

氯盐腐蚀钢绞线的断裂抗力分布模型

李富民^{a,b}, 袁迎曙^{a,b}, 张建清^{a,b}

(中国矿业大学 a. 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室; b. 建筑工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要:为获得腐蚀钢绞线的断裂失效概率模型,需要研究基于某种断裂准则的断裂抗力分布模型。首先提出了以塑性理论中的 Mises 应变作为断裂参量的腐蚀钢绞线的断裂准则,然后通过对 14 根氯盐腐蚀钢绞线试样的拉伸试验获得了 46 根断裂钢丝以及它们在拉断时的平均拉应力及断口处蚀坑的几何形状与尺寸,并采用 ANSYS 有限元软件模拟得到了每根钢丝的断裂抗力值;以此作为腐蚀钢绞线断裂抗力分布的数据样本,采用数理统计软件 SPSS 分析了其分布特征,结果表明,在 0.05 的显著性水平下,腐蚀钢绞线的断裂抗力不拒绝正态分布及对数正态分布,并得到了这两种分布模式下腐蚀钢绞线断裂抗力的分布模型(概率密度函数)。

关键词:预应力混凝土;耐久性;氯盐环境;钢绞线腐蚀;断裂抗力;分布模型

中图分类号: TU511.3; TU378.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2009)06-0034-06

Distribution Models of the Fracture Resistance of Steel Strands Corroded by Chloride

LI Fu-min^{a,b}, YUAN Ying-shu^{a,b}, ZHANG Jian-qing^{a,b}

(a. State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering; b. School of Architecture and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, Jiangsu, P. R. China)

Abstract: Mises strain from plastic theory was put forward to be the fracture criterion of corroded steel strands. By tension tests of 14 corroded steel strands with chloride, 46 breaking wires were obtained with the mean tension stress and the geometric configuration of the pit. Based on the above, the fracture resistance of each breaking wire was simulated by the finite element software ANSYS. And the simulation results were addressed to analyse the characteristics of fracture resistance with SPSS software. It was found that at the significance level of 0.05, both normal distribution and logarithmic normal distribution were not refused for the fracture resistance distribution. Hence, the distribution models (percentage distribution function) were obtained under the two distribution modes.

Key words: prestressed concrete; durability; chloride environment; corrosion of steel strands; fracture resistance; distribution models

预应力混凝土结构广泛应用于各类工程结构,但对于处在海洋环境、沿海环境、西部盐碱环境、寒冷地区除冰盐环境等氯盐侵蚀环境中的预应力混凝土结构,其基于力筋腐蚀的耐久性问题已经十分严重^[1-4],因此,有必要对基于力筋腐蚀的预应力混凝土

结构耐久问题性展开系统研究。文献[5]研究了氯盐环境混凝土中钢绞线的腐蚀形态问题,发现其腐蚀具有典型的坑蚀特征;文献[6]研究了氯盐环境混凝土中钢绞线的应力腐蚀敏感性,发现其对应力腐蚀并不敏感;文献[7]研究了混凝土中预应力

收稿日期:2009-05-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50478100,50538070);徐州市社会发展基金资助项目(2006-15, XM07C082)

作者简介:李富民(1972-),男,博士,副教授,主要从事预应力混凝土结构及其耐久性研究,(E-mail)lfmfm@163.com。

钢筋的腐蚀动力学问题,建立了腐蚀过程的电动力学模型。基于上述研究基础,进一步研究腐蚀力筋力学性能退化问题将是预应力混凝土结构耐久性研究领域的又一项关键工作。

国内外已有少量关于腐蚀力筋力学性能退化规律的研究:文献[8-9]研究了腐蚀预应力钢丝的力学性能退化问题;文献[10-12]研究了通电腐蚀钢绞线的力学性能退化问题;文献[13-14]研究了模拟自然腐蚀钢绞线的受拉断裂特征及受拉性能退化规律等问题。但是,关于腐蚀力筋断裂失效模型的研究还极为鲜见。

