

非线性条件下砂土地基中水平受荷长桩的性状分析

夏唐代^{a,b}, 王梅^{a,b}, 王志凯^{a,b}, 胡文韬^{a,b}

(浙江大学 a. 软弱土与环境土工教育部重点实验室; b. 岩土工程研究所, 杭州 310058)

摘要:提出了水平荷载作用下,考虑土体非线性性质的砂土地基中长桩性状的分析方法。依据前人的研究成果,认为任一深度处水平土反力模量与地面处桩的位移存在一个衰减的指数函数关系。假定水平土反力模量和极限土反力均沿深度线性增长,认为随着桩位移增大,桩前土体由弹性逐渐达到塑性屈服,对于 2 种状态,分别建立桩的基本微分方程。分别采用 Gleser 有限差分结合迭代法和 Reese-Matlock 法给出了 2 组四阶变系数非线性微分方程的近似解答。现场试验和数值算例证明,该法较传统的 m 法计算结果更接近实测值,较 $p-y$ 法方便可行,既适用于小位移的情况,也适用于桩顶出现较大位移的情况,因此,在缺乏试验参数的情况下,可以代替 $p-y$ 曲线法用于工程计算。

关键词:长桩;水平荷载;砂土;水平土反力模量;非线性

中图分类号:TU473 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2010)04-0026-07

Analysis of Laterally Loaded Long Piles in Cohesionless Soil in Nonlinear Conditions

XIA Tang-dai^{a,b}, WANG Mei^{a,b}, WANG Zhi-kai^{a,b}, HU Wen-tao^{a,b}

(a. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering;

b. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, P. R. China)

Abstract: A method was developed for nonlinear analysis of laterally loaded long piles in cohesionless soil. It is considered that the modulus of horizontal subgrade reaction is related with groundline pile displacement by an attenuation power function based on the existing methods and it is assumed that both the modulus of horizontal subgrade reaction and the ultimate soil resistance increase linearly with depth. It is also considered that soil in front of the pile may change from elastic state into plastic state as pile displacement increase. Nonlinear differential equations of the fourth order were derived for both states and to solve the equations, the Gleser finite difference approach with iteration and the Reese-Matlock approach were developed, respectively of proposed method. It is validated by the test and numerical field calculation that the results respectively of proposed method are more accurate than 'm' method and simpler than 'p-y' method. And the results are in good agreement both when pile displacement is small and large, thus it can be applied to construction in place of 'p-y' method especially when test parameters are unavailable.

Key words: long pile; lateral load; cohesionless soil; the modulus of horizontal subgrade reaction; nonlinear

收稿日期:2010-01-08

作者简介:夏唐代(1965-),男,教授,博士生导师,主要从事土动力学与软粘土力学研究,(E-mail)xtd@zju.edu.cn.

近年来,承受水平荷载的超长竖直桩被广泛应用于海洋工程中,但是,水平受荷长桩的理论研究却不够完善,尤其是砂土地基中的水平受荷长桩,更少见研究。桩的水平荷载试验证明,水平荷载与桩挠度在挠度很小的阶段就呈非线性关系,当挠度继续增大,桩前土体会达到塑性屈服^[1]。因此,只有考虑土体的非线性和塑性屈服,才能反映桩的真实性状,尤其是在靠船码头等容许桩发生较大位移的工程中,更应该考虑土体的塑性屈服,这是传统的 m 法做不到的, $p-y$ 曲线法虽然考虑了土体的非线性和塑性屈服,但是由于大多是基于试验所得,在缺乏必要的试验参数的情况下,很难被采用,而且,必须把地基土性质化为数学上的某种模型才能计算桩的性状,模型建立的不适当会给收敛计算带来很大麻烦。

