

考虑粘结滑移的 RC 非锚固区段平均本构关系

柏 洁, 王志军, 高巧玲, 李志亮, 黄宗明

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

摘要:根据静力平衡和变形协调, 针对受拉裂缝处钢筋的不同应力阶段分别考虑粘结强度变化和裂缝宽度发展的影响, 推导了钢筋混凝土结构非锚固区段在粘结滑移作用下的平均应力—应变关系。应用平均平均本构关系对典型的钢筋混凝土梁试验进行非线性模拟, 并与试验结果进行对比, 分析表明: 采用平均本构关系考虑钢筋混凝土非锚固区段粘结滑移作用的分析模型, 可以获得与试验相近的计算结果, 并能简化非线性分析过程。

关键词:钢筋混凝土; 非锚固区段; 粘结滑移; 本构关系; 受拉裂缝

中图分类号: TU375

文献标志码: A

文章编号: 1674-4764(2009)02-0038-07

Average Constitutional Relationship of Unanchored Zone of RC Structure with Considering Bond and Slip

BAI Jie, WANG Zhi-jun, GAO Qiao-ling, LI Zhi-liang, HUANG Zong-ming

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: Based on the equilibrium of static forces and coordination of deformations, with considering the effects of bond strength variation and crack width development at different stress stage of reinforcement in tension cracks, the average stress strain relationship of unanchored zone of RC structure under bond and slip action has been derived. The typical test on reinforced concrete beams was simulated with average constitutional relationship and the result was compared with that of real test. The analytical results show that the model using average constitutional relationship with considering bond and slip in unanchored zone of RC structure can give a result close to that of test and simplify the nonlinear analysis.

Keywords: reinforced concrete; unanchored zone; bond and slip; constitutional relationship; tension crack

在结构非线性计算中, 粘结滑移作用对钢筋混凝土结构承载力具有显著影响, 有效地描述结构中钢筋和混凝土的材料属性以及两者间的相互作用是困难的。对于钢筋混凝土非锚固区段而言, 由于混凝土的抗拉强度低, 构件受力后一般均会出现受拉裂缝, 裂缝处混凝土退出工作, 但由于混凝土和钢筋之间的粘结作用, 使得裂缝和裂缝之间的混凝土参与受力, 即产生受拉刚化效应。

在钢筋混凝土结构非线性分析的 3 种基本模型

中, 分离式模型通过钢筋与混凝土之间加入联结单元, 由双节点位移差值体现粘结滑移关系, 例如 Ngo^[1] 采用的弹簧单元、Keuser^[2] 采用的无厚度接触单元等, 采用分离裂缝^[3-4] 或弥散裂缝^[5] 模拟混凝土开裂行为。分离式模型能够直观反映钢筋与混凝土的相互作用, 更近似地获得裂缝分布, 但需要单独的钢筋和混凝土位移自由度, 因此计算效率低, 网格复杂; 嵌入式模型和分布式模型均基于无滑移假定, 采用弥散裂缝模型模拟混凝土开裂, 单元刚度由钢

收稿日期: 2008-07-20

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划(90715002)

作者简介: 柏洁(1981-), 女, 重庆大学博士研究生, 主要从事钢筋混凝土结构分析研究, (E-mail) baijie0525@sina.com。

王志军(联系人), 男, 重庆大学教授, 博士生导师, (E-mail) zjwang@cqu.edu.cn。

筋和混凝土两种刚度组分叠加得到,忽略了交界面力学作用对结构刚度的影响。粘结滑移效应通常通过调整混凝土受拉软化曲线考虑,还可以引入裂缝面剪切本构关系考虑界面作用对抗剪承载力的影响^[6]。在传统模型的基础上,发展了系列改进模型提高了非线性反应模拟精度,例如纤维单元模型^[7-8],引入裂缝局部粘结-滑移等作用机理的分布式模型^[9]、受压场理论^[10]以及软化膜模型^[11]等,也只能通过修正材料本构关系间接考虑粘结滑移作用,如 Vecchio^[12]提出的混凝土刚化方法或 Gilbert^[13]采用的钢筋刚化方法。

1 平均本构关系修正

传统混凝土刚化和钢筋刚化一般以单轴拉伸试验为基础,将钢筋与混凝土界面作用(受拉刚化效应)作为应力-应变组分分别体现在混凝土和钢筋本构关系中。基于试验的材料刚化模型存在以下不足:

