起始水力梯度对真空预压下砂井地基固结过程的影响

周 琦,邓志勇,王友元,张 峰

(中交四航工程研究院有限公司,广州 510230)

摘 要:针对粘土中孔隙水渗流存在起始水力梯度的现象,将考虑起始水力梯度的非 Darcy 渗流方 程引入传统的砂井固结理论对其进行修正,并给出了真空预压下砂井地基固结近似解。探讨起始 水力梯度对真空预压下砂井地基固结过程的影响,包括渗流前锋面的运动规律、孔隙水压力的分布 变化规律和平均固结度的变化规律。结果表明,由于存在起始水力梯度,会延缓真空压力的传播, 进而影响孔隙水的渗流和整个土层的固结速度。起始水力梯度越大,滞后现象越明显。此外,起始 水力梯度的存在将使平均孔隙水压力逐渐趋于某一稳定值,但无法达到真空压力,所以最终平均固 结度将小于 100%,且其值随起始水力梯度的增大而减小。

关键词:起始水力梯度;非 Darcy 渗流;渗流前锋面;真空预压;砂井地基 中图分类号:TU 470 文献标志码:A 文章编号:1674-4764(2010)02-0046-07

Effect of Initial Hydraulic Gradient on Consolidation of Sand-drained Ground Improved by Vacuum Preloading

ZHOU Qi, DENG Zhi-yong, WANG You-yuan, ZHANG Feng

(Engineering Technology Research Co. Lth. of CCCC Fourth Harbor Engineering Co. Lth., Guangzhou 510230, P. R. China)

Abstract: Because of the existence of initial hydraulic gradient in clay, non-Darcy equation with initial hydraulic gradient was modified with classical consolidation theories of sand-drained ground. And the approximate solution in the instance of vacuum preloading was presented. Based on this, the effect of initial hydraulic gradient on the seepage front, the pore water pressure and the average degree of consolidation were investigated. It was found that the spread of vacuum pressure was delayed because of initial hydraulic gradient, resulting in the dissipation of pore water pressure and the speed of soil layer consolidation. The hysteresis became more and more evident with the increase of initial hydraulic gradient. In addition, initial hydraulic gradient also caused some residual pore water pressure which could not reach vacuum pressure. Thus, the ultimate average degree of consolidation was less than 100%, which decreased with the increase of initial hydraulic gradient.

Key words: initial hydraulic gradient; non-Darcy seepage; seepage front; vacuum preloading; sand-drained ground

真空预压法是处理软粘土地基的有效方法之一。运用该法加固软基时,常需先在预加固软基中 打设砂井或塑料排水板作为竖向排水体加速排水固结,从而形成砂井地基。有关砂井地基固结问题,众 多学者开展了理论和应用研究工作,如 Barron^[1]、 Hansbo^[2]、Yoshiuni^[3]、谢康和^[4]等。上述砂井地基 固结理论均建立在假定土中孔隙水渗流服从 Darcy 定律的基础上,但大量研究成果表明^[5-9],对粘土而 言,由于土颗粒周围结合水薄膜的流变特性,只有当 水力梯度达到某一数值,克服吸着水粘滞阻力以后,

收稿日期:2009-12-12

作者简介:周琦(1979-),男,博士,主要从事地基基础工程研究,(E-mail)nickvictory@163.com。

才能发生渗透,土中孔隙水的渗流存在起始水力梯 度,偏离线性的 Darcy 定律。Kutilek 曾归纳总结了 12 种由不同学者测定的非 Darcy 型关系曲线^[10]。 在此基础上,许多学者将非线性渗流方程引入传统 饱和土固结理论对其进行修正。Hansbo 将指数型 的关系引入砂井地基固结理论,提出法[8][11]。刘慈 群、邓英尔等建立了低渗透介质非线性竖向和径向 渗流控制方程,并得到其近似解和数值解[12-14]。刘 忠玉等采用考虑起始水力梯度的非 Darcy 渗流方程 修正了 Terzaghi 饱和粘土一维固结理论^[15-19]。在传 统砂井固结理论基础上,该文采用考虑起始水力梯 度的渗流方程取代 Darcy 定律描述孔隙水的渗流运 动,对传统砂井地基固结理论进行修正。通过与前 者的比较,探讨起始水力梯度对真空预压下砂井地 基固结过程的影响,着重研究渗流前锋面的运动规 律、孔隙水压力分布变化规律和平均固结度的变化 规律。

1 分析模型

1.1 基本假定

在孔隙水渗流方面,采用考虑起始水力梯度的 渗流方程取代线性 Darcy 定律,其典型渗流规律曲 线如图1所示。



图 1 存在起始水力梯度的典型渗流规律曲线

描述图1的数学模型可表示为:

$$v = \begin{cases} 0 & i < i_{\rm b} \\ k(i - i_{\rm b}) & i \ge i_{\rm b} \end{cases}$$
(1)

