

圆拱形断面隧道开挖对周围岩土环境安全评价

乔世范^{1,2}, 孙晓^{1,3}, 刘宝琛¹

(1. 中南大学 土木建筑工程学院, 湖南 长沙 410075; 2. 同济大学 交通运输学院, 上海 201804;
3. 中南大学 信息物理工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘要:基于随机介质理论研究了圆拱形断面隧道开挖对周围岩土体的影响问题, 推导了隧道上覆岩土体移动及变形的计算公式, 对其求解方法进行了一定的探讨, 获得了该问题的半解析解, 并编写了相关计算机程序。提出了随机介质变形破坏判据, 并应用于隧道开挖对周围岩土环境的安全评价中。通过工程实例, 理论预测结果和现场实测资料比较吻合, 证明该地表移动及变形预测方法的可靠性及周围岩土环境的安全评价方法的可行性。

关键词:隧道; 隧道开挖; 随机介质; 地表移动; 安全评价; 变形破坏判据; 计算机程序
中图分类号: TU 45 文献标志码: A 文章编号: 1674-4764(2009)05-0059-06

Safety Assessment of Circular Arches Tunnel Excavation on Surrounding Geotechnical Environment

QIAO Shi-fan^{1,2}, SUN Xiao^{1,3}, LIU Bao-chen¹

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Central South University, Changsha 410075, P. R. China; 2. College of Traffic and Transportation Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, P. R. China; 3. School of Info-physics and Geomatics Engineering, Central South University, Changsha 410075, P. R. China)

Abstract: Based on the stochastic medium theory, influence on the surrounding rock and soil by tunnel excavation was studied. formula for predicting movement and deformation of rock and soil mass caused by tunnelling were deduced. And especially for the tunnel with circular arch section, half analytic solution for this problem was put forward. Furthermore, a program was developed to compute the movement and deformation of the rock and soil mass resulted from excavation. The deformation failure criterion of stochastic medium for estimating the surroundings safety was provided and was applied in an engineering example, which proved that the results of the research were reasonable and significant for the tunnel safety construction.

Key words: tunneling; tunnel excavation; stochastic medium; movement of ground; safety estimate; deformation failure criterion; computer programs

大量的隧道工程建设实践表明, 隧道施工过程中会给周围的建筑物、地下构筑物或地下管网带来不同程度的影响, 地下工程施工会使周围的地层和地面产生变形, 严重者会造成建筑物产生不均匀沉降、开裂, 甚至倒塌。对于管线来说, 管线的接头部位会

因为扭角过大或变形过大发生破坏, 导致煤气泄漏、水管破裂等问题。在隧道施工引起的地表移动和变形中, 地表沉降的大小和分布是最受关注的。

Peck^[1] (1969) 在分析大量隧道开挖导致的地表沉降实测资料的基础上, 提出了地层损失的概念和

收稿日期: 2009-06-10

基金项目: 国家自然科学基金资助(50708116); 中国博士后基金资助(20080430690); 中国博士后科学基金特别资助(200801206)

作者简介: 乔世范(1975-), 男, 副教授, 博士(后), 主要从事岩土工程方面教学与科研工作, (E-mail) qiaoshifan@163.com。

估算隧道开挖地表下沉的实用方法,即 Peck 公式。Leu 和 Lo^[2](2004)基于神经网络回归分析模型对地下深部开挖引起的地表移动进行预测,以防止过大的沉降对周围建筑的损坏。Park^[3](2005)假设隧道开挖断面周围变形的边界条件为椭圆形,推导在软土地层中开挖圆形断面隧道引起的地表移动的弹性解。Yoo 和 Lee^[4](2008)采用 2D 有限元法利用 Lade 双硬化本构模型研究了地下开挖引起的地表移动规律。

在中国,针对隧道工程引起的地表移动问题也进行了大量的研究。刘宝琛等^[5-11]发展并完善了随机介质理论,并成功应用于地下开挖引起的岩土体的移动规律研究中。同济大学^[12]也较早地开展了隧道施工对周围岩土体环境影响的研究工作,对 Peck 地表下沉预测公式进行了修正,考虑岩土体受到扰动后的固结沉降。该文拟基于随机介质理论对圆拱形断面隧道开挖对周围岩土体的安全评价进行研究。