1) 单轴拉伸试验一般不能反映钢筋锚固不足导致的粘结破坏阶段。

2) 仅基于单一的单轴拉伸受力情况,不能反映模型构件受力及配筋情况等特性对材料刚化的影响。

3) 对于钢筋刚化模型,由于素混凝土断裂能较小,结构开裂后会明显导致计算收敛性变差。

由于受拉裂缝和粘结作用的存在,裂缝处和非裂缝处的钢筋和混凝土的应变根据粘结应力变化而呈规律性变化,所以对基于无滑移假定的弥散裂缝模型,理论上来说,采用钢筋和混凝土的平均应力应变关系是反映粘结滑移和应变不一致性的有效途径。因此,该文针对构件的截面特性、配筋及粘结滑移条件分别计算裂缝处钢筋不同应力阶段所对应的钢筋和混凝土平均应力、应变值,由此得到的平均应力应变关系具有一定的唯一性和针对性,既能有效模拟钢筋滑移对结构整体响应影响,又保持了嵌入式模型建模简单、计算效率高的优势,有效保证了模型计算的准确性。

对于钢筋混凝土构件非锚固区段的钢筋与混凝土的界面相互作用过程,可以根据受拉裂缝发展过程简化为3个阶段:混凝土未开裂时的共同作用阶段,裂缝处钢筋达到屈服前的粘结滑移作用阶段,以及裂缝处钢筋达到屈服后的粘结退化阶段。

为简化修正计算过程,论文做以下假定:

1) 在裂缝宽度内钢筋与混凝土共同作用段按平均粘结应力计算;

2) 裂缝宽度为裂缝间距内钢筋和混凝土的受拉伸长差值;

3) 钢筋平均应变和混凝土平均应变相同,由钢筋受拉伸长值计算;

4) 按照钢筋实际材料本构关系,针对钢筋不同应力阶段选取不同计算点对钢筋和混凝土进行平均值修正,且各应力阶段内应力-应变关系根据相应计算点所得修正弹性模量按线性关系进行修正,各计算点如图1所示。

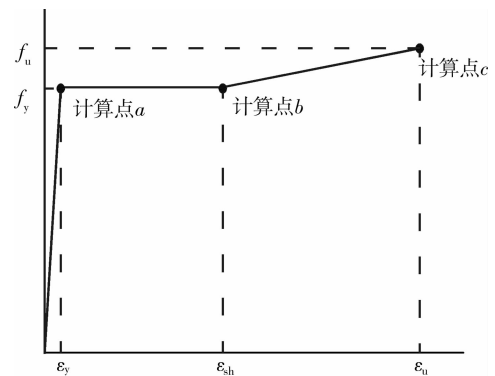


图1 钢筋应力应变曲线中修正计算点

1.1 计算单元体

构件开裂后,钢筋通过与周围混凝土接触面之间的粘结应力将拉应力传递到混凝土中,因此,钢筋混凝土构件中可以取两个裂缝之间的钢筋及其周围部分混凝土作为脱离体,如图2所示。

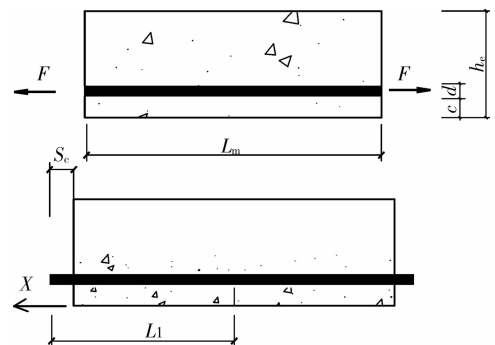


图2 裂缝脱离体

图2中, S_c 为0.5倍裂缝宽度, l_m 为平均裂缝间距,一般可取为1.5倍应力传递长度 l_{min} , h_c 为截面有效受拉区高度,受拉构件取 $h_c = h$,受弯构件取 $h_c = 0.5h$,且考虑粘结-滑移的有效作用范围^[14], h_c 应同时满足 $h_c \leq \frac{(15d)^2}{b}$, b 为截面宽度, h 为截面高度。