式中:*i*_b 为起始水力梯度;*k* 表示图 1 中直线段的斜率,可认为是广义渗透系数,不同于 Darcy 定律中定义的线性渗透系数,为方便简写成渗透系数。

这种模型的物理意义是:存在大于 i_b 的运动区和小于 i_b 的静止区,两区的分界面是运动发展的,亦即它表示存在活动边界的非线性模型^[12]。考虑到起始水力梯度 i_b 的存在,真空压力 $-p_0$ 不会瞬时传播到达单并有效影响半径 r_c 。由此假设,渗流前锋面从砂井壁逐步沿径向向外辐射展开,其运动规律 $r_f(t)$ (可简写成 r_f)是时间 t 的函数,到达涂抹区半径 r_s 、单并有效影响半径 r_c 的时间分别为 t_s 和 t_c 。

除此之外,采用与传统砂井固结理论相同的假 定,即土是均匀、完全饱和的,且只考虑径向渗流和 竖向压缩变形。考虑涂抹效应,忽略井阻作用,计算 示意图如图 2 所示。



图 2 砂井地基径向固结问题示意图

1.2 建立模型及求解

1.2.1 渗流前锋面扩展过程中

在此阶段,渗流固结是从砂井壁逐渐延伸至土体边界,所以靠近砂井土体固结较快,远离砂井土体 的渗流固结存在滞后现象,实际中的情况更接近于 自由应变情况。因此,在渗流前锋面扩展过程中,假 定土体渗流固结满足自由应变情况。设任意时刻t土 层中任意一点的孔隙水压力为u(r,z,t),孔隙水渗 流遵循式(1)所示的渗流规律,则砂井地基自由应变 情况下轴对称固结基本微分方程为

$$\frac{\partial u_{s}}{\partial t} = C_{hs} \Big(\frac{\partial^{2} u_{s}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{s}}{\partial r} - \frac{i_{hs} \gamma_{w}}{r} \Big)
r_{w} < r \leqslant r_{f}(t) \leqslant r_{s}$$

$$\frac{\partial u_{r}}{\partial t} = C_{hr} \Big(\frac{\partial^{2} u_{r}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r}}{\partial r} - \frac{i_{hr} \gamma_{w}}{r} \Big)
r_{s} < r \leqslant r_{f}(t) \leqslant r_{s}$$
(2)
(3)

式中: u_s 、 u_r 分别为涂抹区和原状土区中孔隙水压 力; c_{hs} 为涂抹区径向固结系数, $c_{hs} = k_s/\gamma_w m_v$; c_{hr} 为 涂抹区径向固结系数, $c_{hr} = k_h/\gamma_w m_v$; k_s 、 k_h 分别为 涂抹区和原状土区土体渗透系数; m_v 为体积压缩系 数; γ_w 为水的容重; i_{hs} 、 i_{hr} 分别为涂抹区和原状土区 土体的起始水力梯度。

初始条件
$$(t = 0)$$
为
 $u_{s}(r,z,0) = u_{r}(r,z,0) = 0$ $r_{w} \leq r \leq r_{e}$ (4)
 $\lim r_{f}(t) = r_{w}$ (5)

内边界条件
$$(r = r_w)$$
为
 $u(r, z, t) = -p_0$ $0 < t < \infty$ (6)

涂抹区与原状土区边界面处的连续条件(r = r_s)为

$$u_{s}(r_{s},z,t) = u_{r}(r_{s},z,t) \qquad 0 < t < \infty$$
 (7)
 $k_{s} \left[\frac{1}{\gamma_{w}} \frac{\partial u_{s}}{\partial r} \Big|_{r=r_{s}} - i_{bs} \right] = k_{h} \left[\frac{1}{\gamma_{w}} \frac{\partial u_{r}}{\partial r} \Big|_{r=r_{s}} - i_{br} \right]$ (8)

活动边界条件($r = r_f(t)$)为

$$u_{s}(r_{f}(t),z,t) = u_{r}(r_{f}(t),z,t) = 0$$

$$0 < t < \infty$$
(9)

$$\frac{1}{\gamma_{\rm w}} \frac{\partial u_{\rm s}}{\partial r}\Big|_{r=r_{\rm f}(t)} = i_{\rm bs} \qquad 0 < t < \infty \qquad (10)$$

$$\frac{1}{\gamma_{\rm w}} \frac{\partial u_{\rm r}}{\partial r}\Big|_{r=r_{\rm f}(t)} = i_{\rm br} \qquad t_{\rm s} < t < t_{\rm e} \qquad (11)$$

上述渗流固结模型(2) - (11) 是具有活动边界 面的非线性模型,很难获得其精确解析解,只能求其 近似解或数值解。这里,将运用平均质量守恒法的思 想^[12] 求解该渗流固结模型的近似解。渗流前锋面自 井壁沿径向向外逐渐扩展,经历两个阶段;