基于以上的考虑,越来越多的学者开展了水平受荷单桩的非线性研究,力求建立一个合适的模型,既准确又方便计算。其中包括 Behrouz^[2] 的有限元模型,吴锋^[3]、王梅^[4] 等的试验研究,Wei Dong Guo^[5-6] 的理论分析等,均对桩的非线性研究有一定的指导意义,但是目前尚没有一个针对砂土地基,水平受荷长桩性状分析的合适模型。Prakash 和 Kumar^[7] 等通过研究 Mwindo^[8] 的现场试验结果,总结出适合于砂土地基的水平土反力模量与地面处桩位移之间的非线性关系表达式,章连洋^[9] 应用该关系式分析了砂土地基中水平荷载作用下刚性桩的受力性状,计算值与实测值符合的较好。由于长桩与土相互作用的机理和破坏方式与短桩不同,章连洋的计算方法不适合长桩的计算,因此,该文在章连洋的基础上,研究了砂土地基中水平荷载作用下长桩的性状。计算模型中,假设水平土反力模量和极限土反力沿深度线性增长^[9-10],土反力模量和桩位移之间是非线性关系,考虑桩前土体处于弹性和达到塑性屈服两种状态,分别建立桩的基本微分方程,由于涉及四阶变系数非线性微分方程的解答,数学上非常难解,该文给出了该方程的近似解答,由此可计算出沿桩身任一截面的位移和内力。算例证明,较 m 法计算准确,既适合桩体发生小位移的情况,也适合桩体发生较大位移的情况。又由于计算较 $p-y$ 曲线法方便可行,因此在缺乏实测参数的情况下,可代替 $p-y$ 曲线法,用于工程实践。

1 分析方法

1.1 基本假定

1) 桩是完全埋入砂土地基中的长桩,桩宽为

B , 长度为 L , 弯曲刚度 $E_P I_P$, 桩顶自由, 承受水平力 H_0 和弯矩 M_0 , 如图 1(a) 所示。

2) 假定土反力模量 k_h 沿深度线性增长^[9-10], 极限土反力 p_u 沿深度线性增长 Broms^[11], 如图 1(b)、(c) 所示。

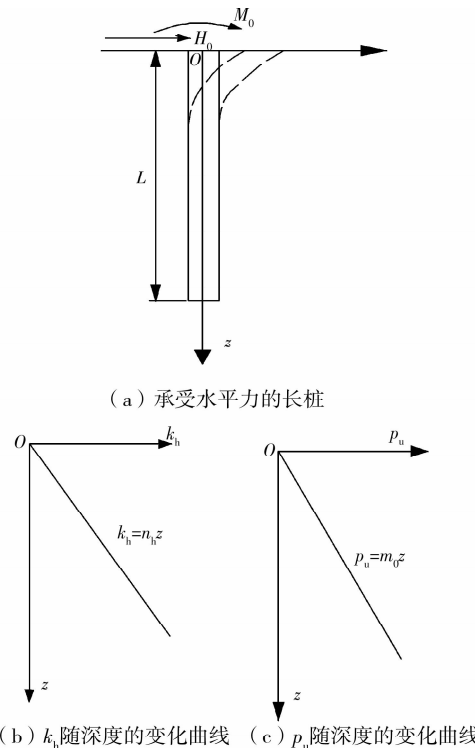


图 1

$$k_h = n_h z \tag{1}$$

$$p_u = m_0 z \tag{2}$$

式中: n_h 为水平地基反力常数; m_0 为极限土反力沿深度线性增长的比例系数。

3) 土反力 p 和桩位移 y 之间是非线性关系, 随着 y 增大, p 渐渐达到极限土反力 p_u , 如图 2 所示。

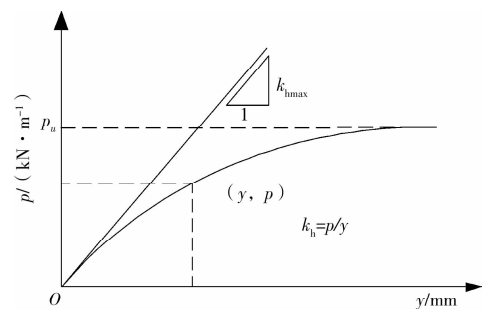


图 2 土反力和桩位移关系曲线

1.2 2 种情况

基于以上假定, 对长桩性状的分析分为 2 种情况:

1) 水平荷载较小, 桩前土体仍处于弹性状态, 如

图 3(a)所示。建立桩的挠度曲线微分方程:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + p(z, y) = 0 \quad (3)$$

结合地基反力法,令

$$p(z, y) = k_h y \quad (4)$$

式中: $p(z, y)$ 为单位桩长的土反力。

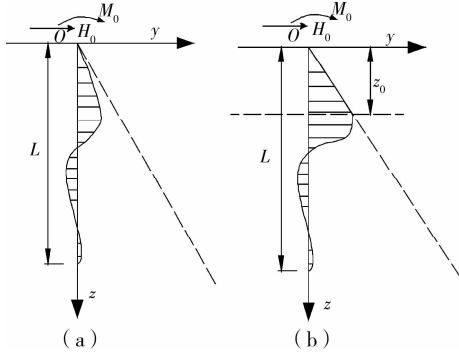


图 3 土反力沿桩身的分布曲线

由式(1)、(3)、(4)得:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + n_h z y = 0 \quad (5)$$