$$l_m = 1.5l_{min} = \frac{1.5f_t A_c}{\pi \tau_m \pi d} \quad (1)$$

$$A_c = b \times h - \frac{n}{4} \pi d^2$$

其中, d 为受拉钢筋直径; n 为受拉钢筋数量; A_c 为有效受拉混凝土面积; f_t 为混凝土抗拉强度; τ_m 为平均粘结应力。

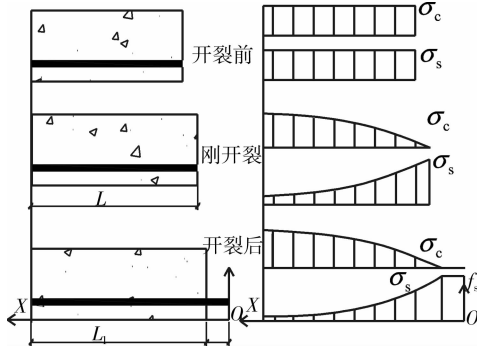


图 3 裂缝开展过程应力分布

图 3 为裂缝开展过程钢筋和混凝土应力分布示意图, 取一半裂缝间距(图 2 中脱离体右半部分)作为计算体进行应力-应变关系修正, 裂缝宽度中点处取为坐标 0 点。刚出现裂缝时取一半裂缝间距 L 为 $0.5l_m$, 随裂缝发展, 一半裂缝间距增加为 $L_1 + S_c$, 其中 L_1 为混凝土与钢筋共同伸长段, S_c 为一半裂缝宽度。

裂缝宽度中心处 ($x = 0$) 混凝土和钢筋应力分别为 $\sigma_c(0)$ 、 $\sigma_s(0)$, 由于裂缝处混凝土退出工作, 所以 $\sigma_c(0) = 0$, 脱离体在轴向拉力 F 作用下, 根据力平衡条件, 钢筋与混凝土在任一点处的应力增量可根据粘结应力计算:

$$d\sigma_s = \sigma_s(x) - \sigma_s(0) = \frac{-\pi d \tau_m x}{A_s} \quad (2)$$

$$d\sigma_c = \sigma_c(x) - \sigma_c(0) = \frac{n\pi d \tau_m x}{A_c} \quad (3)$$

则裂缝间任一点 x 处钢筋应力

$$\sigma_s(x) = \sigma_s(0) - \pi d \tau_m x / A_s \quad (4)$$

相应地, 任一点 x 处混凝土应力

$$\sigma_c(x) = n\pi d \tau_m x / A_c \quad (5)$$

1.2 钢筋平均应力应变值

混凝土开裂前, 混凝土和钢筋应变相同 $\epsilon_c = \epsilon_s$ 。

开裂后, 当裂缝处钢筋应力达到任意值, 即 $\sigma_s(0) = f_s$ 时, 一半裂缝间距范围内钢筋和混凝土在界面相互作用下的应力应变分布以及相应平均值叠代过程如图 4 所示, 按照假定, 粘结应力取平均粘结强度 τ_m , 根据 Eligehausen 试验建议^[15], 按裂缝处钢筋不同应力水平进行取值, 当 $f_s = f_y$ 时, 取 $\tau_m = 1.8 \sqrt{f_c}$, $f_s = f_u$ 时, 取 $\tau_{mh} = 0.05 \sqrt{f_c}$ 。

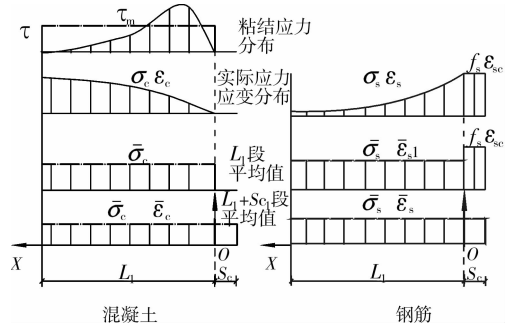


图 4 钢筋裂缝间平均应力应变关系

裂缝宽度为裂缝间距内钢筋和混凝土的受拉伸长差值, 则计算体中一半裂缝宽度 S_c 按下式计算:

$$\begin{aligned} S_c &= \int_0^{L_1} [\epsilon_s(x) - \epsilon_c(x)] dx \\ &= \int_0^{L_1} \left[\epsilon_s(0) - \frac{D\tau_m x}{A_s E_s} - \frac{nD\tau_m x}{A_c E_c} \right] dx \\ &= \epsilon_s(0)L - \frac{D\tau_m L^2}{2A_s E_s} - \frac{nD\tau_m L^2}{2A_c E_c} \quad (6) \end{aligned}$$