1) 在涂抹区内 $(r_w < r_f(t) \leq r_s)$

从 r_s 至 r_f 积分式(2),考虑到活动边界条件式 (9) 和(10) 式,得

$$\frac{\mathrm{d}\bar{u}_{s}}{\mathrm{d}t} = C_{\mathrm{hs}} \Big(i_{\mathrm{hs}} \gamma_{\mathrm{w}} r_{\mathrm{w}} - r_{\mathrm{w}} \left. \frac{\partial u_{\mathrm{s}}}{\partial r} \right|_{r=r_{\mathrm{w}}} \Big) \qquad (12)$$

式中 $\bar{u}_{s} = \int_{r_{w}}^{r_{f}} u_{s}(r,t) r dr$

上式可理解为[r_w,r_f]范围内的平均质量守恒 方程。

在给定边界条件式(6)、(9)、(10)下,假定单位 时间通过半径为r的圆柱面的渗流流量q(r,t)按下 式沿径向变化

$$q(r,t) = q(r_{\rm w},t) \frac{r_{\rm f}^2(t) - r^2}{r_{\rm f}^2(t) - r_{\rm w}^2}$$
$$r_{\rm w} < r \le r_{\rm f} \tag{13}$$

当 $r = r_w$ 时, $q(r,t) = q(r_w,t)$;当 $r = r_f(t)$ 时, q(r,t) = 0。将式(1) 描述的非线性渗流规律q(r,t) $= w\pi rk$, $l\left(\frac{1}{\gamma_w}\frac{\partial u_s}{\partial r} - i_{bs}\right)$ 代入式(13),同时考虑满足 边界条件式(4)、(6)、(9)、(10),积分后得到近似解

$$u_{s} = \left[p_{0} - i_{bs}\gamma_{w}(r_{f}(t) - r_{w})\right] \frac{\varphi_{1}(r)}{\varphi_{1}(r_{f}(t))} + i_{bs}\gamma_{w}(r - r_{w}) - p_{0}$$
$$r_{w} < r \leqslant r_{f}$$
(14)

$$(r,z,t) = 0 \quad r_{\rm f}(t) \leqslant r \leqslant r_{\rm e} \tag{15}$$

式中 $\varphi_1(r) = 2r_{\mathrm{f}}^2(t)\ln(r/r_{\mathrm{w}}) - r^2 + r_{\mathrm{w}}^2$

由式(12) 整理可知渗流前锋面 r_f(t) 与时间因 数 T_{hs} 应满足下式

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{hs}}}{\mathrm{d}r_{\mathrm{f}}(t)} = \left(\frac{\mathrm{d}\overline{u}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}r_{\mathrm{f}}(t)}\right) / \left(\mathrm{d}_{\mathrm{e}}^{2}\left(i_{\mathrm{bs}}\gamma_{\mathrm{w}}r_{\mathrm{w}} - r_{\mathrm{w}}\frac{\partial u_{\mathrm{s}}}{\partial r}\Big|_{r=r_{\mathrm{w}}}\right)\right)$$
(16)

式中 $T_{\rm hs}$ 为时间因数, $T_{\rm hs} = C_{\rm hs} t/d_{\rm e}^2$ 。

将式(14)带入式(16)可得到一个右边含有自 变量 $r_{f}(t)(r_{w} < r_{f}(t)) \leq r_{s}$ 一阶常微分方程,但由于 其形式复杂,难以解析求解。这里,将采用组合的4/5 阶 Runge-Kutta-Fehlerg算法,并利用 MATLAB 进行数值求解。

在[0,t_s]时间内任意时刻整个土层的平均孔隙 水压力 *ū*_t可由下式求得

$$\overline{u}_{t} = \frac{\int_{0}^{l} \int_{r_{w}}^{r_{f}} u_{s} 2\pi r \,\mathrm{d}r \mathrm{d}z}{\pi \left(r_{e}^{2} - r_{w}^{2}\right)l}$$
(17)

2) 在原状土区 $(r_{\rm s} \leq r_{\rm f}(t) \leq r_{\rm e})$

从 r_s 至 r_f 积分式(3),考虑到活动边界条件式 (9) 和(11) 式,得

$$\frac{\mathrm{d}\bar{u}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t} = C_{\mathrm{hr}} \Big(i_{\mathrm{br}} \gamma_{\mathrm{w}} r_{\mathrm{w}} - r_{\mathrm{s}} \left. \frac{\partial u_{\mathrm{r}}}{\partial r} \right|_{r=r_{\mathrm{s}}} \Big) \qquad (18)$$