1 圆拱形断面隧道开挖对周围岩土体的影响

隧道施工是在复杂的岩土体中进行的,当岩土体因开挖而发生大量运动时,单个岩块或者土体颗粒的运动十分复杂。很难用经典力学的方法来分析各个岩土块体的运动状态。在这种情况下,应用概率统计的方法可以获得较好的效果。考虑到岩土体的运动为大量已知及未知因素所控制。从统计观点,可以将整个隧道开挖分解为无限多个无限小的开挖单元。整个开挖对地表的影响,应等于构成这一开挖的许多无限小开挖单元对地表影响的总和。随机介质理论,就是将岩土体视为随机介质,把地下开挖导致的岩土体移动向地表传递的过程看作随机过程,用概率论的方法推导了由地下单元开挖所引起的岩层及地表移动计算表达式,经迭加可得到整个开挖对上覆岩土体变形的影响,故只要将单元开挖引起的岩移情况探讨清楚,其他任意开挖引起的岩移问题也就解决了。

1.1 隧道开挖引起周围岩体移动预测的一般数学模型

假设拟在地面一定深度处修建任意形状断面的隧道,由隧道开挖引起的岩土体移动预测问题显然是个平面应变问题。如图 1,隧道断面的顶部距地表深度为 h ,对于开挖单元采用局部坐标系 $\xi'o'\eta'$,对于地表面则采用坐标系 xoy 。设 o' 在坐标系 xoy 中的坐标为 (x_0, y_0) 。如果隧道全部坍塌,则经过

一定的时间后,地表下沉将达到最大而稳定。由文献[5]可知,在单元开挖 $dx_0 dz_0$ 的影响下,开挖断面以上的岩土体的下沉 $W_e(x, z)$ 及水平位移 $U_e(x, z)$ 为:

$$W_e(x, z) = \frac{1}{r(z-z_0)} \exp\left[-\frac{\pi(x-x_0)^2}{r^2(z-z_0)}\right] dx_0 dz_0 \quad (1)$$

$$U_e(x, z) = \frac{2\pi b_z(x-x_0)}{r^2(z-z_0)} \exp\left[-\frac{\pi}{r(z-z_0)^2} \cdot (x-x_0)^2\right] dx_0 dz_0 \quad (2)$$

式中, $r(z-z_0)$ 、 $\tan \beta_z$ 、 b_z 分别为岩土体内部深度为 z 水平的主要影响范围,主要影响范围角正切、水平移动系数。其中, $r(z-z_0) = \frac{z-z_0}{\tan \beta_z}$ 。

假定整个开挖范围 Ω_0 分解为无限多个单元开挖,每个开挖单元完全塌陷,则应用叠加原理开挖范围 Ω_0 引起的岩土体的下沉 $W_0(x, z)$ 及水平位移 $U_0(x, z)$ 为:

$$W_0(x, z) = \iint_{\Omega_0} \frac{1}{r(z-z_0)} \exp\left[-\frac{\pi(x-x_0)^2}{r^2(z-z_0)}\right] dx_0 dz_0 \quad (3)$$

$$U_0(x, z) = \iint_{\Omega_0} \frac{2\pi(x-x_0)}{r^2(z-z_0)} b_z \exp\left[-\frac{\pi}{r(z-z_0)^2} \cdot (x-x_0)^2\right] dx_0 dz_0 \quad (4)$$

上式计算所得到的岩土体的移动为最不利的情况。实际工程中隧道建成后,隧道断面周围岩土体仅发生微小的位移。因此引起地表发生沉降的原因主要是由于隧道围岩向开挖临空面运动而导致隧道断面的收缩。如果隧道开挖初始断面为 Ω_0 ,隧道建成收缩为 Ω_1 ,则根据叠加原理,隧道施工引起的岩土体的移动应当等于开挖范围 Ω_0 引起的位移与开挖范围 Ω_1 引起的相应位移之差,即:

$$W(x, z) = W_0(x, z) - W_1(x, z) = \iint_{\Omega_0 - \Omega_1} \frac{1}{r(z-z_0)} \exp\left[-\frac{\pi(x-x_0)^2}{r^2(z-z_0)}\right] dx_0 dz_0 \quad (5)$$

$$U(x, z) = U_0(x, z) - U_1(x, z) = \iint_{\Omega_0 - \Omega_1} \frac{2\pi(x-x_0)}{r^2(z-z_0)} b_z \exp\left[-\frac{\pi}{r(z-z_0)^2} \cdot (x-x_0)^2\right] dx_0 dz_0 \quad (6)$$