其中, $\epsilon_s(0)$ 为各计算点裂缝处钢筋应力所对应的应变,

E_s 为各计算点裂缝处钢筋应力所对应的弹性模量。

计算体中混凝土与钢筋共同伸长段长度 L_1 为:

$$L_1 = L + \int_0^{L_1} \frac{nD\tau_m x}{A_c E_c} dx = L + \frac{nD\tau_m L^2}{2A_c E_c} \quad (7)$$

此时, 共同伸长段长度 L_1 内钢筋平均应力 $\bar{\sigma}_{s1}$ 可根据公式(2)沿 L_1 积分后计算:

$$\bar{\sigma}_{s1} = \frac{\int_0^{L_1} (f_s - \frac{D\tau_m x}{A_s}) dx}{L_1} \quad (8)$$

裂缝处由于混凝土退出工作, 钢筋应力在裂缝宽度范围内均等于 f_s , 因此, 计算体开裂后钢筋平均应力值计算公式为:

$$\bar{\sigma}_s = \frac{\bar{\sigma}_{s1} L_1 + f_s S_c}{(L_1 + S_c)} \quad (9)$$

相应地, 计算体开裂后钢筋平均应变值按共同伸长段和裂缝段应变平均值计算, 共同伸长段长度 L_1 内钢筋平均应变 $\bar{\epsilon}_{s1}$ 为:

$$\bar{\epsilon}_{s1} = \frac{\bar{\sigma}_{s1}}{E_s} \quad (10)$$

裂缝宽度范围内, 钢筋平均应变取为 ϵ_{sc} , 因此, 计算体开裂后钢筋平均应变值计算公式为:

$$\bar{\epsilon}_s = \frac{\bar{\epsilon}_{s1} L_1 + \epsilon_{sc} S_c}{(L_1 + S_c)} \quad (11)$$

与开裂后钢筋平均应力、平均应变所对应的修正弹性模量按下式计算:

$$E_{s,eq} = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\epsilon}_s} \quad (12)$$

1.3 混凝土平均应力应变值

混凝土开裂前,混凝土和钢筋应变相同,界面间无粘结滑移作用,因此,当 $f_c \leq f_t$ 时,混凝土平均应力应变值均不需修正,按素混凝土受拉应力应变曲线上段取值,即混凝土平均应力应变峰值为素混凝土抗拉强度 f_t 及相应峰值应变 $\epsilon_{t,p}$ 。

开裂后,计算体中共同伸长段长度 L_1 内混凝土平均应力 $\bar{\sigma}_{cl}$ 可根据公式(3)沿 L_1 积分后计算:

$$\bar{\sigma}_{cl} = \frac{\int_0^{L_1} \frac{nD\tau_m x}{A_c} dx}{L_1} \quad (13)$$

裂缝处混凝土退出工作,因此混凝土应力在裂缝宽度范围内均等于 0,因此,计算体开裂后钢筋平均应力值计算公式为:

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\bar{\sigma}_{cl} L_1}{(L_1 + S_c)} = \frac{\int_0^{L_1} \frac{nD\tau_m x}{A_c} dx}{(L_1 + S_c)} = \frac{nD\tau_m L_1^2}{2A_c(L_1 + S_c)} \quad (14)$$

根据假定条件,混凝土平均应变等于钢筋平均应变,即

$$\bar{\epsilon}_c = \bar{\epsilon}_s \quad (15)$$

与开裂后混凝土平均应力、平均应变所对应的修正弹性模量按下式计算:

$$E_{c,eq} = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\epsilon}_c} \quad (16)$$

1.4 各计算点钢筋和混凝土平均应力应变值计算

按照钢筋实际材料本构关系,针对裂缝处钢筋不同应力阶段选取不同计算点对钢筋和混凝土进行平均值修正,且各应力阶段内应力-应变关系根据相应计算点所得修正弹性模量满足线性关系。

根据受力过程中裂缝处钢筋应力的发展过程,由式(6)-(16),可分别计算屈服时、屈服平台结束进入强化段时以及达到极限强度时计算体内钢筋和混凝土的平均应力应变值,以此对钢筋本构关系中