式中 $\bar{u}_r = \int_{r_w}^{r_f} u_r(r,t) r dr$

上式可理解为[r_s, r_f]范围内的平均质量守恒方程。

在给定边界条件式(9)、(11)下,假定单位时间 通过半径为r的圆柱面的渗流流量q(r,t)按下式沿 径向变化

$$q(r,t) = q(r_{s},t) \frac{r_{f}^{2}(t) - r^{2}}{r_{f}^{2}(t) - r_{s}^{2}}$$
$$r_{s} \leqslant r \leqslant r_{f}(t)$$
(19)

当
$$r = r_{\rm s}$$
时, $q(r,t) = q(r_{\rm s},t)$; 当 $r = r_{\rm f}(t)$ 时,

q(r,t) = 0。将 $q(r,t) = 2\pi r k_r l \left(\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} - i_{br} \right)$ 代人式 (19),同时考虑满足边界条件式(7)、(8)、(9)、(11),积 分后得到近似解

$$u'_{s} = \left[p_{0} - i_{br}\gamma_{w}(r_{f}(t) - r_{s}) - i_{bs}\gamma_{w}(r_{s} - r_{w})\right] \bullet$$

$$\frac{\varphi_{1}(r)}{\varphi_{2}(r_{f}(t))} + i_{bs}\gamma_{w}(r - r_{w}) - p_{0} \quad r_{w} < r \leqslant r_{s}$$
(20)

$$u_{\rm r} = \left[p_0 - i_{\rm br} \gamma_{\rm w}(r_{\rm f}(t) - r_{\rm s}) - i_{\rm bs} \gamma_{\rm w}(r_{\rm s} - r_{\rm w})\right] \frac{\varphi_2(r)}{\varphi_2(r_{\rm f}(t))} + i_{\rm br} \gamma_{\rm w}(r - r_{\rm s}) + i_{\rm bs} \gamma_{\rm w}(r_{\rm s} - r_{\rm w}) - p_0 r_{\rm s} \leqslant r \leqslant r_{\rm f}(t)$$
(21)

$$u(r,z,t) = 0 \quad r_{\rm f}(t) \leqslant r \leqslant r_{\rm e}$$
(22)

式中 $\varphi_1(r)$ 同式(14);

$$arphi_{2}(r) = (rac{k_{
m s}}{k_{
m h}})(2r_{
m f}^{\,2}(t)\ln(rac{r}{r_{
m s}}) - r^{2} + r_{
m s}^{\,2}) + (2r_{
m f}^{\,2}(t)\ln(rac{r_{
m s}}{r_{
m w}}) - r^{2} + r_{
m w}^{\,2})_{\,
m s}$$

由式(20)整理可知渗流前锋面 r_f(t) 与时间因数 T_{hs} 应满足下式

(23)

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{hs}}}{\mathrm{d}r_{\mathrm{f}}(t)} = \frac{\left(\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}r_{\mathrm{f}}(t)}\right)}{\left(\mathrm{d}_{\mathrm{e}^{2}}\frac{k_{\mathrm{h}}}{k_{\mathrm{s}}}\left(i_{\mathrm{br}}\gamma_{\mathrm{w}}r_{\mathrm{s}} - r_{\mathrm{s}}\frac{\partial u_{\mathrm{r}}}{\partial r}\Big|_{r=r_{\mathrm{s}}}\right)\right)}$$

将式(21)带入式(23)同样可得到一个形式复杂的一阶常微分方程,采用前面提到的数值方法求其数值解。

在 $[t_s, t_e]$ 时间内任意时刻 t 整个土层的平均孔 隙水压力 u_t 可由下式求得

$$\overline{u_{t}} = \frac{\int_{0}^{l} \int_{r_{w}}^{r_{s}} u_{s}^{\prime} 2\pi r \, \mathrm{d}r \mathrm{d}z + \int_{0}^{l} \int_{r_{s}}^{r_{f}} u_{r} 2\pi r \, \mathrm{d}r \mathrm{d}z}{\pi (r_{e}^{2} - r_{w}^{2})l} \quad (24)$$

1.2.2 渗流前锋面到达 r_{e} 之后($t \ge t_{e}$)

渗流前锋面到达 r。之后,渗流固结在整个土体 中展开。由于砂井地基自由应变固结解和等垂直应 变固结解计算结果的差别不大,但前者的计算工作 量却远大于后者,故这里将运用 Hansbo 等垂直应 变固结理论的推导思路,将起始水力梯度 i_b 对砂井 地基固结过程的影响考虑其中,推导过程如下。

由式(1)可知,单位时间通过半径为 $r(r_w \leq r \leq r_e)$ 圆截面(单位厚度 dz)的渗流流量

$$q(r,t) = 2\pi r k \left(\frac{1}{\gamma_{w}} \frac{\partial u}{\partial r} - i_{b}\right) dz \qquad (25)$$

同时,单位时间半径 r 至 rf 间土体体积变化量

$$\Delta V = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \pi (r_{\rm e}^{\ 2} - r^2) dz \qquad (26)$$