根据结构失效原理,腐蚀钢绞线的断裂与否取决于断裂效应和断裂抗力的对比关系;同时,由于材料性能的不定性、蚀坑分布的随机性以及荷载作用的随机性等原因,使得腐蚀钢绞线的断裂抗力和断裂效应均应按随机问题处理,即需要获得断裂抗力和断裂效应的分布模型。

该文主要解决其中断裂抗力的分布模型,为此,首先确定腐蚀钢绞线的断裂准则以获得断裂抗力的力学参量,然后通过对腐蚀钢绞线的拉伸试验获得其钢丝断裂时的平均拉应力及断口处蚀坑的几何形状与尺寸,在此基础上,采用 ANSYS 软件模拟每根断裂钢丝的断裂抗力值并得到统计数据样本,最后采用数理统计软件 SPSS 分析腐蚀钢绞线的断裂抗力分布模型。

1 断裂准则

文献[13]表明,腐蚀钢绞线的最大抗拉承载力出现在首根(批)钢丝断裂时,首根(批)钢丝的断裂即代表了钢绞线的断裂失效。所以,讨论钢绞线的断裂准则实际上只需讨论单根钢丝的断裂准则即可。

文献[13]关于腐蚀钢绞线钢丝断裂机制的分析表明,不管是宏观延性断裂还是宏观脆性断裂,其微观断裂机制都可归于超量的塑性变形,因此,可以考虑采用材料力学方法中的塑性破坏准则作为腐蚀钢绞线钢丝的断裂准则。形状改变比能理论(以 Mises 应力达到材料的屈服强度作为屈服判据)是用于可屈服钢材屈服条件最为流行的判据之一,但

该理论是以刚刚屈服作为破坏准则,用于应变梯度较大的腐蚀钢丝的断裂分析过于苛刻。与 Mises 应力相对应,塑性理论中还常用到一个应变不变量——Mises 应变^[15],该文以 Mises 应变 ϵ_v 达到极限值 $\epsilon_{v,u}$ 作为断裂准则,即

$$\epsilon_v = \epsilon_{v,u} \tag{1}$$

ϵ_v 有多种不同系数的表达式,此处引用 ANSYS 软件采用的表达式,表示如下:

$$\epsilon_v = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu')} \cdot \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu')} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2} \tag{2}$$

式中: ν' 为等效波松比,弹性阶段采用材料波松比,即 $\nu' = \nu$; 塑性阶段取 $\nu' = 0.5$ 。

下面通过试验研究和 ANSYS 有限元模拟确定腐蚀钢绞线钢丝的 Mises 应变极限值 $\epsilon_{v,u}$ ——断裂抗力。

2 试验研究

为获得腐蚀钢绞线的断裂抗力,首先需要进行腐蚀钢绞线试样的拉伸试验,为此,特制作了 7 个掺盐混凝土试件进行腐蚀(掺盐率为水泥质量的 5%),每个试件内对称放置 2 根 $\phi 12.7(1 \times 7)$ 1 860 级钢绞线;试件设计如图 1。腐蚀持续 13 个月之后破形得到了 14 根腐蚀钢绞线试样,其编号为 CS1~CS14;腐蚀具有典型的坑蚀特征,如图 2;各试样的平均腐蚀率见表 1。

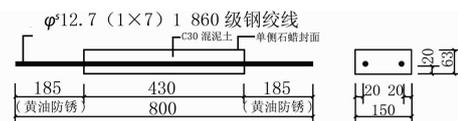


图 1 钢绞线腐蚀试件设计



图 2 钢绞线的腐蚀形态

表 1 钢绞线试样的平均腐蚀率

试样	CS1	CS2	CS3	CS4	CS5	CS6	CS7	CS8	CS9	CS10	CS11	CS12	CS13	CS14
$\rho / \%$	0.61	0.76	0.63	0.64	0.85	0.60	0.62	0.62	0.47	0.50	0.41	0.43	→0	→0

