143 | 0.134 | 0.180 | 0.300 |

对于第 2 个量化问题,随机分析法是较为常用的解决方法,它是 1 种基于数理统计的数值模拟分析方法,即从大量的随机变量中随机抽取一部分数据进行数值模拟,对模拟结果进行研究,从而得到关于响应值的规律,其精确度依赖于抽样所得的计算

参数样本对总体的反映程度。拉丁超立方抽样(LHS)法^[3,12-13]是 1 种高效高精的抽样方法,能以较小的样本量反映总体的变异规律。它主要有 2 个步骤:第 1 步,将每一个随机参数 x_i 的分布函数领域在概率上等分为 N 个区间,在每个区间任取一个值 $\Delta x_i^n (n=1, \alpha, \dots, N)$ 为样本代表值;第 2 步,对每一个随机参数的样本代表值 $\Delta x_i^n (n=1, 2, \dots, N)$ 在 1 到 N 之间随机编号后按顺序排列,形成一个 $N \times K$ (K 为随机参数个数)的设计矩阵。设计矩阵的每一行即为所有随机参数的一个样本。在计算中取 $N=4k/3$ 就能满足精度要求。

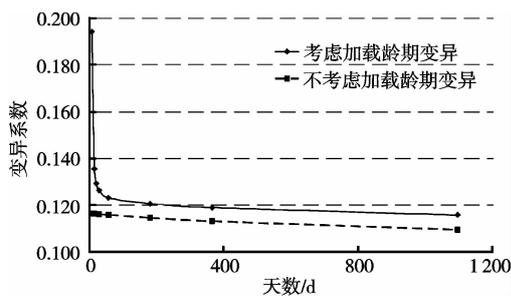


图 1 外部不确定性时效图

根据已获得的计算参数统计学特征,采用 LHS 技术,可获得 10 组计算参数用于徐变预测的外部不确定性分析。图 1 分考虑与不考虑加载龄期变异两种情况给出了外部不确定因子变异系数与时间的曲线。从图中可以看出,考虑加载龄期变异的外部不确定因子变异系数随着时间的增加而减小;在 90 d 以前,变异系数的减小速度较快,90 d 以后,减小速度越来越慢;而不考虑加载龄期变异的徐变系数变异系数自始至终随时间均匀减少;对比图中两条曲线,可以发现,如果不考虑加载龄期变异将会低估徐变预测的外部不确定性,尤其是在前 3 个月。计算表明,从长期效应来看,考虑与不考虑加载龄期变异的外部不确定因子变异系数分别为 0.110 和 0.102,加载龄期变异对外部不确定性的影响为 7%。

3 计算参数敏感度分析

对计算参数进行敏感度分析可以获知计算参数之间的相对重要性。根据 LHS 法抽出的样本及其计算的结果可进行环境相对湿度、理论厚度、混凝土抗压强度、温度和加载龄期 5 个计算参数的敏感度分析,从而反映各计算参数对徐变系数的影响程度及其时效性。该文引入途径系数和偏相关系数作为敏感度的指标。

1) 途径系数 p_i 对各计算参数 x_1, x_2, \dots 及因变量 y 进行线性回归,如式(2)。

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i \quad (2)$$

偏回归系数 b_i 表示了 x_i 对 y 的具体效应。但 b_i 本身并不能反映自变数的相对重要性,其原因有二:(1) b_i 是带有具体单位的,单位不同则无从比较;(2) 即使单位相同,若 x_i 的变异度不同,也不能比较。但如果对 b_i 进行标准化,即在分子和分母分别除以 y 和 x_i 的标准差,就可消除单位和变异度不同的影响,获得一个表示 x_i 对 y 相对重要性的统计数——途径系数 p_i :

$$p_i = b_i \frac{1/\sqrt{SS_y/(n-1)}}{1/\sqrt{SS_{x_i}/(n-1)}} = b_i \sqrt{\frac{SS_{x_i}}{SS_y}} \quad (3)$$