式(25)与式(26)应相等,则有

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\gamma_{\rm w}}{k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \left(\frac{r_{\rm e}^2 - r^2}{r} \right) + i_{\rm b} \gamma_{\rm w} \qquad (27)$$

將
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -m_{\rm v} \frac{\partial u_{\rm t}}{\partial t}$$
 代人上式可得
 $\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{-m_{\rm v} \gamma_{\rm w}}{2k} \frac{\partial \overline{u_{\rm t}}}{\partial t} \left(\frac{r_{\rm e}^2 - r^2}{r}\right) + i_{\rm b} \gamma_{\rm w}$ (28)

由上式可知涂抹区孔隙水压力 u_s 和原状土区 孔隙水压力 u_r 应满足

$$\frac{\partial u_{\rm s}}{\partial r} = \frac{-m_{\rm v}\gamma_{\rm w}}{2k_{\rm s}} \frac{\partial \overline{u_{\rm t}}}{\partial t} \left(\frac{r_{\rm e}^2 - r^2}{r}\right) + i_{\rm bs}\gamma_{\rm w}$$
$$r_{\rm w} \leqslant r \leqslant r_{\rm s} \tag{29}$$

$$\frac{\partial u_{\rm r}}{\partial r} = \frac{-m_{\rm v}\gamma_{\rm w}}{2k_{\rm h}} \frac{\partial \overline{u_{\rm t}}}{\partial t} \left(\frac{r_{\rm e}^2 - r^2}{r}\right) + i_{\rm br}\gamma_{\rm w}$$
$$r_{\rm s} \leqslant r \leqslant r_{\rm e}$$
(30)

对式(29)在r方向上积分,存在内边界条件: $u_s|_{r=r_w} = -p_0$,得

$$u_{\rm s} = \frac{-\gamma_{\rm w}m_{\rm v}}{2k_{\rm s}} \frac{\partial \overline{u_{\rm t}}}{\partial t} \Big(r_{\rm e}^{2} \ln \frac{r}{r_{\rm w}} - \frac{r^{2} - r_{\rm w}^{2}}{2} \Big) + i_{\rm bs}\gamma_{\rm w}(r - r_{\rm w}) - p_{\rm o} \quad r_{\rm w} \leqslant r \leqslant r_{\rm s}$$
(31)

由上式可知

$$u_{\rm s}|_{r=r_{\rm s}} = \frac{-\gamma_{\rm w}m_{\rm v}}{2k_{\rm s}} \frac{\partial \overline{u_{\rm t}}}{\partial t} \Big(r_{\rm e}^{2}\ln\frac{r_{\rm s}}{r_{\rm w}} - \frac{r_{\rm s}^{2} - r_{\rm w}^{2}}{2}\Big) + i_{\rm bs}\gamma_{\rm w}(r-r_{\rm w}) - p_{\rm 0}$$
(32)

对式(30)在 r 方向上积分,考虑到连续性条件: $u_s|_{r=r_s} = u_r|_{r=r_s}$,得 - $\gamma m \partial \overline{u}$ ($\gamma_r r r^2 - r^2$)

$$u_{\rm r} = \frac{-\gamma_{\rm w} m_{\rm v}}{2k_{\rm h}} \frac{\partial u_{\rm t}}{\partial t} \left(r_{\rm e}^{2} \ln \frac{r}{r_{\rm s}} - \frac{r}{2} \right) + i_{\rm br} \gamma_{\rm w} (r - r_{\rm s}) + \frac{-\gamma_{\rm w} m_{\rm v}}{2k_{\rm s}} \frac{\partial \overline{u_{\rm t}}}{\partial t} \left(r_{\rm e}^{2} \ln \frac{r_{\rm s}}{r_{\rm w}} - \frac{r_{\rm s}^{2} - r_{\rm w}^{2}}{2} \right) + i_{\rm bs} \gamma_{\rm w} (r_{\rm s} - r_{\rm w}) - p_{\rm 0}$$

$$r_{\rm s} \leqslant r \leqslant r_{\rm e} \qquad (33)$$

此时,任意时刻 t 整个土层平均孔隙水压力 ut 为

$$\overline{u_{t}} = \frac{\int_{0}^{l} \int_{r_{w}}^{r_{s}} u_{s} 2\pi r \, dr \, dz + \int_{0}^{l} \int_{r_{s}}^{r_{e}} u_{r} 2\pi r \, dr \, dz}{\pi (r_{e}^{2} - r_{w}^{2}) l} \quad t \ge t_{e}$$