2) 水平荷载足够大,使得桩前 z_0 深度以上土体达到塑性屈服(对于长桩,不出现桩的全长范围内的水平向地基屈服^[11]),如图 3(b)所示。建立桩的挠度曲线微分方程:

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + p(z, y) = 0 \quad (6)$$

$$p(z, y) = p_u = m_0 z (z \leq z_0) \quad (7)$$

$$p(z, y) = n_h z y (z \geq z_0) \quad (8)$$

由文献[11]

$$m_0 = 3K_p \gamma_0 B \quad (9)$$

$$K_p = \tan^2(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) \quad (10)$$

式中: K_p 为郎肯被动土压力系数; γ_0 为土的重度(为了和下文的剪应变符号 γ 区分,这里用 γ_0 代表土的重度)。

分析桩的性状之前,必须先判断在给定的水平荷载下,桩前土体处于哪种状态,对于状态判断和 2 组方程的解法,将在第 3 节介绍。

1.3 水平土反力模量 k_h 的非线性性质

在砂土地基中,假定水平土反力模量 k_h 沿深度线性增长。由假定 3 可知, k_h 和 y 之间是非线性关系, k_h 随着 y 的增大而减小。许多学者研究了 k_h 和 y 之间的关系,包括 Bhushan et al^[12], Mwindo^[8], Kumar^[13], Prakash 和 Kumar^[7]等。基于现场试验,文献[12]提出了不同密实度的砂土地基中, n_h 和

y_0/B 之间的关系, y_0 是桩在地面处的位移, B 是桩的宽度或桩径,基于文献 [7]、[8]、[13]、[14] 的研究,文献[9]推导出 $n_h (= k_h/z)$ 和 y_0 之间的非线性关系式:

$$\frac{n_h}{n_{hmax}} = 0.066 (\frac{y_0}{B})^{-0.48} \quad (11)$$

式中: n_{hmax} 为 $\gamma \leq 0.002$ 时的 n_h 值, γ 为桩周土体剪应变, $\gamma = \frac{y_0}{1.667B}$ 。

早在 1955 年, Terzaghi^[10] 提出了饱和与非饱和砂土的水平地基反力常数的取值范围, Reese^[15-16] 通过现场实验,修正了 Terzaghi 的建议值, Terzaghi、Reese 对水平地基反力常数的取值可参考文献[9] 中图 4 (Terzaghi 和 Reese 所建议的水平地基反力常数的取值即相当于式(11)中的 n_{hmax})。文献[7]等通过对文献[8]进行的砂土地基中 14 根单桩的现场实测资料进行分析,得到了适应于不同桩型不同密实度砂土地基中的 n_{hmax} 值,并考虑到地下水位的影响(地下水位越低, n_h 值越大),提出了修正系数。后来文献[14]补充了 14 根单桩的实测资料,证实,在中密和密实砂土地基中,文献[7]对 n_{hmax} 的建议值是合理的,而在松散砂土地基中,文献[7]对 n_{hmax} 的建议取值范围略为宽泛,需进一步修正。文献[14]修正后的 n_{hmax} 的取值见表 1,关于地下水影响的修正系数,仍采用文献[7]的建议值(表 2)。比较文献[9]中图 4 和本文中表 1,可得,对于中密和密实砂土,文献[14]的建议值大于 Terzaghi、Reese 的建议值,而对于松散砂土,文献[14]的建议值和 Reese 的很相近。研究证明 Terzaghi 的建议值偏小^[17],而 Reese 是建议值是基于两根桩的现场试验结果,缺乏普遍性,可能引起的误差也较大,因此该文建议选取文献[14]对于 n_{hmax} 的建议值进行计算。

表 1 水平地基反力常数 n_{hmax} 的取值

相对密实度	$n_{hmax} / (\text{MN} \cdot \text{m}^{-3})$
密实	39.7~79.5
中密	21.5~45.5
松散	4.1~11

表 2 不同地下水位时 n_{hmax} 的修正系数

地下水位	修正系数
地表处	1.00
地表下 3.05~4.6 m	1.67
地表以下 4.6 m 以下	2.00

注:地下水处于地表和地下 3.05 m 之间时,采用插值法计算修正系数。

1.4 长桩的判断

此文方法仅适用于长桩的计算,因此计算前需要判断是否属于长桩,首先计算桩土相对刚度系数 T :

