

岩体微裂纹密度确定方法及应用

赖勇^{1,2}, 张永兴¹

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 重庆交通大学河海学院, 重庆 400074)

摘要:运用细观损伤理论的方法,建立了岩体参数与室内岩块间的关系,认为只有合理确定了裂纹密度参数,才能使细观损伤理论确定岩体参数的方法成为可能。提出了采用完整性系数法、弹性波方程法和地质调查统计法确定岩体裂纹密度的方法,分析了3种方法确定岩体裂纹密度的差异;结合统计数据,分析比较了Taylor法、广义自洽法、Taylor介质法对裂纹相互作用的考虑及确定岩体力学参数的适应性。结果表明,采用完整性系数法确定岩体裂纹密度,Taylor介质法确定岩体参数可以得到比较合理的结果。

关键词:完整性系数;裂纹密度;Taylor方法;广义自洽法;Taylor介质法;岩体参数

中图分类号:O319.56

文献标识码:A

文章编号:1674-4764(2009)02-0051-06

Methods of Rock Crack Density Determination and Their Application

LAI Yong^{1,2}, ZHANG Yong-xing¹

(1. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China; 2. Department of River & Sea Architectural Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, P. R. China)

Abstract: By the methods of micro-damage theory, the relations of rock mass parameters and rock parameters in experiments were obtained; it is considered that to make the micro-damage theory for determining the rock parameters possible only in condition that the crack density parameters are obtained reasonably. The methods to determine rock mass crack density have been set up through the intactness index of rock mass and elastic wave equation as well as the geological investigating statistical method, The differences of rock crack density given by these three methods were discussed; based on the statistical data, the Taylor method and generalized self-consistent method and the Taylor medium method were compared in respect of the influence of crack interaction and the adaptability to the rock parameters. The results show that the reasonable results can be obtained by determining rock crack density from intactness index of rock mass and rock mass parameters by the Taylor medium method.

Key words: intactness index of rock mass; crack density; Taylor method; generalized self-consistent method; Taylor medium method; rock mass parameters

损伤力学的发展为确定岩体宏观力学参数提供了较好的解决途径。但目前对于岩体力学参数确定的应用研究还不多。

杨旭^[1]根据结构面的统计资料和岩块的力学参数采用自洽理论的方法用计算机模拟得到岩体宏观力学参数;李新平^[2]等通过观测面或线现场调查岩体裂隙,利用概率统计理论分析推断裂隙分布参数。

李同录等^[3]通过对节理、裂隙的野外统计窗资料进行量化的损伤张量表示,将岩块力学参数通过几何损伤加以折减,得到岩体的有效变形参数。同时利用Hoek-Brown强度准则进行弱化处理来获得节理岩体的强度参数。邹海等^[4]根据岩块和岩体的不同波速确定岩体的损伤参量,对岩块力学指标进行初步校正,作为反分析的基本输入参数,进而确定岩

收稿日期:2009-12-15

基金项目:国家杰出青年科学基金资助项目(50625824)

作者简介:赖勇(1968-),男,重庆交通大学副教授,博士研究生,主要从事岩土工程研究,(E-mail)ffly001@163.com。

体参数。

这些方法或公式复杂且不利于广泛应用。细观损伤理论得到了裂纹密度对材料参数的影响关系,公式简单,意义明了。但裂纹密度这一细观损伤变量如何从宏观角度确定仍没有解决,限制了这一理论的应用。

该文通过现场调查、岩体的完整性系数或弹性波方程法确定岩体裂纹密度 f , 研究从宏观角度确定裂纹密度 f 的方法, 以解决常规方法确定岩体参数的复杂性, 使细观损伤理论用于确定岩体参数成为可能。

1 裂纹密度与岩体参数的关系

细观损伤力学利用连续介质力学和连续热力学手段, 对代表性体积单元进行分析, 得到细观结构在外载作用下的变形和演化发展规律, 然后通过细观尺度上的平均化方法将细观研究的结果反映到宏观本构关系、损伤演化方程、断裂行为等宏观性质中去。