将式(31)、(33)代入上式,得

$$\overline{u_{t}} = \frac{-\mu}{8k_{s}} \frac{\partial \overline{u_{t}}}{\partial T_{hs}} + \beta i_{bs} \gamma_{w} r_{w} - p_{0} \quad t \ge t_{e} \quad (35)$$
$$\vec{x} \oplus \mu = \frac{k_{s}}{k_{h}} \ln \frac{n}{s} + \ln s - \frac{3k_{s}}{4k_{h}};$$

$$\beta = \frac{(\frac{i_{\rm br}}{i_{\rm bs}}(2n^3 - 3n^2s + s^3) + (3n^2s - 3n^2 - s^3 + 1)}{(3n^2 - 3)}$$

其中
$$n = \frac{r_e}{r_w}$$
; $s = \frac{r_s}{r_w}$ 。
从 t_e 到 t 积分式(35),得
 $\overline{u_t} = \overline{u_t} |_{t=t_e} e^{\frac{-8(T_{hs} - T_{he})}{\mu}} + (\beta i_{bs} \gamma_w r_w - p_0)(1 - e^{\frac{-8(T_{hs} - T_{he})}{\mu}}) \quad t \ge t_e$ (36)
式中 $T_{he} = \frac{C_{hs} t_e}{d_e^2}, T_{he}$ 和 $\overline{u_t} |_{t=t_e}$ 可分别由式(23)

和式(24)求得。

真空预压下砂井地基 Hansbo 等垂直应变固结 近似解为^[2,16]

$$\overline{u_{t}} = -p_{0}(1 - e^{\frac{-8T_{hs}}{\mu}})$$
 (37)

比较式(36)、(37)可以发现,式(36)右边第1项与 Hansbo 解形式很类似,其第2项则反映了起始水力梯 度 i_b 对真空预压下砂井地基固结过程的影响。当 $i_{bs} =$ $i_{br} = 0$ 时,即不考虑起始水力梯度 i_b , $t = t_e = 0$,在等 垂直应变固结情况下式(36)退化为 Hansbo 解。

2 计算结果与讨论

根据文献[8]、[11]可知,起始水力梯度 i_b 的取值 范围约为[1,13]。为充分说明起始水力梯度对砂井 地基固结过程的影响作用,该文的 i_{bs} 分别取值 0、1、 5、10、15,假定 $\frac{i_{bs}}{i_{bs}} = 2$ 。其他相关计算参数见表 1。

参数	取 值	参数	取 值
$r_{ m w}/ m m$	0.035	$k_{ m h}/k_{ m s}$	5
n	15	$-p_0/\mathrm{kPa}$	80
s	5		

表1 计算参数

2.1 该文近似解与 Hansbo 解的比较

当不考虑起始水力梯度时,即 $i_{bs} = 0$,提出的 近似解可近似简化为 Darcy 渗流时砂井地基固结情 况。从图 3 可以看出,该文的固结曲线和 Hansbo 固结曲线在固结初期($T_{hs} < 0.1$)存在一定误差,之 后相对误差在 10%以内,两者非常接近,说明该文 提出的近似解是可靠的。产生误差的主要原因是本 文的式(14)、(20)、(21)是在某些假定基础上提出 的,并非控制方程式(2)、(3)的精确解,但由于其与 式(16)、(23)的数值解满足相应的平均质量守恒方 程(12)、(18),所以式(12)、(20)、(21)可作为式(2)、 (3)的近似解,但由此会产生一定误差。



图 3 近似解与 Hansbo 解的对比

2.2 渗流前锋面运动规律

用数值方法求解式(16)、(23)以得到不同起始 水力梯度 *i*_b 时渗流前锋面的运动规律。如图 4 所 示,由于存在起始水力梯度 *i*_b,在抽真空瞬时,渗流 固结首先发生在砂井井壁附近土体,随着时间的推 移,逐渐沿径向向外扩展直至单井有效影响半径 *r*_e。同时可以发现,起始水力梯度 *i*_b 越大,渗流前锋 面扩展速度越慢,到达 *r*_e 的时间越长。此外,由式 (16)、(23)可知,单井有效影响半径、涂抹区半径 *r*_s、真空压力 - *p*₀ 以及渗透系数比 $\frac{k_h}{k_s}$ 都是影响渗

流前锋面扩展速度的重要影响因素。



图 4 渗流前锋面运动规律

2.3 孔隙水压力分布和变化规律

真空预压法是利用抽真空使排水通道和砂垫层 内产生负压,从而在被加固土体与排水通道和砂垫 层之间形成压力差,在此压力差作用下土体中孔隙 水不断由排水通道排出。由于起始水力梯度的存 在,真空压力传播并非瞬时到达单并有效影响半径 re。图5(a)、(b)分别表示给*i*_{bs} = 5和*i*_{bs} = 15时不 同时刻土层中孔隙水压力沿径向的分布规律。从图 中可以看出,只有当渗流前锋面到达某半径r处之 后,该处的孔隙水压力才随时间的推移开始由0变 为负孔隙水压力,在此之前始终保持为0。比较两 图,可以发现*i*_{bs} 越大,相同半径同一时刻的负孔隙 水压力越小,即真空压力到达*r*e所需时间越长,传播 速度越慢。