由于地下开挖引起的岩土体的变形为各位移表达式对相应变量的导数,所以隧道开挖引起的岩土体的变形为:

$$T_x(x, z) = \frac{\partial W(x, z)}{\partial x} \quad (7)$$

$$E_x(x, z) = \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} \quad (8)$$

式中, $T_x(x, z)$ 、 $E_x(x, z)$ 分别为地下开挖引起的深度为 z 水平的倾斜及水平变形。

1.2 圆拱形断面隧道开挖引起的岩土体移动预测

隧道工程中,施工断面为圆拱形或似圆拱形的比较常见,如地铁隧道、公路隧道、地下管线隧道等。如图 2 所示隧道的圆拱形断面,假设该断面的初始开挖半径为 r ,断面顶部距地表为 h ,圆拱高为 h_0 。先研究最不利情况,即假定该圆拱形断面隧道完全坍塌,则经过一定时间后,地表将产生最大位移从而趋于稳定。下面对此种情况的求解进行研究。

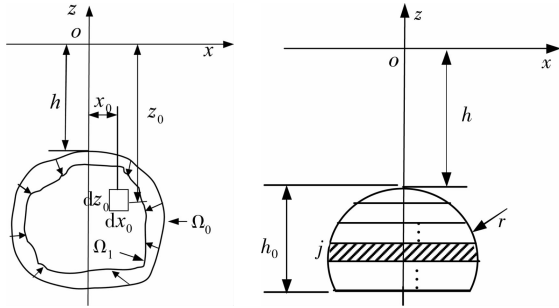


图 1 任意断面隧道开挖

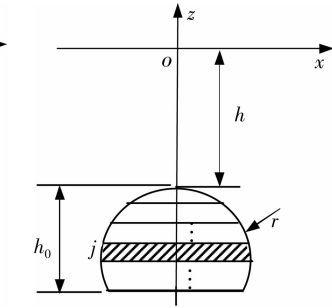


图 2 圆拱形断面隧道开挖完全塌陷情况

如图 2,圆拱形断面隧道开挖引起的岩土体的下沉及水平位移由公式(3)、(4)可得:

$$W_0(x, z) = \int_a^b \int_c^d \frac{1}{r(z-z_0)} \exp\left[-\frac{\pi(x-x_0)^2}{r^2(z-z_0)}\right] dx_0 dz_0 \quad (9)$$

$$U_0(x, z) = \int_a^b \int_c^d \frac{2\pi b_z(x-x_0)}{r^2(z-z_0)} \cdot \exp\left[-\frac{\pi}{r(z-z_0)} \cdot (x-x_0)^2\right] dx_0 dz_0 \quad (10)$$

上 2 式中,积分上下限 a, b, c, d 分别为: $a = -h - h_0; b = -h; c = -\sqrt{-(z+2r+h)(z+h)}; d = \sqrt{-(z+2r+h)(z+h)}$ 。

公式(9)、(10)中的被积函数均为不可积。对于被积函数由于在某个方向上不可积,而将沿该方向的积分区间分成若干子区间分别进行求解,然后通过求和的方法求出最终值称之为该问题的半解析解。可通过计算机手段进行编程求解。

如图 2 所示,圆拱形断面沿拱高等分为 k 层,每一条可近似为矩形,则每一条的厚度为:

$$m = \frac{h_0}{k} \quad (11)$$

$$x_j = -\sqrt{r^2 - (z_j + h + r)^2} - \sqrt{r^2 - \left[r - \frac{(2j-1)h_0}{2k}\right]^2} \quad (12)$$

$$z_j = -\left(h + m(j-1) + \frac{m}{2}\right) - \left(h + \frac{(2j-1)h_0}{2k}\right) \quad (13)$$