在此基础上, 人们已经研究建立了许多分析方法^[5], 用以确定裂隙对材料参数的影响。其中最简单的就是 Taylor 模型方法。其表达式如下:

$$\begin{aligned} \frac{E_T}{E} &= \left[1 + \frac{16}{45} \frac{(1-\nu^2)(10-3\nu)}{(2-\nu)} f \right]^{-1} \\ \frac{G_T}{G} &= \left[1 + \frac{32}{45} \frac{(1-\nu)(5-\nu)}{(2-\nu)} f \right]^{-1} \\ \frac{\nu_T}{\nu} &= \frac{E_T}{E} \left[1 + \frac{16}{45} \frac{(1-\nu^2)}{(2-\nu)} f \right]^{-1} \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $E_T, E; G_T, G; \nu_T, \nu$ 分别为 Taylor 介质和岩块材料的杨氏弹性模量、剪切模量、泊松比; f 为裂隙密度参数。

鉴于 Taylor 模型方法完全不考虑裂隙之间的相互作用, 为此人们提出了自洽法、广义自洽法、Mori-Tanaka 法以及微分法等。而微分方法及其他一些方法稍微复杂^[6-7], 在一定程度上影响了其应用范围。

广义自洽方法^[8]把每个夹杂置于有限的基体中, 连同基体一并置于具有有效模量的复合材料中, 得出裂纹密度与拉伸模量关系的近似表达式^[9-12]:

$$\frac{\bar{E}}{E} = \left[1 + \frac{16}{45} \frac{(1-\nu^2)(10-3\nu)}{(2-\nu)} f + D_E^{3D} f^{5/2} \right]^{-1} \quad (2)$$

式中参数 D_E^{3D} 仅依赖于基体材料的泊松比, 即 $D_E^{3D}(\nu)$, 且 $D_E^{3D}(0.2) = 1.45$ $D_E^{3D}(0.3) = 1.43$ $D_E^{3D}(0.4) = 1.35$ (3)

为了合理考虑裂隙间的相互作用, Taylor 介质法^[6-7]假设裂隙处于 Taylor 介质中, 在此基础上考虑裂隙相互作用对整体有效弹性模量的影响。Taylor 介质的弹性模量由 Taylor 模型方法确定。在式 (1) 的基础上, 得到

$$\begin{aligned} \frac{\bar{E}}{E} &= \left[1 + \frac{16}{45} \frac{E}{E_T} \frac{(1-\nu_T^2)(10-3\nu_T)}{(2-\nu_T)} f \right]^{-1} \\ \frac{\bar{G}}{G} &= \left[1 + \frac{32}{45} \frac{E}{E_T} \frac{(1-\nu_T^2)(5-\nu_T)}{(2-\nu_T)(1+\nu_T)} f \right]^{-1} \\ \frac{\bar{\nu}}{\nu} &= \frac{1}{\nu} \left[(1+\nu) \frac{\bar{E}}{E} \frac{G}{G} - 1 \right] \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $\bar{E}, E; \bar{G}, G; \bar{\nu}, \nu$ 分别为岩体和岩块材料的杨氏弹性模量、剪切模量、泊松比; f 为裂隙密度参数。

在此, 由式 (1)、(2) 和 (4) 均可以得到裂纹密度与岩体和岩块间变形模量的关系。

Taylor 模型方法认为裂隙处于无损基质材料中, 完全不考虑裂隙之间的相互作用; 自洽方法假设裂隙处于一个总体弹性模量待定的材料之中, 过高地估计了裂隙之间的相互作用效应, 使计算结果严重失真; 广义自洽方法假设裂隙处于一个具有有效模量的材料之中, 考虑了裂隙之间的部分相互作用;

由于不同方法所假设的裂隙周围环境不同, 对裂纹间的相互作用考虑不同, 各种方法对裂纹相互作用影响的计算结果也不相同。

$\nu = 0.2$ 时, 3 种方法所得到的微裂纹密度参数 f 与弹性模量 \bar{E}/E 的关系如图 1。

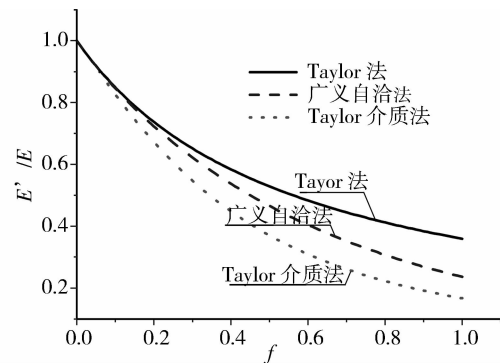


图 1 f 与 $\frac{\bar{E}}{E}$ 的关系

按有效应力的概念, 通过单向拉伸过程中弹性模量的变化, 由损伤弹性模量 $\bar{E} = (1-D)E$, 可得损伤参数 $D = 1 - \bar{E}/E$, 损伤岩体的应力应变关系为 $\bar{\sigma} = \bar{E}\epsilon$, 而无损岩块的应力应变关系为 $\sigma = E\epsilon$, 利用 Lemaitre 应变等价性假说, 有