然后对 14 根腐蚀钢绞线试样进行了拉伸试验, 试验在电液伺服机上进行, 全部加载过程采用位移控制方式, 加载速度为 0.5 mm/min。每根钢绞线当加载至出现 3 批断丝时停止试验。

在对 14 根腐蚀钢绞线试样进行拉伸试验时, 有 11 根钢绞线的每批只断裂 1 根钢丝, 其余 3 根钢绞线的某些批次断裂多于 1 根钢丝, 如此共获得了 46 根断裂钢丝。

通过数据采集系统记录了拉伸过程中每根钢丝断裂时施加在钢绞线上的拉伸力, 由此计算得到每根钢丝断裂时施加在钢绞线上的平均拉应力, 并将其视作该钢丝断裂时所承受的平均拉应力 σ_m 。每根钢丝断裂时所承受的平均拉应力 σ_m 之试验结果将在第 3 节表 2 中给出, 其中大部分钢绞线的后一批断丝平均应力大于前一批断丝平均应力, 但有些钢绞线例外, 这应归因于特殊断丝后的奇异内力重分布, 此时, 就以前一批断丝平均应力代替后一批断丝平均应力。

拉伸试验结束后, 对每根断裂钢丝断口处的蚀坑形状进行观察, 发现所有蚀坑的几何形状可近似的抽象为棱锥形、马鞍形及椭球形等 3 种典型形式; 同时采用百分尺(尾部磨尖)量取了每一根钢丝断口处蚀坑的长度、宽度及深度等 3 维尺寸, 测量中深度和宽度精确到 0.01 mm, 长度精确到 0.1 mm。

有了每根钢丝断裂时所承受的平均拉应力、断口处的蚀坑形状及其 3 维尺寸, 便可采用有限元模拟获得每根钢丝的断裂抗力。

3 腐蚀钢绞线钢丝断裂抗力的有限元模拟

采用 ANSYS 软件对腐蚀钢绞线钢丝的断裂抗力进行有限元模拟。

3.1 材料属性及本构关系

ANSYS 分析中, 假定钢绞线钢丝的材料属性为非线弹性材料模型中的各向等向强化率不相关塑性

模型。

简化的本构关系由拉伸试验确定。通过对 4 根无腐蚀 $\phi^{12.7}(1 \times 7)$ 1 860 级钢绞线中心钢丝的拉伸试验, 综合得到了钢绞线钢丝的本构关系曲线如图 3 所示。

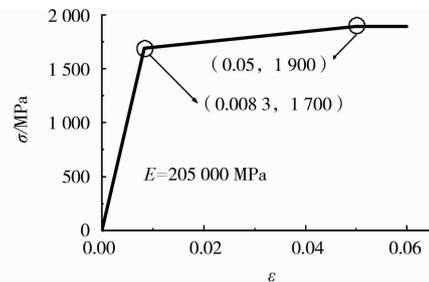


图 3 钢绞线钢丝的本构关系曲线

3.2 腐蚀钢绞线钢丝的 ANSYS 模型

3.2.1 简化几何模型

钢绞线由若干根钢丝捻制而成, 每根外丝纵轴呈螺旋形。钢绞线受拉时各根外丝互相抱紧, 与中心钢丝形成一个整体而共同变形。因此, 对每根外围钢丝而言, 其受力状态接近于直钢丝受拉, 而并不同于一根独立的螺旋钢丝受拉(此条件下存在着拉直过程的几何大变形及扭矩作用)。基于如此考虑, 也为使问题简化, 可将处在钢绞线中受拉的各外围钢丝视作独立的一根直钢丝受拉。