式中: z_j 为第 j 分层中心线的纵坐标; x_j 为第 j 分层

左端点的横坐标; L_j 为第 j 分层的长度。

对于第 j 分层的开挖引起的岩土体的下沉及水平位移的计算可由公式(3)、(4)得:

$$W_j(x, z) = \int_{x_j}^{-x_j} \frac{1}{r(z-z_0)} \exp\left[-\frac{\pi(x-x_0)^2}{r^2(z-z_0)}\right] dx_0 dz_0 = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{\pi}}{r(z-z_0)}(x-x_j)\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{\pi}}{r(z-z_0)}(x+x_j)\right] \right] dz_0 = \frac{m}{2} \left[\operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{\pi} \tan \beta_z}{z-z_j}(x-x_j)\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{\pi} \tan \beta_z}{z-z_j}(x+x_j)\right] \right] \quad (14)$$

$$U_j(x, z) = \int_{x_j}^{-x_j} \frac{2\pi b_z(x-x_0)}{r^2(z-z_0)} \exp\left[-\frac{\pi}{r(z-z_0)} \cdot (x-x_0)^2\right] dx_0 dz_0 = b_z \left[\exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta_z (x-x_j)^2}{(z-z_0)^2}\right] - \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta_z (x+x_j)^2}{(z-z_0)^2}\right] \right] dz_0 = mb_z \left[\exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta_z (x-x_j)^2}{(z-z_j)^2}\right] - \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta_z (x+x_j)^2}{(z-z_j)^2}\right] \right] \quad (15)$$

所以对于整个圆拱形断面开挖完全坍塌引起的岩土体的下沉及水平移动为:

$$W_0(x, z) = \sum_{j=1}^k W_j(x, z) \quad (16)$$

$$U_0(x, z) = \sum_{j=1}^k U_j(x, z) \quad (17)$$

隧道工程中,只能会由于开挖断面的收缩引起隧道上覆岩土体的移动,不允许发生完全坍塌的,因此可根据叠加原理,基于随机介质理论进行计算。

建立如图 3 所示的坐标系,对于圆拱形断面隧道,断面顶部距地表为 h ,拱高为 h_0 , Ω_0 代表初始断面,初始半径为 r_0 。开挖后隧道断面由初始断面 Ω_0 变为 Ω_1 ,断面顶部距地表变为 h_1 ,拱高变为 h'_1 ,圆拱半径变为 r_1 。在地表水平面上建立 x 轴,以 Ω_0 断面的中心线建立 z 轴,以 Ω_1 的中心线建立 z' 轴。 z 轴、 z' 轴与 x 轴分别相交于 o, o' 点。以坐标系 xoz 为整体坐标系, xoz' 为局部坐标系。设 o' 在坐标系 xoz 中的坐标为 $(x', 0)$ 。

根据公式(16)(17),可分别得出在坐标系 xoz 中 Ω_0 断面完全塌陷以及在坐标系 xoz' 中 Ω_1 断面完全坍塌引起岩土体的移动计算公式 $W_0(x, z)$, $U_0(x, z)$ 及 $W_1(x', z)$, $U_1(x', z)$,所以在坐标系 xoz 中,对于初始断面 Ω_0 开挖后收缩为 Ω_1 引起的地表及岩土体的移动的计算公式为:

$$W(x, z) = W_0(x, z) - W_1(x-x', z) \quad (18)$$

$$U(x, z) = U_0(x, z) - U_1(x-x', z) \quad (19)$$

对于上式,笔者开发了相应的程序,通过定义各位移函数的方法进行计算机编程,以便于工程应用。

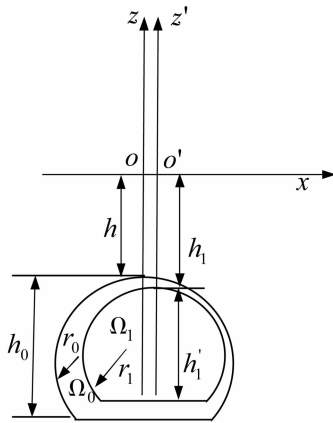


图 3 圆拱形断面隧道开挖

2 隧道施工对周围岩土环境的安全评价方法

目前,人们对开挖岩土工程的安全评价往往采用岩土体的应力强度破坏准则,即当围岩中的应力大于强度破坏准则,则认为岩土体是不安全的。事实上,这只是对岩土体本身的稳定性进行评判,但对于周围岩土环境未必是安全的。因为岩土工程开挖后引起原岩的应力重分布,必然引起开挖周围岩土体的变形,同时引起周边的各种建筑物、构筑物的协调变形。在某些情况下,岩土体本身是稳定的,但其变形如超过周边建筑设施所能承受的最大变形能力的限值,可能会产生严重的破坏,从这方面来看又是