$$\bar{\sigma} = \sigma \frac{\bar{E}}{E} = \sigma(1-D) \quad (5)$$

由此可得到岩体与岩块强度间的关系。

至此, 只要根据室内岩石实验已知岩块的力学参数, 通过一定方法确定了岩体的微裂纹密度参数 f 就可根据式 (1)、(2)、(4) 和 (5) 确定岩体的参数。

2 岩体裂纹密度参数 f 的确定

由于微裂纹密度参数 f 属于细观损伤变量, 只有建立了便于确定的宏观基准变量与裂纹密度参数 f 的关系, 才能使细观损伤理论确定岩体参数成为

可能。

按照细观损伤力学的方法,可以把岩体看作是具有有效模量的基体,而把孔隙、裂隙等不连续结构面平均化置于岩石材料基体中,微裂纹密度参数 f 则等效于裂隙密度参数。通过确定岩体材料的裂隙密度参数 f ,进而可用上述公式确定岩体的材料参数。

1) 由岩体的完整性系数 K_V 确定

岩体的完整性系数 K_V 反映了岩体中的节理、裂隙发育程度。一方面可以通过现场调查确定,另一方面可以通过弹性纵波在岩块和岩体中的波速比得到。

裂隙系数 L_s 是表征岩体裂隙发育程度的系数^[13],

$$\text{可表示为 } L_s = \frac{V_p^2 - \bar{V}_p^2}{V_p^2} = 1 - K_V \quad (6)$$

因此,可以定义 $1 - K_V$ 即为裂隙的密度参数。

即令, $f = 1 - K_V$ (7)

则可由岩体的完整性系数确定裂隙密度参数。

2) 由弹性波运动方程确定

也可采用弹性波运动方程确定。

$$V_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \\ \bar{V}_p = \sqrt{\frac{\bar{E}(1-\bar{\nu})}{\bar{\rho}(1+\bar{\nu})(1-2\bar{\nu})}} \quad (8)$$

(1) 在损伤各向同性假设(泊松比不变 $\nu = \bar{\nu}$) 和 $\rho = \bar{\rho}$ 的情况下,

$$\text{有 } (\bar{V}_p/V_p)^2 = \bar{E}/E = K_V \quad (9)$$

$$\text{即 } D = 1 - (\bar{V}_p/V_p)^2 = 1 - K_V \quad (10)$$

则可得常规的估算岩体强度参数的方法,在此不做讨论。

(2) 仅 $\bar{\rho} = \rho$, 则有^[14]

$$\frac{\bar{V}_p}{V_p} = \sqrt{\frac{1 + 2D_2 f \frac{(5-2\nu)}{1-\nu}}{\left[1 + 2D_2 f \frac{(5-\nu)}{1+\nu}\right] \left[1 + 5D_2 f \frac{(2-\nu)}{1-2\nu}\right]}} \quad (11)$$

$$\text{即 } K_V = \frac{1 + 2D_2 \frac{(5-2\nu)}{1-\nu} f}{\left[1 + 2D_2 \frac{5-\nu}{1+\nu} f\right] \left[1 + 5D_2 \frac{2-\nu}{1-2\nu} f\right]} \quad (12)$$