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_P I_P}{n_h}} \quad (12)$$

式中, n_h 可按照 n_{hmax} 取值。

对于砂土地基中桩顶自由的单桩,当 $L \geq 4T$ 时,可认为是长桩^[17]。

2 四阶变系数非线性微分方程的解答

2.1 当桩前土体处于弹性状态时的计算

由式(5)、(11)得:

$$E_P I_P \frac{d^4 y}{dz^4} + 0.066 \left(\frac{y_0}{B}\right)^{-0.48} n_{hmax} z y = 0 \quad (13)$$

式(17)等价于:

$$E_P I_P \frac{d^4 y}{dz^4} + k_{hi}(z, y_0) y = 0 \quad (14)$$

这是一个四阶变系数非线性微分方程,数学上很难得到其解析解,该文提出采用 Gleser 有限差分^[1,18]结合迭代原理得到其近似解答。将桩平均分成 n 段,每段长为 λ ($\lambda = L/n$),节点 3 代表桩顶节点, $n+3$ 代表桩端节点,沿桩顶向上延伸 2 个虚拟节点 1、2,沿桩端向下延伸 2 个虚拟节点 $n+4$, $n+5$ 。式(14)的近似解为

$$y_{i+2} - 4y_{i+1} + (6 + A_i)y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2} = 0 \quad (15)$$

$$A_i = \frac{k_{hi}}{E_P I_P} \lambda^4 \quad (16)$$

$$k_{hi} = n_{hmax} \times 0.066 \times \left(\frac{y_0}{B}\right)^{-0.48} \times z_i \quad (17)$$

$$z_i = (i-3) \times \lambda \quad (18)$$

桩顶自由,将桩端视为自由端,得 4 个边界条件:

$$H_{n+3} = 0, \text{ 则 } y_{n+5} - 2y_{n+4} + 2y_{n+2} - y_{n+1} = 0 \quad (19)$$

$$M_{n+3} = 0, \text{ 则 } y_{n+4} - 2y_{n+3} + y_{n+2} = 0 \quad (20)$$

$$H_3 = H_0, \text{ 则 } y_5 - 2y_4 + 2y_2 - y_1 = \frac{2\lambda^3}{E_P I_P} H_0 \quad (21)$$

$$M_3 = M_0, \text{ 则 } y_4 - 2y_3 + y_2 = \frac{\lambda^2}{E_P I_P} M_0 \quad (22)$$

由式(15)~(22)得递推公式:

$$y_1 = C_1 A_1 \quad (23)$$

$$y_2 = A_2 + B_2 y_1 \quad (24)$$

$$y_i = B_i \cdot y_{i-1} + C_i \cdot y_{i-2} \quad (i = 3, 4, \dots, n+4) \quad (25)$$

常规的 Gleser 法用于解四阶变系数微分方程时,要求 k_{hi} 是常量,否则无法解答,但在该文中, $k_{hi} = f(y_0)$ (y_0 即相当于桩顶节点的位移 y_3),而 y_0 是未知的,为此,在常规 Gleser 法的基础上加入迭代程序,先给定一个初始的 y_0 值,计算各节点的挠度 y_i ,反复迭代计算,直到最后一次计算得到的 y_3 与 y_0 的相对误差在给定容许误差 ϵ 范围内时,即得实际的桩顶位移值 y_0 。

为了避免 y_0 初始值给定不当给计算带来的误差,建议根据 Reese-Matlock 法^[1,7]对于给定水平荷载下桩在地面处位移的近似计算公式取值:

$$y_0 = 2.435 \frac{H_0 T^3}{E_P I_P} + 1.623 \frac{M_0 T^2}{E_P I_P} \quad (26)$$

计算 T 时 n_h 按照公式(11)取值。

下面给出程序计算桩身位移的步骤:

1) 输入基本参数 $n, L, B, E_P I_P, H_0, M_0, n_{hmax}, y_0, \epsilon$; ϵ 为预先设定的 y_0 和 y_3 之间的容许相对误差。

2) 由式(16)计算出 A_i ($i = 3, 4, n+3$)。

3) 由式(15)(19)(20),依次计算出: $B_{n+4}, C_{n+4}, C_{n+3}, B_{n+3}, C_{n+2}, B_{n+2}$ 。