不安全的,所以隧道施工对周围岩土环境的安全评价不仅要评价岩土体本身的稳定性,还要评价隧道开挖引起的地表变形对周边建筑设施的安全的影响。

近年来,人们加强了岩土工程的现场测量。通常,现场测量所获得的数据大都是岩体的变形或位移值。根据以往的习惯做法,大都将这些数据按某种力学模型推算出与其相对应的应力状态,然后利用某种应力破坏判据对这一应力状态进行稳定性评价。然而,力学模型的简化及应力应变状态的转换过程可能会丧失由监测所获得的岩土体的真正性状,使这一计算过程的精度很差。因此直接利用现场所测得应变或位移数据,根据变形表示破坏判据进行安全评价具有较好的优点。随着对变形特性的深入研究,应用变形表示岩土体的破坏判据是一个更切合实际的新的研究方向。

随机介质变形破坏判据就是以岩土体的变形作为岩土体破坏的准则,即变形达到某一定值时岩土体或邻近建筑物发生开裂破坏,即

$$|F| \geq F_f \quad (20)$$

式中: F 为隧道开挖引起的岩土体的变形值,可由随机介质理论进行求解; F_f 为开挖引起的岩土体破坏或建筑破坏时岩体或地表的最大允许变形值。

为了判断建筑物能否受到地下工程开挖的影响或影响程度,确保安全,现将地表保护分类等级示于表 1 中。

表 1 地表保护分类表

分类级别	建筑物破坏程度	地表变形值		
		倾斜 $T / (\text{mm} \cdot \text{m}^{-1})$	水平变形 $/ (\text{mm} \cdot \text{m}^{-1})$	曲率 K / m^{-1}
I	可靠地表,地表不会出现损害	≤ 2.5	≤ 1.5	$\leq 50 \times 10^{-6}$
II	安全地表,此地表不需对建筑物进行保护	≤ 5.0	≤ 3.0	$\leq 83 \times 10^{-6}$
III	基本安全地表,要求对地表建筑物进行保护	≤ 10.0	≤ 6.0	$\leq 166 \times 10^{-6}$
IV	不安全地表	≤ 15.0	≤ 9.0	$\leq 250 \times 10^{-6}$

事实上,矿区更加关注地下开采对地表的建筑物安全的影响,表 2、表 3 列出了两个矿区对于地表

变形对建筑物的破坏程度的统计情况,可供地下开挖引起的周围岩土体的安全评价参考。

表 2 峰峰矿区砖石结构建筑物的破坏(保护)等级

破坏等级	建筑物可能达到的破坏程度	地表变形值			处理方式
		倾斜 $T / (\text{mm} \cdot \text{m}^{-1})$	曲率 $K / (10^{-3} \cdot \text{m}^{-1})$	水平变形 $E / (\text{mm} \cdot \text{m}^{-1})$	
I	墙壁上不出现或仅出现少量宽度小于 4 mm 细微裂缝	≤ 3.0	≤ 0.2	≤ 2.0	不修
II	墙壁上出现 4~15 mm 宽的裂缝,门窗略有歪斜,墙皮局部脱落,梁支承处稍有异样	≤ 6.0	≤ 0.4	≤ 4.0	小修
III	墙壁上出现 16~30 mm 宽的裂缝,门窗严重变形,墙身倾斜,梁头有抽动现象,室内地坪开裂或鼓起	≤ 10.0	≤ 0.6	≤ 6.0	中修
IV	墙身严重倾斜、错动、外鼓或内凹,梁头抽动较大,屋顶、墙身挤坏,严重者有倒塌,危险	> 10.0	> 0.6	> 6.0	大修、重修或拆除