$$\text{其中 } D_2 = \frac{16(1-\nu^2)}{45(2-\nu)} \quad (13)$$

由此,可得到岩体完整性系数 K_V 与裂隙密度参数 f 的关系。

鉴于解此方程较繁琐,不便于应用。可采用拟合的方式得到裂隙密度参数 f 与完整性系数 K_V 的关系。

$$\nu = 0.1, f = 3.66484 \exp(-K_V/0.28785) - 0.09876$$

$$\nu = 0.2, f = 3.57035 \exp(-K_V/0.2694) - 0.07087$$

$$\nu = 0.3, f = 3.38374 \exp(-K_V/0.23324) - 0.02563$$

$$\nu = 0.4, f = 2.96228 \exp(-K_V/0.16714) + 0.02918$$

K_V 与 f 间的关系如下图所示。

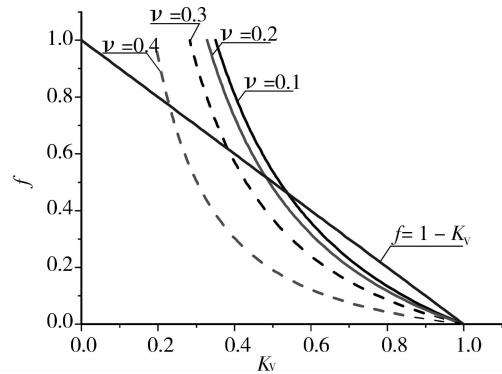


图 2 K_V 与 f 的关系

由图中可以看出,采用弹性波法确定岩体的裂隙密度 f 时,当 K_V 小于一定值时, f 已经等于 1 了,具体与岩体的泊松比 ν 有关。究其原因应与对岩体的弹性假定有关,表明当岩体裂隙密度增大到一定程度时,岩体已经不符合原先的连续弹性假定了。

而采用 $f = 1 - K_V$ 在 $[0,1]$ 区间则具有良好的线性关系,可以表述裂隙密度 f 与岩体的完整性间的关系。

3) 地质调查统计法

《工程岩体分级标准》(GB50218—94)规定,在岩体完整性系数无条件取得实测值时,可采用岩体体积节理数按下表 1 确定对应的 K_V 值。

表 1 J_V 与 K_V 对照表

J_V (条/ m^3)	<3	3~10	10~20	20~35	>35
K_V	>0.75	0.75~0.55	0.55~0.35	0.35~0.15	<0.15

对其拟合,得岩体体积节理数 J_V 与 K_V 的关系式:

$$K_V = 0.83749 - 0.03134J_V + 0.000335J_V^2 \text{ 或}$$

$$K_V = -0.11811 + 0.96753 \exp(-J_V/27.3345)$$

按 $f = 1 - K_V$ 由此可得

$$f = 0.16251 + 0.03134J_V - 0.000335J_V^2 \quad J_V \leq 47 \text{ 或}$$

$$f = 1.11811 - 0.96753 \exp(-J_V/27.3345) \quad J_V \leq 59$$

体积节理数 J_V 与 f 的关系曲线如图 3 所示。

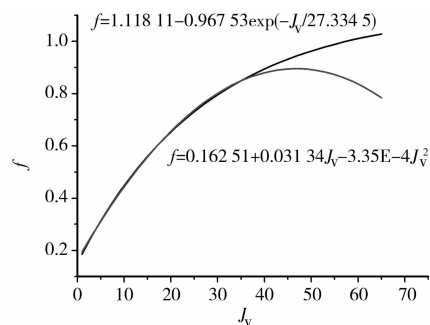


图 3 f 与 J_V 的关系

3 分析及验证

由于裂隙密度参数 f 是通过其他方法求取确定的,其合理性与否应该通过由 f 确定的岩体参数是否合理判定。

当 $\nu = 0.2$ 时,按完整性系数法 $f = 1 - K_V$ 确定的 K_V 与岩体有效模量间的关系如图 4 所示。

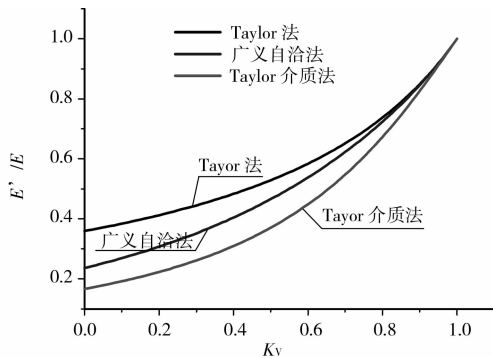


图 4 K_V 与 \bar{E}/E 的关系 ($f=1-K_V$)