弹性段、屈服段和强化段进行线性修正,得到各阶段对应的平均应力应变曲线,同时相应修正混凝土平均应力应变曲线。

1) 钢筋弹性段 ($\bar{\sigma}_{sy}, \bar{\epsilon}_{sy}, E_{y,eq}$)

裂缝处钢筋弹性段的平均值修正计算点取图 1 中 a 点,即钢筋刚屈服 $\sigma_s(0) = f_y$ 时,对应的裂缝处钢筋应变按弹性模量 E_s 计算, $\epsilon_s(0) = \epsilon_{sc} = \epsilon_y = \frac{\sigma_s(0)}{E_s}$ 。由于混凝土开裂应变远小于钢筋屈服应变,在钢筋弹性段修正中不考虑未开裂时钢筋与混凝土无粘结滑移作用,仍按线性关系进行修正。

2) 钢筋屈服段 ($\bar{\sigma}_{sh}, \bar{\epsilon}_{sh}$)

裂缝处钢筋屈服段的平均值修正计算点取图 1 中 b 点,即钢筋屈服平台结束进入强化段时, $\sigma_s(0) = f_y$, $\epsilon_s(0) = \epsilon_{sh}$, $\bar{\epsilon}_{ch} = \bar{\epsilon}_{sh}$ 。

3) 钢筋强化段 ($\bar{\sigma}_{su}, \bar{\epsilon}_{su}, E_{u,eq}$)

裂缝处钢筋强化段的平均值修正计算点取图 1 中 c 点,即钢筋达到极限强度 $\sigma_s(0) = f_u$ 时,对应的裂缝处钢筋应变按强化段弹性模量 E_u 计算,平均粘结强度取 τ_{mh} 。

$$\epsilon_s(0) = \epsilon_u = \epsilon_{sh} + \frac{(f_u - f_y)}{E_u}$$

当钢筋平均应力 $\bar{\sigma}_s$ 随荷载作用继续增大时,钢筋与混凝土之间粘结应力逐渐减小,直至粘结作用完全失效后,钢筋平均应力逐渐达到极限强度,平均应变相应为钢筋自身材性应变 ϵ_u ,此时,混凝土完全退出工作,其平均应力为 0,平均应变等于钢筋平均应变。

裂缝间钢筋和混凝土考虑界面作用进行平均值修正后的应力应变关系如图 5 所示,由于钢筋屈服后期,平均粘结强度迅速下降,甚至发生粘结失效,所以,钢筋达到极限强度时平均应力应变与钢筋实际材性本构对应的应力应变基本相同,为简化计算过程,可直接取 $\bar{\sigma}_{su} = f_u, \bar{\sigma}_{cu} = 0, \bar{\epsilon}_{su} = \bar{\epsilon}_{cu} = \epsilon_u$ 。

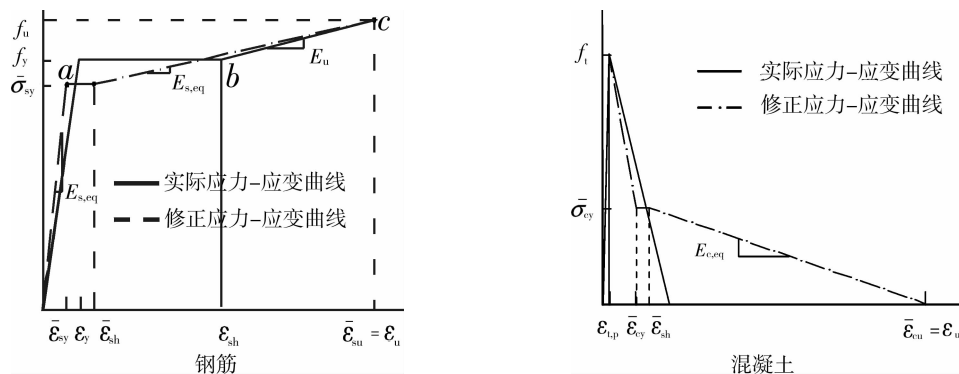


图 5 材料平均应力-应变曲线

2 典型试验模拟对比

为验证提出的非锚固区段修正平均本构模型的可行性和准确度,该文利用 Abaqus 程序对 Toronto 大学^[16]所做的两根钢筋混凝土梁试验进行了非线性有限元分析。有限元模型采用嵌入式分析模型,分别按不考虑粘结滑移,即不修正材料刚度、考虑 Vecchio^[12]混凝土刚化和本文提出的材料平均本构