途径系数 p_i 绝对值越大则 x_i 的相对重要性越大。

2) 偏相关系数 $p_{x_i,y}$ 设各计算参数 x_1, x_2, \dots 及因变量 y 的相关矩阵如式(4),式中 r_{ij} 为简单相关系数。

$$C = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1k} & r_{1y} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2k} & r_{2y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{k1} & \dots & \dots & r_{kk} & r_{ky} \\ r_{y1} & r_{y2} & \dots & r_{yk} & r_{yy} \end{pmatrix} \quad (4)$$

其逆阵如式(5):

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1k} & c_{1y} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2k} & c_{2y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k1} & \dots & \dots & c_{kk} & c_{ky} \\ c_{y1} & c_{y2} & \dots & c_{yk} & c_{yy} \end{pmatrix} \quad (5)$$

则偏相关系数:

$$p_{x_i,y} = -\frac{c_{iy}}{\sqrt{c_{ii}c_{yy}}} \quad (6)$$

计算表明:徐变系数与环境相对湿度、理论厚度、混凝土抗压强度和加载龄期成负相关,而和温度成正相关。图 2 给出了 5 种计算参数的途径系数和偏相关系数随时间的变化曲线。为方便比较,作图时先将温度的途径系数和偏相关系数作反号处理。从图中可以看出,各曲线随时间趋于平缓,意味着计算参数的途径系数和偏向关系数趋于定值。在环境相对湿度、温度、加载龄期和理论厚度、混凝土抗压强度这 5 种计算参数中,前 3 者对徐变系数不确定性影响较大,其重要性随时间有所变化,在 28 天以前,影响最大的是加载龄期,然后依次是环境相对湿度和温度,随着时间的推移,加载龄期的重要性下降到第 3 位,而环境相对湿度成为影响最大的因素。至于理论厚度和混凝土抗压强度,它们对徐变系数不确定性的影响较小,其重要性也不随时间变化。

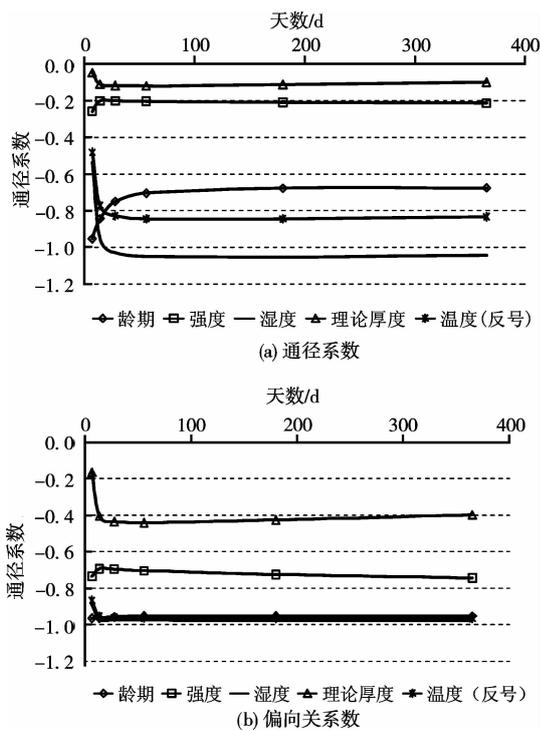


图 2 计算参数敏感度时效图

4 结构不确定性分析

当获得徐变预测的各部分不确定性指标后,便可对结构不确定性进行分析。记徐变预测的模式不确定性因子为 ψ_1 , 内部不确定因子为 ψ_2 , 强度等徐变计算参数随机变量 $\psi_{31}, \psi_{32}, \psi_{33} \dots$, 则基于徐变预测不确定的结构效应 R 可表示为上述随机变量的函数, 即:

$$R = R(\psi_1, \psi_2, \psi_{31}, \psi_{32}, \psi_{33} \dots, t) \quad (7)$$

可见, 结构的不确定性分析其实也是一个根据计算参数统计特征值求函数值统计特征值的过程。文献[3, 11-13]基于式(7), 以模式不确定性和部分徐变系数计算参数为随机变量, 求出了连续梁桥变