根据试验观察, 钢绞线钢丝的蚀坑形态非常典型, 一个明显的蚀坑沿钢丝横截面周圈往往是孤立存在的, 即钢丝同一个横截面上很少同时出现 2 个明显蚀坑; 另外, 蚀坑沿钢丝纵轴线的分布也比较分散, 两个相邻蚀坑之间的相互影响较小。因此, 在分析某个蚀坑处的力学效应时, 可以用 1 根钢丝上只有 1 个蚀坑的几何模型进行有限元分析。

钢绞线钢丝上的蚀坑几何形状可抽象为棱锥形、马鞍形以及椭球形 3 类, 它们均可通过有关布尔运算在 ANSYS 中实现。图 4 为腐蚀钢绞线试样 CS1 中的 3 根断裂钢丝断口处蚀坑的几何模拟。

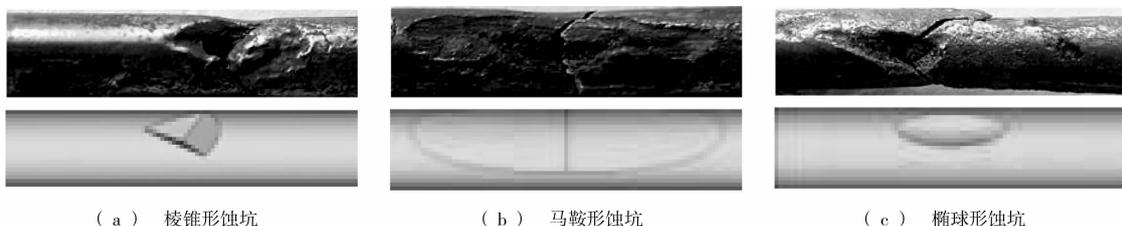


图 4 钢绞线钢丝的蚀坑形状及 ANSYS 模拟

3.2.2 ANSYS 分析模型

根据上述简化几何模型,腐蚀钢绞线钢丝可以采用 1 根中部带有 1 个蚀坑的圆柱受拉模型进行 ANSYS 分析。

根据实测,模拟钢绞线(ϕ 12.7(1×7) 1 860 级钢绞线)的外丝直径平均约为 4.25 mm,因此,模拟受拉圆柱的直径也取 4.25 mm;另外,根据多次试算,模拟受拉圆柱的长度取 50 mm 即可消除 2 端约束条件的影响。

模拟受拉圆柱的一端被固接,另一端沿圆柱纵轴方向的自由度被耦合以模拟其绕横轴的转动位移受到远处钢丝及周围其他钢丝的约束,并在该端施加满布均布面荷载。

模拟受拉圆柱采用 Solid45 实体单元并划分自由四面体网格。

图 5 为带有椭圆形蚀坑的腐蚀钢绞线钢丝的 ANSYS 分析模型示意。

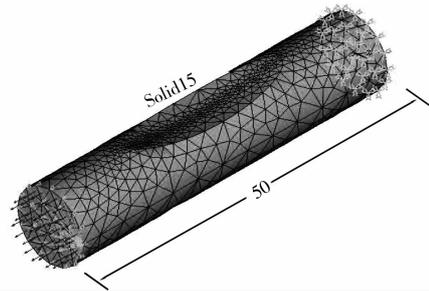


图 5 腐蚀钢绞线钢丝的 ANSYS 分析模型示意

3.3 腐蚀钢绞线钢丝断裂抗力的 ANSYS 模拟结果

根据每根腐蚀钢绞线钢丝断裂时所承受的平均拉应力、断口处蚀坑的几何形状及其 3 维尺寸,采用 3.2 节给出的 ANSYS 有限元模型分析得到了 46 根断裂钢丝的断裂抗力,如表 2。