表 3 枣庄矿区建筑物的破坏等级

破坏等级	建筑物破坏程度	地表变形值			处理方式
		倾斜 $T /$ ($\text{mm} \cdot \text{m}^{-1}$)	曲率 $K /$ ($10^{-3} \cdot \text{m}^{-1}$)	水平变形 $E /$ ($\text{mm} \cdot \text{m}^{-1}$)	
I	墙身出现少量宽度不超过 4 mm 裂缝	<3.0	<0.2	<2.0	不修
II	墙身出现 4~10 mm 宽的裂缝,门窗歪斜,墙皮脱落,梁支撑处稍有异样	3~8	0.2~0.5	2~4	小修
III	墙身出现 10~20 mm 宽的裂缝,门窗变形,墙身倾斜,梁头有抽动现象,室内地坪开裂或鼓起	8~14	0.5~1.0	4~5	中修
IV	墙身裂缝宽达 20 mm 以上,墙上有水平裂缝,甚至错动,墙身严重倾斜并外鼓或内凹,梁头抽动较大,屋顶鼓起、墙身局部挤坏	>14	>1.0	>6.0	大修

由表 1—表 3 可看出,当地表水平应变 $E_{\min} \geq 6 \text{ mm/m}$ 时,是不安全的,工程上一般是不允许的。但对于各种变形安全评价准则在工程应用中,如有实际变形监测资料,仍需根据实际情况进行修正。

3 工程实例

某城市地下管线隧道岩层为 III 类围岩,上覆有 7 m 左右的土层,隧道断面为圆拱形,埋深为 18 m,初始半径为 2 m,初始圆拱高为 2.5 m。根据实际观测,开挖后围岩变形稳定后洞顶的下沉值为 32 mm。假设隧道断面的最低点未动,变形后的隧道断面仍近似圆拱形,且变形前后断面的圆心在一竖直线上。如图 4 所示,利用本文所建立的模型,由工程概况及地表移动实测资料反算可得, $r_0 = 2 \text{ m}$, $r_1 = 1.968 \text{ m}$, $h = 18 \text{ m}$, $h_0 = 2.5 \text{ m}$, $h_1 = 18.032 \text{ m}$, $h'_1 = 2.468 \text{ m}$, $x' = 0$, $\tan \beta = 1.5$, $b = 0.2$ 。该隧道开挖引起地表的位移及变形值的计算结果见图 5—图 8,其中实点为实测点,曲线为各预测结果。