随着 K_V 的增大,岩体的变形模量也随之增大,都以近乎 $y = y_0 + a \cdot \exp(x/b)$ 的形式趋近于 1。当 $K_V = 1$ 时,岩体的变形模量等于岩石的变形模量;当裂隙密度较稀疏时即 K_V 较大时,三种方法计算得到的结果相近,以 Taylor 介质法计算结果略小;随着裂隙密度的增加, K_V 逐渐减小,相应的弹性模量也减小;三种计算方法的结果差距逐渐加大, Taylor 方法计算值最大,广义自洽法次之, Taylor 介质法最小。当 $K_V = 0$ 时,岩体的变形模量采用 Taylor 方法时约为岩石的 $1/3$ (0.329 倍),采用广义自洽法时约为岩石的 $1/4$ (0.236 倍), Taylor 介质法约为岩石的 $1/6$ (0.166 7 倍)。

按弹性波法确定的 K_V 与岩体有效模量间的关系如图 5 所示。

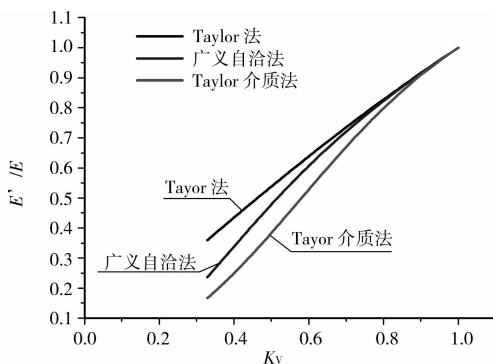


图 5 K_V 与 \bar{E}/E 的关系 (弹性波法)

也随着 K_V 的增大,岩体的变形模量增大,但变化的方式和起点不同。 K_V 都是从 0.328 7 趋近于 1。 Taylor 法以近似直线方式从 0.359 39 趋近于 1;广

义自洽法以二次多项式的方式从 0.236 27 趋近于 1; Taylor 介质法以三次多项式的方式从 0.166 7 趋近于 1。

由于当 $K_V < 0.328 7$ 时,得到 f 大于 1 的结果不符合裂隙密度的定义,不具有实际的物理意义,表明岩体已经不符合连续弹性假定了。因此采用弹性波方程确定岩体的裂隙密度,当裂隙密度较大时计算结果会出现较大的差异。

采用地质调查统计法确定体积节理数 J_V 与 K_V 的关系是基于规范推荐的表格数据进行拟合确定的,由于数据有限,得到的幂函数和二次函数两种表达式在有限的范围内虽然都能达到 99.99% 的精确度,但对于体积节理数增大后,两种表达式确定的裂隙密度和有效模量的变化幅度差异较大。按两种表达式计算得到的有效模量结果如下图 6、7 所示。

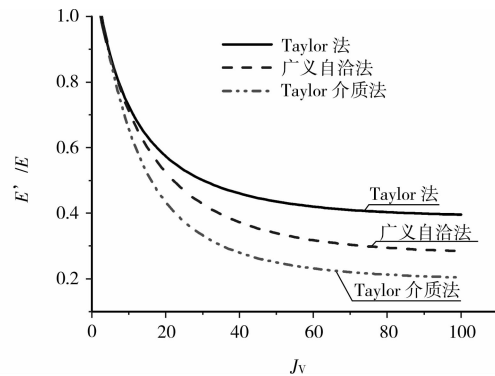


图 6 J_V 与 \bar{E}/E 的关系 (幂函数)

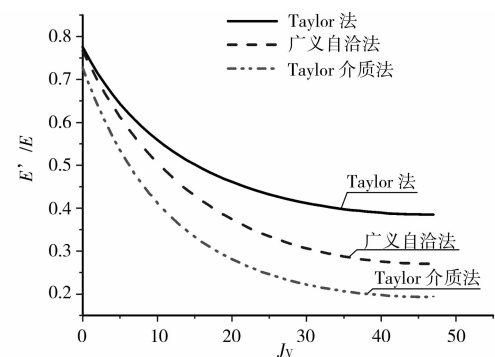


图 7 J_V 与 \bar{E}/E 的关系 (二次函数)

可以看出,采用幂函数表达式计算的有效模量由 $\bar{E}/E = 1$ 随体积节理数的增加而下降,当 $J_V \geq 25$ 以后这种影响就较小了。采用二次函数表达式计算的有效模量由 $\bar{E}/E = 0.727 \sim 0.775$ 开始下降,虽然当 $J_V \geq 25$ 以后也趋于一定值,但当 $J_V \geq 47$ 以后反倒增加,这是由于采用规范数据拟合,当 $J_V \geq 35$ 以后,缺乏数据且二次函数表达式的特点造成的。