关系进行计算,并与试验结果进行对比。

有限元模型中混凝土采用塑性损伤模型^[17],钢筋采用理想弹塑性模型,考虑钢筋强化。

2.1 试验模型及计算参数

计算模型选用 Toronto 大学进行的钢筋混凝土梁试验中的 OA3 和 A3 构件,截面尺寸为 305 mm × 552 mm,跨度为 6 400 mm,梁截面配筋见图 6,各计算参数见表 1。

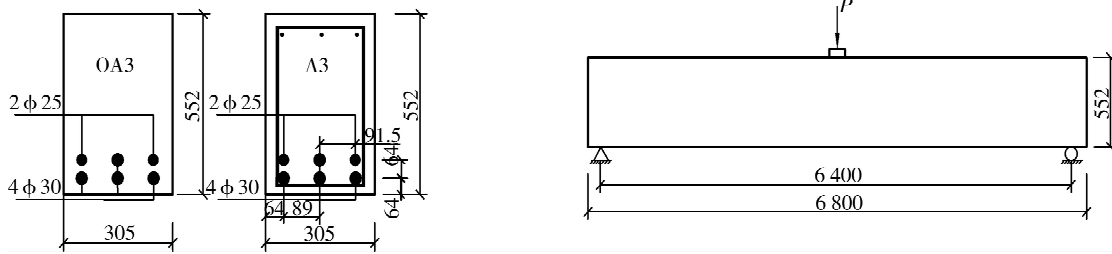


图 6 构件几何尺寸及配筋

表 1 构件材料参数

混凝土				钢筋			
抗压强度/MPa	抗拉强度/MPa	弹性模量/MPa	屈服应变	直径/mm	屈服强度/MPa	极限强度/MPa	弹性模量/MPa
43.5	2.82	34 300	1 900	25	440	680	220 000
				30	436	700	200 000

根据该文提出的修正材料平均本构模型对梁纵筋进行简化修正,以直径 30 mm 钢筋为例,平均应

力—应变计算值见表 2,修正后的钢筋和混凝土平均应力—应变曲线分别如图 7 和图 8 所示。

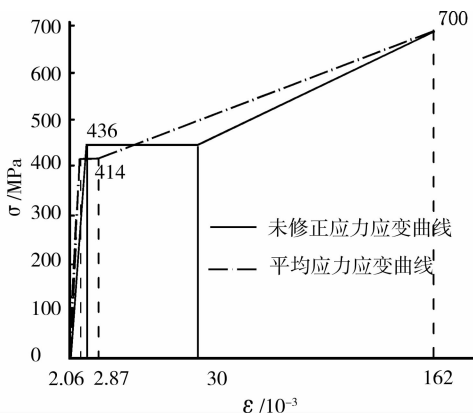


图 7 修正后钢筋平均应力-应变关系

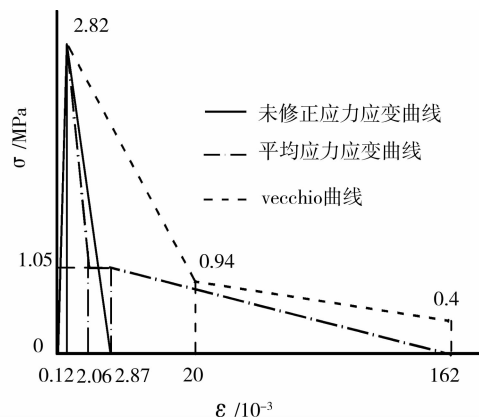


图 8 修正后混凝土平均应力-应变关系

表 2 平均应力—应变计算值

	τ_m /MPa	L /mm	L_1 /mm	S_c /mm	$\bar{\sigma}_s$ /MPa	$\bar{\epsilon}_s$	$\bar{\sigma}_c$ /MPa	$\bar{\epsilon}_c$
弹性段	11.87	26.143	26.143 7	0.053	414	0.002 06	1.05	0.002 06
屈服段	11.87	26.143	26.144 8	0.781	414	0.002 87	1.05	0.002 87
强化段	0.33	26.143	26.145 3	4.222	432	0.162	0	0.162