图 5 不同时刻孔隙水压力分布规律

图 6 给出了不同起始水力梯度 i_b 任意时刻平均 孔隙水压力 $\overline{u_t}$ 的变化规律曲线。根据文献[16],由 抽真空引起的负孔隙水压力将随时间的推移最终增 长到 $- p_0$,但该结论不适合起始水力梯度大于 0 的 情况。如图所示,随着时间的推移,平均孔隙水压力 $\overline{u_t}$ 逐渐增长,最终趋于某一稳定值(等于 $\beta_{bs}\gamma_wr_w - p_0$),即此时任意半径处的渗流趋于停止,平均孔隙 水压力将无法增长至 $- p_0$,差值为 $\beta_{bs}\gamma_wr_w$,其值 随 i_{bs} 的增大而增大。

2.4 平均固结度变化规律

不同于正常大气压条件下的固结过程,真空预 压是在相对 - p₀ 真空条件下进行的,因此,按孔隙 水压力定义的任意时刻 t 整个土层的平均固结度 U_t 可用下式计算^[20]



图 6 不同起始水力梯度平均孔隙水压力变化规律



图 7 起始水力梯度对平均固结度的影响

$$\overline{U_{t}} = \frac{u_{t}}{-p_{0}} \tag{38}$$

式中 <u>u</u> 可由式(17)、(24)、(36)求得。

计算结果如图 7 所示,所有考虑起始水力梯度 i_b 的曲线在大部分固结时间内都处于 $i_b = 0$ 固结曲 线上方,说明忽略起始水力梯度 i_b 对砂井地基固结 过程的影响,将会高估整个土层的平均固结度,尤其 是最终平均固结度。另外,如前所述,由于起始水力 梯度 i_b 的存在,平均孔隙水压力 $\overline{u_t}$ 最终不会增长至 $-p_0$,从而导致固结曲线都趋于某一小于100%的 极限值,即整个土层的最终平均固结度 $\overline{U_t}$ 都小于 100%,且该极限值随 i_b 的增大而减小。

3 结 语

1)通过与 Hansbo 解的比较,该文提出的近似 解($i_{bs} = 0$)与前者总体上相当接近,虽然两者在固 结初期存在一定误差,但对整个固结过程影响有限, 所以该近似解是可靠的。

2)由于存在起始水力梯度 *i*_b,真空压力传播不 会瞬时到达单井有效影响半径 *r*_e,而是随渗流前锋 面沿径向向外逐渐传播,远离砂井土体的渗流固结 存在滞后现象。起始水力梯度 *i*_b 越大,真空压力到 达 *r*_e的所需时间越长,传播速度越慢。

3)随着时间的推移,起始水力梯度的存在将导 致平均孔隙水压力 $\overline{u_t}$ 最终趋于某一稳定值(等于 $\beta_{bs}\gamma_w r_w - p_0$),平均孔隙水压力将无法增长至 $-p_0$,所以最终平均固结度 $\overline{U_t}$ 也将小于100%,且其值随 i_b 的增大而减小。

参考文献:

- [1] BARRON R. Consolidation of fine-grained soils by drain wells[J]. Transaction of the American Society of Civil Engineers, 1948, 113: 718-754.
- [2] HANSBO S. Consolidation of fine-grained soils by prefabricated drains[C]//10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Stockholm, Sweden. 1981, 3: 677-682.
- [3] YOSHIKUNI H, NAKANODO H. Consolidation of soils by vertical drain wells with finite permeability[J]. Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1974, 14(2): 35-46.
- [4]谢康和,曾国熙.等应变条件下的砂井地基固结解析 理论[J].岩土工程学报,1989,11(2):3-17.
 XIE KANG-HE, ZENG GUO-XI. Consolidation theories for drain wells under equal strain condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989,11 (2): 3-17.
- [5] MILLER R and LOW P. Threshold gradient for water flow in clay systems[C]//Proc. Soil Science Society of America, 1963, 11: 605-609.
- [6] DUNBIN B and MOULIN, G. Influence of a critical gradient on the consolidation clay[C]//Consolidation of soils: testing and evaluation, ASTM, 1986, 354-377.
- [7] SERGE L. Recent developments in consolidation of natural clays [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1988, 2(25):85-107.
- [8] HANSBO S. Consolidation equation valid for Darcy and non-Darcy flow[J]. Geotechnique, 2001, 51 (1): 51-54.
- [9] 王秀艳,刘长礼. 对粘性土孔隙水渗流规律本质的新 认识[J]. 地球学报,2003,24(1):91-95. WANG XIU-YAN, LIU CHANG-LI. New insight into the regularity of water seepage in cohesive soil[J]. Acta Geoscientia Sinica, 2003,24(1):91-95.
- [10] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京:水利电力出版社, 1983: 67-107.
- [11] HANSBO S. Aspects of vertical drain design: Darcy ang non-Darcy flow[J]. Geotechnique, 1997, 5(47): 983-992.
- [12] 刘慈群. 有起始比降固结问题的近似解[J]. 岩土工程 学报, 1982, 3(4): 41-47.
- [13] 邓英尔,等. 高等渗流理论与方法[M]. 北京:科学出版 社,2004:79-82.
- [14] 邓英尔,刘慈群,王允诚. 一类非线性渗流数学模拟
 [J]. 西南石油学院学报,2001,23(1):22-24.
 DENG YING-ER, LIU CI-QUN, WANG YUN-CHENG. Mathematical simulation of nonlinear flow