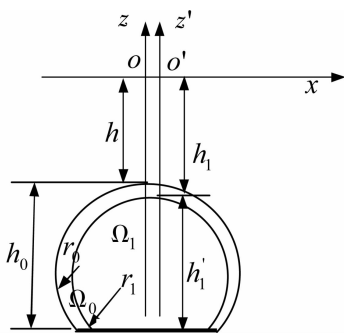


图 4 圆拱形断面隧道开挖

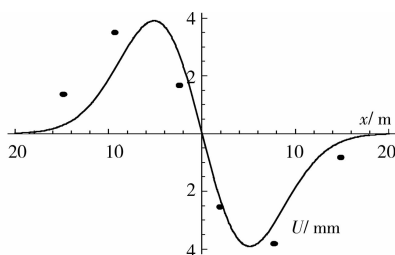


图 5 隧道开挖引起的地表水平位移

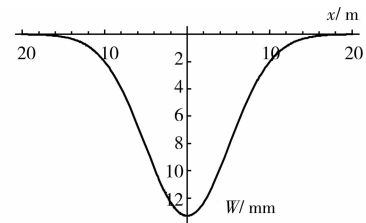


图 6 隧道开挖引起的地表下沉

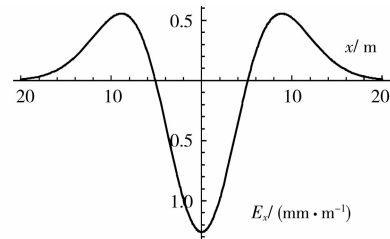


图 7 隧道开挖引起的地表水平变形

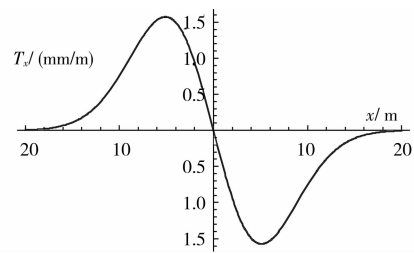


图 8 隧道开挖引起的地表倾斜

由图 5 可知,地表最大水平位移分别位于距隧道中心线 5.1 m 的两侧,约 3.9 mm,影响半径约为 12.0 m,水平位移理论计算结果和实测数据吻合得较好。由图 6—图 8 可知,地表最大下沉值位于隧道的中心线上,约 113.3 mm,最大水平拉伸变形距隧道中心线约 8.87 m,约 0.6 mm/m,而最大压缩变形也发生于隧道中心线上,约 1.3 mm/m。地表的倾斜都倾向隧道的中心线方向,最大倾斜发生在距隧道中心线的约 5.1 m,大小为 1.5 mm/m。因此,根据表 1 所示的地表允许变形的限值可判断该电缆隧道的开挖对地面建筑物的影响是安全的。

4 结 语

1) 基于随机介质理论提出了圆拱形断面隧道开挖对周围岩土环境影响程度的评价方法, 推导了隧道上覆岩土体移动及变形的计算公式, 并对其求解方法进行了一定的探讨, 求得了该问题的半解析解。通过定义各位移函数的方法进行计算机编程, 使该文研究成果便于工程应用。

2) 指出隧道施工对周围岩土环境的安全评价不仅要评价岩土体本身的稳定性, 还要评价隧道开挖引起的地表变形对周边建筑设施安全的影响。提出了随机介质变形破坏判据, 并应用于隧道开挖对周围岩土环境的安全评价中。

3) 工程实例表明, 理论预测结果和现场实测资料比较吻合, 证明提出的隧道开挖引起的地表移动及变形预测方法的可靠性及周围岩土环境的安全评价方法的可行性。

参考文献:

- [1] PECK R B. Deep excavations and tunneling in soft ground[C]//State of the Art Report, Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexio City, 1969: 225-290.
- [2] LEU SOU-SEN, LO HSIEN-CHUANG. Neural-network-based regression model of ground surface settlement induced by deep excavation[J]. Automation in Construction, 2004, 13(3): 279-289.
- [3] PARK KYUNG-HO. Analytical solution for tunnelling-induced ground movement in clays [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2005, 20(3): 249-261.
- [4] CHUNGSIK YOO, DONGYEOB LEE. Deep excavation-induced ground surface movement characteristics-A numerical investigation [J]. Computers and Geotechnics, 2008, 35(2): 231-252.
- [5] 阳军生, 刘宝琛. 城市隧道施工引起的地表移动及变形[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002.
- [6] 刘宝琛, 张家生, 廖国华. 随机介质理论在矿业中的应用[M]. 长沙: 湖南科技出版社, 2004.
- [7] YANG J S, LIU B C, WANG M C. Modeling of tunneling-induced ground surface movements using stochastic medium theory [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2004, 19(2): 113-123
- [8] QIAO S F, FANG L G, LIU B C. Prediction of ground displacement and deformation induced by large diameter piles[G]//ROBERT L P, ZHANG L M, et al. Foundation Analysis And Design Innovative Methods. New York: ASCE, 2006: 293-299.
- [9] 乔世范. 随机介质变形破坏判据研究及其工程应用 [D]. 长沙: 中南大学土木工程与建筑学院, 2006.
- [10] 施成华, 黄林冲. 顶管施工隧道扰动区土体变形计算 [J]. 中南大学学报, 2007, 36(2): 323-328.
- SHI CHENG-HUA, HUANG LIN-CHONG. Calculation of soil deformation in area of disturbance due to pipe-jacking construction[J]. Journal of Central South University (Natural Science), 2007, 36(2): 323-328.
- [11] 圆形断面隧道开挖引起的地表及岩土体的位移和变形计算研究, 岩石力学与工程学报, 2008, 27(S2): 3611-3616.
- QIAO SHI-FAN, YING JIAN-HUA, LIU BAO-CHEN. Study on movement and deformation of ground and soil and rock mass resulted from excavation of tunnel with circle section[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(S2): 3611-3616.
- [12] 刘建航, 侯学渊. 盾构法隧道[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1991.

(编辑 王秀玲)