表 2 腐蚀钢绞线钢丝断裂时的平均拉应力及断裂抗力

编号	CS1-1	CS1-2	CS1-3	CS2-1	CS2-2	CS2-3	CS3-1	CS3-2	CS3-3	CS4-1	CS4-2	CS4-3
σ_m / MPa	1 639	1 723	1 723	1 683	1 782	1 809	1 675	1 689	1 689	1 661	1 661	1 382
$\epsilon_{v,u}$	0.057 8	0.058 4	0.053 1	0.086 0	0.056 7	0.044 1	0.037 8	0.040 6	0.035 5	0.014 8	0.019 5	0.011 5
编号	CS5-1	CS5-2	CS5-3	CS6-1	CS6-2	CS6-3	CS7-1	CS7-2	CS7-3-1	CS7-3-2	CS8-1	CS8-2
σ_m / MPa	1 690	1 697	1 707	1 639	1 639	1 646	1 464	1 621	1 667	1 667	1 705	1 740
$\epsilon_{v,u}$	0.051 4	0.064 9	0.044 8	0.017 8	0.011 0	0.011 2	0.048 9	0.020 3	0.022 3	0.012 7	0.081 8	0.042 7
编号	CS8-3	CS9-1	CS9-2	CS9-3-1	CS9-3-2	CS9-3-3	CS10-1	CS10-2	CS10-3	CS11-1-1	CS11-1-2	CS11-2
σ_m / MPa	1 740	1 734	1 833	1 840	1 840	1 840	1 705	1 714	1 718	1 705	1 705	1 758
$\epsilon_{v,u}$	0.046 1	0.042 7	0.052 8	0.052 7	0.046 3	0.056 5	0.043 7	0.061 1	0.083 1	0.055 9	0.039 2	0.068 1
编号	CS11-3	CS12-1	CS12-2	CS12-3	CS13-1	CS13-2	CS13-3	CS14-1	CS14-2	CS14-3		
σ_m / MPa	1 761	1 690	1 690	1 748	1 712	1 712	1 768	1 726	1 776	1 789		
$\epsilon_{v,u}$	0.040 7	0.023 5	0.025 7	0.039 2	0.031 2	0.011 4	0.029 2	0.051 1	0.040 3	0.064 5		

注:断裂钢丝编号 CS*i*-*j*-*k* 表示腐蚀钢绞线试样 CS*i* 中第 *j* 批、第 *k* 根断裂钢丝; σ_m 表示钢丝断裂时所承受的平均拉应力,MPa; $\epsilon_{v,u}$ 表示钢丝断裂时蚀坑处的最大 Mises 应变,即断裂抗力。

4 腐蚀钢绞线断裂抗力的分布模型

第 3 节得到了 46 个关于腐蚀钢绞线钢丝的断裂抗力值,下面可以通过数理统计方法获得其分布模型。由于钢绞线中任何一根钢丝的断裂即意味着钢绞线的断裂失效,因此,所得到的关于钢绞线钢丝断裂抗力的分布模型也就代表了钢绞线断裂抗力的分布模型。

4.1 分布模式假定及拟合优度检验

由于正态分布和对数正态分布往往对材料抗力

(如强度)类的分布具有较好的适用性,同时,这 2 类分布还具有较为成熟的数学处理方法,因此,这里首先假定正态分布或对数正态分布作为腐蚀钢绞线断裂抗力的分布模式。

采用数理统计软件 SPSS 对上述 46 个断裂抗力值及其对数值所构成的数据样本进行了分析,表 3 为其描述性统计量,图 6 和图 7 分别为 2 个数据样本的分布直方图。

表 3 断裂抗力及其对数的描述性统计量

项目	N	平均值	标准差	极小值	极大值	百分位值		
						第 25 个	第 50 个	第 75 个
断裂抗力	46	0.042 4	0.019 7	0.011 0	0.086 0	0.025 2	0.043 2	0.056 1
断裂抗力对数	46	-3.296	0.572 7	-4.510	-2.453	-3.684	-3.142	-2.882