2.2 计算结果对比

采用不同材料模型计算的构件承载力—跨中挠度曲线如图9所示,与试验曲线进行对比发现,不修正材料刚度的计算模型,由于忽略了粘结滑移作用的刚度贡献,混凝土断裂能偏低,导致计算不收敛,并且低估了结构承载力;采用 Vecchio 混凝土刚化模型的计算结果中,结构承载力和刚度均明显高于

试验结果,说明基于单轴受拉试验的材料刚化方法,由于无法考虑结构实际受力形式和配筋等因素,在一定程度上会影响结果的准确性,而本文提出的修正材料平均本构模型计算结果与试验结果吻合度较其他模型高,能有效反映出钢筋与混凝土界面粘结滑移性能对构件整体受力性能的影响。

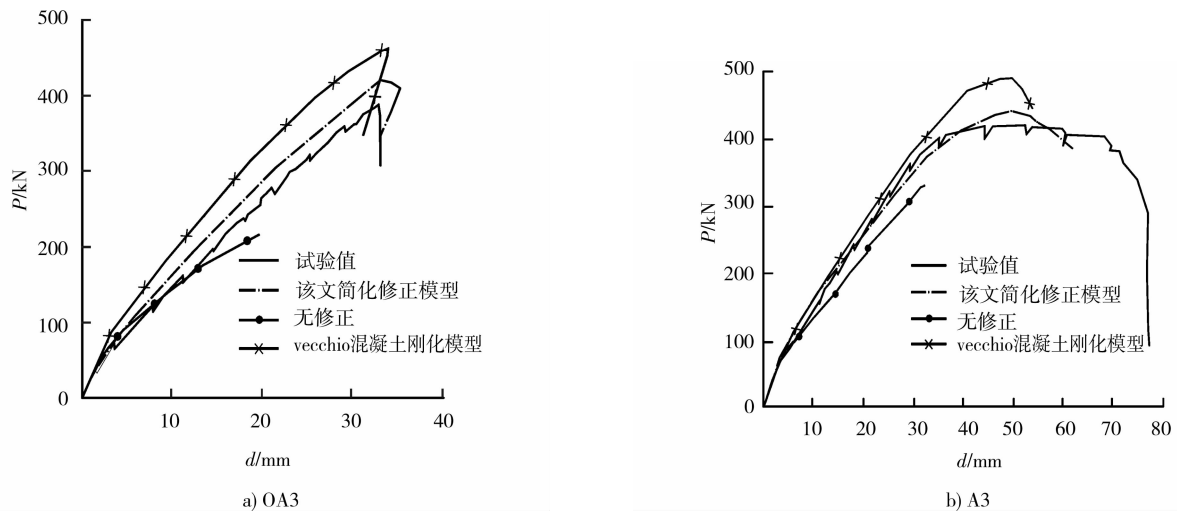


图9 构件承载力-变形曲线对比

图10为非线性分析结果中混凝土损伤因子分布及试验最终破坏形态,构件OA3在受力初期主要出现受弯裂缝,受力后期出现斜拉裂缝,很快向下延伸至底部钢筋处,并延展为水平裂缝,由于没有抗剪钢筋,构件破坏为由斜拉裂缝引起的脆性破坏,而构

件A3基本为受压区混凝土压碎引起的压弯破坏,弯曲裂缝开展明显,但受拉钢筋仍然没有明显的屈服。对比计算结果和试验破坏现象,可明显看出采用修正平均材料本构关系的计算结果与试验结果相似。

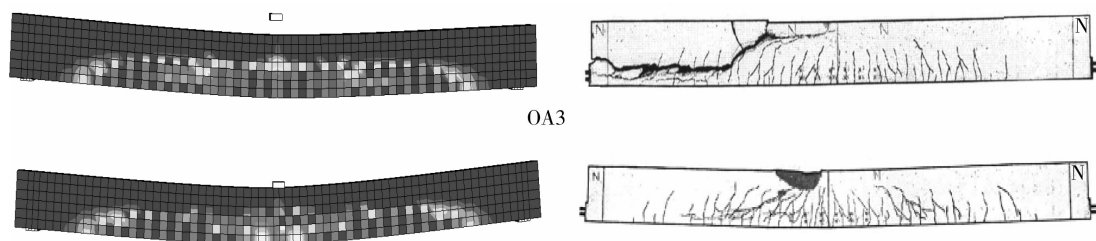


图10 混凝土损伤因子与试验最终破坏形态对比

3 结论

该文基于无滑移的嵌入式模型,通过静力平衡和变形协调关系,建立了钢筋混凝土结构非锚固区段考虑粘结滑移作用的修正平均本构关系。本模型的计算过程以裂缝处钢筋应力状态作为基准点,考