形、斜拉桥索力和索塔应力等结构响应值的均值和 95% 的置信区间。文献方法尤为适合解决具有多个不确定性参数的结构响应问题。但是, 为了获得足够的结构响应值进行统计分析, 计算参数样本必须在数量上有所保证, 同时, 也必须进行多次结构分析。因此, 分析效率相对较低。

事实上, 通过前述部分可知, 所有的计算参数不确定性可以用徐变预测的外部不确定性因子 ψ_3 来统一描述。类似的, 引入徐变预测不确定因子 ψ 来统一描述内、外部不确定性和模式不确定性, 有:

$$\psi = \psi_1 \psi_2 \psi_3 \quad (8)$$

式中: $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 1$ 。

假设 ψ_1, ψ_2, ψ_3 互相独立, 则变异系数 V_ψ 有如式(9)的关系:

$$(1 + V_\psi^2) = (1 + V_{\psi_1}^2)(1 + V_{\psi_2}^2)(1 + V_{\psi_3}^2) \quad (9)$$

V_{ψ_1} 按文献[2]和文献[3]取值 0.339, V_{ψ_2} 按文献[5]取值 0.08, V_{ψ_3} 按上述计算取收敛值 0.110, 按式(9)可得徐变模式长期预测的不确定因子 $V_\psi = 0.368$ 。至此, 式(7)可以写成:

$$R = R(\psi, t) \quad (10)$$

其中: ψ 均值为 1, 变异系数为 0.368, 95% 的置信区间为 [0.279, 1.721]。

引入徐变预测不确定因子 ψ 后, 与徐变相关的计算参数可按确定值处理。根据式(10), 可方便的对结构进行不确定性分析。只要分别用 ψ 均值和置信区间上下限进行结构运算, 便可获得结构响应值的均值和 95% 的置信区间。表 2 列出了分别用本文方法和文献[3, 11-13]方法对横坑大桥进行成桥后 30 年的截面应力和位移不确定性分析的结果。从表中可以看出, 2 种方法的结果非常接近。可见, 本文方法是可行的。由于避免了多次结构运算, 在效率上较文献方法有所提高。

表 2 结构不确定性分析结果

| 截面位置 | 特征值 | 文献方法 | | | | 本文方法 | | | |
|-------------|-----|--------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| | | 应力/MPa | | 位移/cm | | 应力/MPa | | 位移/cm | |
| | | 上缘 | 下缘 | 水平 | 竖向 | 上缘 | 下缘 | 水平 | 竖向 |
| 0.4 倍边跨跨径截面 | 均值 | 5.02 | 6.78 | 9.61 | 1.95 | 5.02 | 6.78 | 9.53 | 1.92 |
| | 上限 | 5.27 | 7.68 | 14.91 | 3.28 | 5.26 | 7.55 | 15.13 | 3.36 |
| | 下限 | 4.76 | 5.88 | 4.32 | 0.62 | 4.75 | 5.96 | 4.58 | 0.72 |
| 主墩墩顶截面 | 均值 | 5.42 | 9.32 | 5.73 | -0.55 | 5.44 | 9.32 | 5.68 | -0.56 |
| | 上限 | 6.52 | 9.51 | 8.89 | -0.38 | 6.38 | 9.51 | 9.01 | -0.37 |
| | 下限 | 4.31 | 9.14 | 2.57 | -0.72 | 4.33 | 9.16 | 2.73 | -0.72 |
| 中跨跨中截面 | 均值 | 5.90 | 4.44 | -0.07 | -4.83 | 5.89 | 4.48 | -0.07 | -4.77 |
| | 上限 | 6.92 | 8.90 | -0.01 | -2.89 | 6.95 | 8.97 | -0.02 | -3.07 |
| | 下限 | 4.88 | -0.02 | -0.14 | -6.77 | 4.87 | -0.06 | -0.15 | -6.89 |

5 结 论

针对我国现行规范规定的徐变模式,根据施工现场徐变计算参数的统计分析结果,研究了徐变计算参数的相对重要性和该模式在实际应用中的预测不确定问题,尤其是外部不确定性问题。通过引入徐变预测不确定因子,提出了一种用徐变预测不确定因子的均值和置信区间限值为代表值分析结构不确定性的方法。得出以下结论:

1)徐变外部不确定性及减小速度与时间成反比。

2)在与徐变有关的 5 种计算参数中,温度与徐变系数成正相关,环境相对湿度、加载龄期、理论厚度和混凝土抗压强度均与徐变系数成负相关。

3)在 28 d 以前,对徐变系数影响最大的是加载龄期,然后依次是环境相对湿度和温度,随着时间的推移,加载龄期的重要性下降到第 3 位,而环境相对湿度成为影响最大的因素。对计算参数不确定性和敏感度的分析表明,不考虑加载龄期变异将会低估徐变预测的外部不确定性,尤其是在前 3 个月。从长期效应来看,加载龄期变异对外部不确定的影响为 7%。

4)数值算例表明,该文方法对结构不确定性的分析结果与随机分析法相近,由于避免了多次结构运算,在效率上较随机分析法有所提高。

参考文献:

- [1] ANG H S, TANG W H. Probability concepts in engineering planning and design-Vol. 1. Basic principles[M]. New York:Wiley, 1975.
- [2] BAZANT Z P, BAWEJA S. Justification and refinement of model B3 for concrete creep and shrinkage-I. statistics and sensitivity[J]. Material and Structure, 1995, 28(4):415-430.
- [3] IN H Y. Uncertainty and sensitivity analysis of time-dependent effects in concrete structures [J]. Engineering Structures, 2007, 29(7):1366-1374.
- [4] BAZANT Z P, LIU K L. Random creep and shrinkage in structure: sampling [J]. Engineering Structures, 1985, 111(5):1113-1134.
- [5] AKTHEM A M, LAM J P. Statistical evaluation of shrinkage and creep models[J]. ACI Materials Journal, 2005, 102(3):170-176.
- [6] GEORGE C F, YUNUS B. Predicting creep

deformation of concrete: a comparison of results from different investigations [C]//Proceedings, 11th FIG Symposium on Deformation Measurements, Santorini, Greece, 2003.

- [7] REINHARDT H W, PAT M G M, WITTMANN F H. Variability of creep and shrinkage of concrete[C]//Symposium on Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete. The Hague, The Netherlands: Martinus Nijhoff, 1982:75-94.
- [8] MADSEN H O, BAZANT Z P. Uncertainty analysis of creep and shrinkage effects in concrete structures[J]. Journal of the American Concrete Institute, 1983, 80(2):116-127.
- [9] BAZANT Z P, BAWEJA S. Creep and shrinkage predication model for analysis and design of concrete structures-model B3 [J]. Materials and Structures, 1995, 28:357-365.
- [10] TEPLY B, KERSNER Z, NOVAK D. Sensitivity study of BP-KX and B3 creep and shrinkage models [J]. Material and Structure, 1996, 29(8):500-505
- [11] 王勋文,潘家英,程庆国. PC 斜拉桥的时变分析—不确定性分析[J]. 中国铁道科学, 1998, 19(1):1-11.
WANG XUN-WEN, PAN JIA-YING, CHENG QING-GUO. Time-dependent analysis of PC cable-stayed bridge uncertainty analysis[J]. China Railway Science, 1998, 19(1):1-11.
- [12] 张建仁,汪维安,余钱华. 高墩大跨连续刚构桥收缩徐变效应的概率分析[J]. 长沙交通学院学报, 2006(6): 1-7, 28.
ZHANG JIAN-REN, WANG WEI-AN, YU QIAN-HUA. Probabilistic analysis of shrinkage and creep effect for continuous rigid frame bridges with long-span and high piers[J]. Journal of Changsha Communications University, 2006 (6):1-7, 28.
- [13] 唐红元. 斜拉桥预应力混凝土索塔关键问题研究[D]. 南京:东南大学, 2006.
- [14] JTGD 62-2004 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S]. 北京:人民交通出版社, 2004.
- [15] GERARD E D, LELAND W. An analytic approximation to the distribution of Lilliefors's test statistic for normality [J]. The American Statistician, 1986, 40(4):294-296.

(编辑 王秀玲)