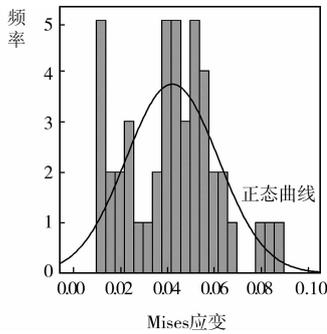


图 6 断裂抗力的分布直方图

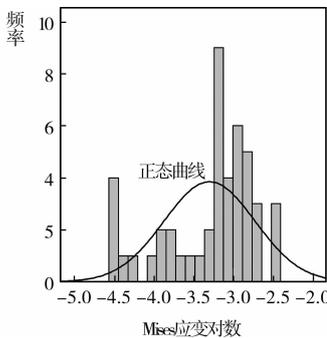


图 7 断裂抗力对数的分布直方图

分布直方图可以大致反映数据样本的分布趋势,比如,从图 6 和图 7 可以看出,相对于对数正态分布,正态分布对腐蚀钢绞线断裂抗力数据样本具有更好的适用性,然而,这两种分布模式各自的适用程度有多大却并不清楚。要定量分析某种分布模式的适用性还需要进行拟合优度检验。

这里仍然采用数理统计软件 SPSS 对上述 46 个断裂抗力值分布的正态性及对数正态性进行拟合优度的 K-S 检验,结果是:正态检验的精确显著性(双侧)水平为 0.874,对数正态检验的精确显著性(双侧)水平为 0.059,二者均大于正常可接受的显著性水平 0.05。这说明,腐蚀钢绞线的断裂抗力在 0.05 显著性水平下不拒绝正态分布和对数正态分布。

4.2 分布模型

为简化表达,这里将腐蚀钢绞线断裂抗力变量记为 R 。于是,根据数理统计理论, R 的正态分布概率密度函数 $f(R)$ 和对数正态分布概率密度函数 $f'(R)$ 分别表达为式和式。

$$f(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp\left[-\frac{(R-\mu_R)^2}{2\sigma_R^2}\right] \quad (3)$$

$$f'(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln R}R} \exp\left[-\frac{(\ln R-\mu_{\ln R})^2}{2\sigma_{\ln R}^2}\right] \quad (4)$$

式中: σ_R 和 $\sigma_{\ln R}$ 分别为断裂抗力数据样本及其对数值数据样本的标准差; μ_R 和 $\mu_{\ln R}$ 分别为断裂抗力数据样本及其对数值数据样本的平均值。

根据表 3, $\sigma_R = 0.019 7$, $\mu_R = 0.042 4$; $\sigma_{\ln R} = 0.572 7$, $\mu_{\ln R} = -3.296$ 。将这些数据代入式和式,即可得到腐蚀钢绞线断裂抗力的正态分布模型及对数正态分布模型,分别为式和式。

$$f(R) = 20.25 \cdot \exp[-1.288(R - 0.042 4)^2] \quad (5)$$

$$f'(R) = \frac{1}{1.436R} \cdot \exp[-1.524(\ln R + 3.296)^2] \quad (6)$$

5 结 论

1) 提出以塑性理论中的 Mises 应变作为断裂参数的腐蚀钢绞线的断裂准则。

2) 通过腐蚀钢绞线的静力拉伸试验配合 ANSYS 有限元模拟得到了 46 个断裂抗力数据;采用数理统计软件 SPSS 对该数据样本的统计表明,腐蚀钢绞线的断裂抗力不拒绝正态分布及对数正态分布(二者 K-S 检验的显著性水平分别为 0.874 和 0.059,均高于一般可接受的 0.05 水平),并得到了这两种分布模式下腐蚀钢绞线断裂抗力的分布模型(概率密度函数)。

3) 为使腐蚀钢绞线的断裂抗力分布模型具有更为广泛的代表性,还需做更多的试验、分析及统计工作以扩充数据样本容量;另外,为最终获得腐蚀钢绞线的断裂失效概率模型,还需对其断裂效应分布模型进行新的研究工作。

参考文献:

- [1] SCHUPACK M. A survey of the durability performance of post-tensioning tendons [J]. ACI