through porous media [J]. Journal of Southeast Petroleum institute, 2001, 23(1): 22-24.

- [15] 刘忠玉,张天航,马崇武.起始水力梯度对饱和黏土一 维固结的影响[J].岩土力学,2007,28(3):467-470.
 LIU ZHONG-YU, ZHANG TIAN-HANG, MA CHONG-WU. Effect of initial hydraulic gradient on one-dimensional consolidation of saturated clays [J].
 Rock and Mechanics, 2007, 28(3): 467-470.
- [16] 刘忠玉,刘忠广,马崇武.考虑起始水力梯度时饱和黏 土一维固结[J].郑州大学学报:工学版,2006,27(3): 21-24.

LIU ZHONG-YU, LIU ZHONG-GUANG, MA CHONG-WU. One-dimensional consolidation of saturated clays considering initial hydraulic gradient [J]. Journal of Zhengzhou University: Engineering Science, 2006, 27(3): 21-24.

[17] 刘忠玉,杨荣根.考虑起始水力梯度时双层地基的一 维固结[J].合肥工业大学学报:自然科学版,2006,29 (5):568-572.

LIU ZHONG-YU, YANG RONG-GEN. Onedimensional consolidation of double-layered ground considering the initial hydraulic gradient [J]. Journal of Hefei University of Technology, 2006, 29(5): 568-572. [18] 马崇武,刘忠玉,王卫平. 非 Darcy 渗流时饱和粘土的 一维固结特性[J]. 兰州大学学报:自然科学版,2007, 43(5): 142-146.
MA CHONG-WU, LIU ZHONG-YU, WANG WEI-PING. One-dimensional consolidation properties of saturated clays with non-Darcy seepage[J]. Journal of Lanzhou University: Natural Sciences, 2007, 43(5):1-5

[19] 马崇武,刘忠玉,王卫平.非达西渗流时一维固结方程的两种数值解法[J]. 兰州理工大学学报,2007,33
(3):128-131.
MA CHONG-WU, LIU ZHONG-YU, WANG WEI-

PING. Two numerical solutions of one-dimensional consolidation equation of non-Darcy flow[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2007, 33(3):128-131.

[20] 董志良. 堆载及真空预压砂井地基解析理论[J]. 水运 工程, 1992, (9):1-7.

DONG ZHI-LIANG. Consolidation theory of sand drain foundation improved by vacuum preloading and surcharge preloading[J]. Port and Water Engineering, 1992, (9): 1-7.

(编辑 胡 玲)

(上接第 39 页)

- [11] AMITAVA GHOSH, JAAK J, DAEMEN K. Fractal characteristics of rock discontinuities [J] Engineering Geology ,1993,34(1/2):1-9.
- [12] GUDMUNDSSON A. Geometry, formation and development of tectonic fractures of the Raykjanes Peninsula, Southwest Iceland [J]. Tectonophysics, 1987, 139: 295-308.
- [13] SCHOIZ C H, COWIE P A. Determination of total strain from faulting using slip measurements [J]. Nature, 1990, 346:837-839.
- [14] 谢和平, SANDERSON DJ. 断层分形分布之间的相关关系[J]. 煤炭学报, 1994, 19(5): 445-449. XIE HE-PING, SANDERSON DJ. Correlation between fractal distributions of faults[J]. Journal of China Coal

Society, 1994, 19(5): 445-449.

- [15] 赵瑜.水库蓄水时块裂岩质边坡稳定性分析[D].太原: 太原理工大学,2004.
- [16] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 合肥: 中国科学技术出版 社,1999.
- [17] 靳晓光,李晓红,杨春和.深埋隧道围岩-支护结构稳定 性研究[J].岩土力学,2005,26(9):1473-1476.
 JIN XIAO-GUANG, LI XIAO-HONG, YANG CHUN-HE, et al. Stability of surrounding rock-supports structure of deep buried tunnel [J]. Rock and Soil Mechanics,2005,26(9):1473-1476.

(编辑 胡英奎)