随着体积节理数的增加,相应的弹性模量也减小;3种计算方法的结果差距逐渐加大,以Taylor方法计算值最大,广义自洽法次之,Taylor介质法最小。当 $J_v \geq 25$ 时,岩体的变形模量采用Taylor法时约为岩石的1/3(0.329倍),采用广义自洽法时约为岩石的1/4(0.236倍),与孙广忠得到的结果(约0.25倍)非常接近;Taylor介质法约为岩石的1/6(0.1667倍),与迪尔等人得到的结果(0.14倍)很接近^[14]。

3种方法确定岩体裂隙密度,进而采用细观损伤理论计算岩体裂隙密度对岩体性能的影响,都可以得到与孙广忠、迪尔等人相一致的结论。其中以完整性系数法和地质调查统计法确定岩体裂隙密度,用Taylor介质法和广义自洽法得到的结果更接近上述结果,也更为合理。

按国内外地下工程岩石与岩体力学性质统计表(据谷兆琪等,1994综合)所列数据^[15]进行对比计算,所得结果如表2。

与统计资料对比,两者具有比较高的吻合程度。按 $f = 1 - K_v$ 确定岩体裂隙密度的计算值与统计资料的符合程度高于采用弹性波法确定的计算值。

采用细观损伤理论确定岩体参数的计算方法以Taylor方法计算值最大,广义自洽法次之,Taylor介质法最小。总体以Taylor介质法与统计资料吻合程度最好。对于某些点,其余两种方法也具有较高的接近度。说明随着裂隙密度的变化,裂隙相互间的作用对岩体性质的影响程度也不同。

采用Taylor方法得到的结果比采用广义自洽法高,这是由于Taylor方法完全忽略微裂纹之间的相互作用,对于微裂纹分布比较稀疏的情况有足够的精度。微裂纹密度越大, K_v 越小,Taylor方法的误差越大。广义自洽法由于考虑了微裂纹的相互作用,得到的结果较为接近统计资料;Taylor介质法由于把基体认为是含有裂纹的介质,得到的结果就更为接近统计资料。

因此,从对统计资料的分析结果表明,该文提出的采用岩体完整性系数法、地质调查统计法、弹性波方程法确定岩体裂纹密度参数 f ,进而采用细观损伤理论的Taylor介质法或广义自洽法确定岩体参数是合理可行的,当裂隙不发育时采用Taylor法也可以得到比较满意的结果。

表2 国内外地下工程岩石与岩体力学性质统计表

工程名称	岩性	岩石 σ_c /MPa	岩体 σ_c /MPa	完整性 系数 K_v	岩体 σ_c /MPa 计算值		
					Taylor法	广义自洽法	Taylor介质法
鲁布革	石灰岩、白云岩	80.00	52.5	0.81	59.9/67.72	58.94/67.4	54.94/65.61
白山	混合岩石	126.00	72.70	0.72	84.04/94.5	80.81/93.97	71.85/88.32
东风	石灰岩	108.90	43.80	0.50	57.58/58.68	50.71/52.17	40.34/41.87
广西龙潭	砂岩(为主)、页岩互层	107.10	36.8	0.42	52.65/48.8	44.53/39.3	34.32/29.4
(加)丘吉尔瀑布	片麻岩、花岗岩	112.50	82.30	0.91	97/104.1	96.65/104.1	94.78/103.5
(莫桑比)卡布拉巴萨	花岗片麻岩	120.00	72.30	0.63	72.31/80.04	67.4/68.4	57.06/69.84
(加)Mica	片麻岩	150.00	123.00	0.84	116.8/130.1	115.4/129	109.6/127.5
(加)季马诺	花岗岩、花岗闪长岩	150.00	72.70	0.60	87.7/95.5	80.7/91.5	67.23/78.84
(意)菲奥雷诺	片麻岩	83.10	48.70	0.72	55.51/62.3	53.3/61.5	47.38/57.34
(意)德利奥湖	片麻岩	81.00	24.50	0.37	38.23/32.72	31.4/23.9	23.8/17.24
(南非)Elandsbrlg	砂岩	96.00	26.90	0.34	44.16/35.6	35.74/24.2	26.8/17.15
(日)新高濑川	花岗岩、闪长岩 RQD=0.8	150-300	24.5	0.4	72.24-144.48 /65.18-130.4	60.4-120.8 /50.7-101.3	46.42-92.83 /37.3-74.6
(日)玉原	石灰岩、流纹岩	100	29.4	0.36	46.71/39.2	38.27/28	28.88/20.1
(瑞士)Crinsel Oberaor	花岗岩、闪长岩	180	72.7	0.75	124.5/136.8	120.7/139.5	109.2/132.66