- Journal, 1978, 75(10): 501-510.
- [2] NUMBERGER U. Corrosion protection of prestressing steels[C]//FIP State-of-the-Art Report, Draft Report, FIP, London, 1986.
- [3] WALTER P J. Corrosion of prestressing steels and Its mitigation[J]. PCI Journal, 1992(5): 34-55.
- [4] NUEMBERGER U. Reasons and prevention of corrosion induced failures of prestressing steel in concrete[C]//In: Jin Weiliang, et al. Proceeding of the International Conference on Durability of Concrete Structures. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2008: 137-145.
- [5] LI FU-MIN, YUAN YING-SHU, WANG BO, et al. Corrosion characteristics of prestressing steel strands in concrete corroded by chloride attack[C]//In: Yakota Hiroshi, et al. Proceeding of the 2nd International Workshop on Life Cycle Management of Coastal Concrete Structures. Yokohama: Port and Airport Research Institute, 2008: 95-98.
- [6] LI FU-MIN, YUAN YING-SHU, JIANG JIAN-HUA, et al. Stress corrosion cracking susceptibility of steel strands in concrete contaminating salt[C]//In: Sun Wei, et al. Proceeding of the First International Conference of Microstructure Related Durability of Cementitious Composites. Bagneux: RILEM Publication S. A. R. L., 2008: 463-472.
- [7] 李富民, 袁迎曙, 姬永生, 等. 混凝土中钢筋腐蚀的动力学行为[J]. 中国矿业大学学报, 2008, 37(4): 565-569.
- LI FU-MIN, YUAN YING-SHU, JI YONG-SHENG, et al. The corrosion kinetics of steel bars embedded in concrete[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2008, 37(4): 565-569.
- [8] VEHOVAR L, KUCHAR V, VEHOVAR A. Hydrogen-assisted stress-corrosion of prestressing wires in a motoway viaduct[J]. Engineering Failure Analysis, 1998, 5(1): 21-27.
- [9] VALIENTE A. Stress corrosion failure of large diameter pressure pipelines of prestressed concrete[J]. Engineering Failure Analysis, 2001, 8: 245-261.
- [10] 郑亚明, 欧阳平, 安琳. 锈蚀钢绞线力学性能的试验研究[J]. 现代交通技术, 2005(6): 33-36.
- ZHENG YA-MING, OU YANG-PING, AN LIN. Study on the test of mechanical properties of corroded steel bar embedded in concrete[J]. Modern Technique of Communication, 2005(6): 33-36.
- [11] DARMAWAN M S, STEWART M G. Spatial time-dependent reliability analysis of corroding pretensioned prestressed concrete bridge girders [J]. Structural Safety, 2007, 29: 16-31.
- [12] 罗小勇, 李政. 无粘结预应力钢绞线锈蚀后力学性能研究[J]. 铁道学报, 2008, 30(2): 108-112.
- LUO XIAO-YONG, LI ZHENG. Mechanical performance of corroded unbonded prestressed steel stranded wires [J]. Journal of the China Railway Society, 2008, 30(2): 108-112.
- [13] 李富民, 袁迎曙. 锈蚀钢绞线的静力拉伸断裂特性[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2007, 37(5): 904-909.
- LI FU-MIN, YUAN YING-SHU. Fracture behaviour of corroded steel strands under static tension [J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2007, 37(5): 904-909.
- [14] 李富民, 袁迎曙, 杜健民, 等. 氯盐腐蚀钢绞线的受拉性能退化特征[J]. 东南大学学报, 2009, 39(2): 340-344.
- LI FU-MIN, YUAN YING-SHU, DU JIAN-MIN, et al. Deterioration of tensile behavior of steel strands corroded by chloride [J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2009, 39(2): 340-344.
- [15] 熊祝华. 塑性力学基础知识[M]. 北京: 高等教育出版社, 1986.

(编辑 胡玲)