虑钢筋各应力阶段对应的界面粘结作用变化,计算裂缝间距内混凝土和钢筋在粘结作用下的平均应力应变值,从而将粘结滑移关系叠加到修正的材料平均本构模型中。通过算例分析,与试验结果及其他模型进行对比,验证了该文提出的修正平均本构模型的有效性和可行性。

参考文献:

- [1] NGO D, SCORDELIS A C. Finite element analysis of reinforced concrete beams [J]. Journal of American Concrete Institute, 1967, 67: 152-163.
- [2] KEUSER M, MEHLHORN G. Finite element models for bond problems [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1987, 113(10): 2160-2173.
- [3] YANG Z J, CHEN J F. Finite element modeling of multiple cohesive discrete crack propagation in reinforced concrete beams [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2005, 72: 2280-2297.
- [4] NORBERTO D, DELPHINE B, LUC D, ADNAN I. Prediction of crack pattern distribution in reinforced concrete by coupling a strong discontinuity model of concrete cracking and a bond-slip of reinforcement model [J]. Engineering Computations, 2005, 22(5/6): 558.
- [5] JENDELE L, CERVENKA J. Finite element modelling of reinforcement with bond [J]. Computers and Structures, 2006, 84(28): 1780-1791.
- [6] NAM S-H, SONG H-W, BYUN K-J, Maekawa K. Seismic analysis of underground reinforced concrete structures considering elasto-plastic interface element with thickness [J]. Engineering Structures, 2006, 28(8): 1122-1131.
- [7] 陈滔, 黄宗明. 基于有限单元柔度法的材料与几何双重非线性空间梁柱单元 [J]. 计算力学学报, 2006, 23(5): 524-528.
- CHEN TAO, HUANG ZONG-MING. Material and geometrically nonlinear spatial beam-column element based on the finite element flexibility method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2006, 23(5): 524-528.
- [8] 叶列平, 陆新征, 马千里, 等. 混凝土结构抗震非线性分析模型、方法及算例 [J]. 工程力学, 2006, 23(Sup. II): 131-141.
- YE LIE-PING, LU XIN-ZHENG, MA QIAN-LI, et al. Nonlinear analytical models, methods and examples for concrete structures subject to earthquake loading [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(Sup. II): 131-141.
- [9] SOLTANI M, AN X, MAEKAWA K. Computational model for post cracking analysis of rc membrane elements based on local stress-strain characteristics [J]. Engineering Structures, 2003, 25(8): 993-1007.
- [10] MONTOYA E, VECCHIO F J, SHEIKH S A. Compression field modeling of confined concrete: Constitutive models [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2006, 18(4): 510-517.
- [11] MANSOUR M, HSU T C. Behavior of reinforced concrete elements under cyclic shear. II: Theoretical model [J]. Journal of Structural Engineering, 2005, 131(1): 54-65.
- [12] VECCHIO F J. Disturbed stress field model for reinforced concrete: Formulation [J]. Journal of Structural Engineering, 2000, 126(9): 1070-1077.
- [13] GILBERT R I, WARNER R F. Tension stiffening in reinforced concrete slabs [J]. Journal of Structural Division, ASCE, 1978, 104(ST12): 1885-1901.
- [14] COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. CEB-FIP Model Code 1990 (Design Code) Trowbridge, Wilshire, Great Britain: Thomas Telford, 1993.
- [15] ELIGEHAUSEN R, POPOV E P, BERTERO V V. Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations [R]. EERC Report 83/23. Berkeley: University of California, 1983.
- [16] VECCHIO F J, SHIM W. Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests [J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130(3): 460-469.
- [17] 方修君, 金峰, 王进廷. 基于扩展有限元法的粘聚裂纹模型. 清华大学学报(自然科学版), 2007, 47(3): 344-347.
- FANG XIU-JUN, JIN FENG, WANG JIN-TING. Cohesive crack model based on extended finite element method [J]. Journal of Tsinghua Univ (Sci & Tech), 2007, 47(3): 344-347.

(编辑 王秀玲)