注:斜杠左侧为按 $f = 1 - K_v$ 确定的计算值;斜杠右侧为采用弹性波法确定的计算值。

4 主要结论

通过本文研究分析可以得出如下结论与认识:

1) 本文提出的确定岩体裂隙密度的方法简单可行, 可结合细观损伤理论确定岩体参数。

2) 通过现场调查体积节理数、弹性波速比确定岩体的完整性系数或以弹性波速通过弹性波方程确定岩体裂隙密度, 以 $f = 1 - K_v$ 法确定岩体裂隙密度得到的结果更为合理。采用弹性波方程当裂隙密度较大时计算结果会出现较大的差异。

3) 对统计资料的分析表明, 采用细观损伤理论分析裂隙密度及其相互作用, Taylor 介质法能得到更为合理的结果, 广义自洽法次之, Taylor 方法对于稀疏裂纹较为合理。

参考文献:

- [1] 杨旭. 基于损伤力学的岩体宏观力学参数研究[J]. 勘察科学技术, 2002(3): 14-17.
YANG XU. The parameter study of rock mass macro-mechanics based on damage mechanics [J]. Site Investigation Science and Technology, 2002(3): 14-17.
- [2] 李新平. 岩体的宏观损伤性质与工程地质调查方法[J]. 水文地质工程地质, 1995(2): 32-34.
LI XING-PING. Rock mass macro-damage and survey methods in geological engineering [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 1995(2): 32-34.
- [3] 李同录, 罗世毅, 何剑, 等. 节理岩体力学参数的选取与应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(13): 2182-2186.
LI TONG-LU, LUO SHI-YI, HE JIAN, et al. Determination and application of mechanical parameters for jointed rock masses [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(13): 2182-2186.
- [4] 邹海, 王桂梁, 桂和荣, 等. 岩体力学参数的损伤一反分析优化性研究[J]. 长春科技大学学报, 1999, 29(2): 167-170.
ZOU HAI, WANG GUI-LIANG, GUI HE-RONG, et al. The damage-back analysis study of rock mechanics parameter [J]. Journal of Changchun University of Science and Technology, 1999, 29(2): 167-170.
- [5] 余寿文, 冯西桥. 损伤力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [6] 冯西桥, 余寿文. 计算微裂纹损伤材料有效模量的一种简单方法[J]. 力学学报, 2001, 33(1): 102-108.
FENG XI-QIAO, YU SOU-WEN. A simplified calculation method for effective moduli of microcracked solids [J]. ACTA Mechanica Sinica, 2001, 33(1): 102-108.
- [7] 杨松林, 徐卫亚. 裂隙岩体有效弹性模量估计的一种方法[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2003, 31(4): 399-402.
YANG SONG-LIN, XU WEI-YA. A simple method to estimate the effective elastic moduli of cracked rock [J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2001, 33(1): 102-108.
- [8] KACHANOV M. Effective elastic properties of crack solids, critical review of some basic concepts [J]. Appl. Mech. Review, 1992, 45(7): 304-335.
- [9] BUDIANSKY B and O'CONNELL R J. Elastic moduli of a cracked solids [J]. Int. J. Solids Struct., 1976, 12(1): 81-95.
- [10] CHRISTENSE R M, LO K H. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models [J]. Phys. Solids, 1979, 27: 315-330.
- [11] ABOUDI J, BENVENSITE Y. The effective moduli of cracked bodies in phase deformations [J]. Eng. Fract. Mech., 1987, 26: 171-184.
- [12] HUANG Y, HU K, CHANDRA A. A generalized self-consistent mechanics method for microcracked solids [J]. J. Mech. Phys. Solids, 1994, 42(8): 1273-1291.
- [13] 程久龙. 岩体测试与探测[M]. 北京: 地震出版社, 2000.
- [14] 凌贤长, 蔡德所. 岩体力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2002.
- [15] 谷兆祺, 彭守拙, 李仲奎. 地下洞室工程[M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.

(编辑 胡玲)