4) 对于 $i = n+1 \dots 4, 3$, 循环计算出 C_i, B_i 。

5) 将式(21)代入上述过程,依次计算出 B_2, A_2 。

6) 将式(22)代入上述过程,依次计算出 C_1, A_1 。

7) 由式(23)~(25)依次计算 y_1, y_2, y_3 。

8) 判断,若 $|(y_3 - y_0)/y_0| > \epsilon$, 重复 1~8; 否则循环计算 y_i ($i = 4, 5 \dots n+4$);

当 y_i ($i = 1, 2 \dots n+5$) 全部计算出后,可由式(31)~(34)计算桩身任一截面处的位移 y_i 、转角 θ_i 、弯矩 M_i 、剪力 S_i 和土反力 p_i :

$$\theta_i = -\frac{1}{2\lambda}(y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (27)$$

$$M_i = -\frac{E_P I_P}{\lambda^2}(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) \quad (28)$$

$$S_i = -\frac{E_P I_P}{2\lambda^3}(y_{i+2} - 2y_{i+1} + 2y_{i-1} - y_{i-2}) \quad (29)$$

$$p_i = k_{hi} y_i \quad (30)$$

2.2 当桩前土体达到塑性屈服时的计算

在给定水平荷载下,首先判断桩前土体是否已经达到塑性屈服,由 2.1 的计算程序,可逐节点计算出 y_i ,对于每一个 y_i 值,由式(30)计算得 p_i ,当 $p_i > p_{wi}$ (p_{wi} 为该节点处的极限土反力)时,证明土体已经达到屈服。

设塑性区深度 z_0 ,由式(6)~(8)、(11)得:

$$E_P I_P \frac{d^4 y}{dz^4} + m_0 z = 0 (z \leq z_0) \quad (31)$$

$$E_P I_P \frac{d^4 y}{dz^4} + 0.066 \left(\frac{y_0}{B}\right)^{-0.48} n_{hmax} z y = 0 \quad (z \geq z_0) \quad (32)$$

对于一个四阶常微分方程和一个变系数非线性四阶微分方程的联立解答,数学上未见算法,该文提出一种近似解法,可以计算出桩的性状。根据文献[11]的假设,设 z_0 为桩身最大弯矩的位置, z_0 以上地基均达到屈服, z_0 以下仍为弹性,当桩顶水平荷载为 H_t 时,则

$$H_t = \frac{1}{2} m_0 z_0^2 \quad (33)$$

将 z_0 的位置假想为新的地面, z_0 以上土反力视作外荷载,设桩顶处位移 y_0 ,假想地面处位移为 y_{z_0} 。对于式(34)的解答,由 Reese - Matlock 法^[1,7],有:

$$y_z = A_y \frac{H_{z_0} T^3}{E_P I_P} + B_y \frac{M_{z_0} T^2}{E_P I_P} \quad (34)$$

式中: y_z 为假想地面以下深度 z 处桩身位移; A_y, B_y 为深度系数,是 z 和 y_0 的函数,可通过文献[1]查表求得近似值;

H_{z_0}, M_{z_0} 为假想地面处作用的合力和合弯矩;

$z = z_0$ 时: $A_{y_0} = 2.43, B_{y_0} = 1.62,$

由土反力连续条件:

$$p_u = m_0 z_0 = n_h z_0 y_{z_0} = 0.066 n_{hmax} \left(\frac{y_0}{B}\right)^{-0.48} z_0 y_{z_0} \quad (35)$$

由(33)-(35),可解得 z_0, y_0 和 y_{z_0} ,再加上桩顶边界条件 $H = H_t$,式(31)可解,因此, z_0 以上桩的内力可解, z_0 以下桩身内力计算,可参见文献[1] Reese - Matlock 法。

3 算例分析

3.1 桩前土体处于弹性状态

扶余松花江大桥 IV[#] 试桩^[19],地质条件:0~14 m,中砂,中密,饱和;14~17 m,粗砂,中密,饱和;17~21 m,砂质粘土,密实,半坚硬。桩的物理几何特征:钻孔灌注桩,有钢筋骨架,桩径 $B = 1.62$ m,桩长 $L = 18.8$ m。对桩顶分别施加 300 kN、400 kN、500 kN、600 kN 的水平力,地面处载荷比值 $e = M_0/Q_0 = 0.25$ m, $E_P I_P \approx 6.3$ GN·m²。由于是中密~密实砂土地基,由表 1,选取 $n_{hmax} = 45$ MN/m³,计算 $T = 2.69, L/T = 6.99 > 4$,所以为长桩。由于没有给出土层的粘聚力 c 内摩擦角 φ 值,可按经验,取 $c = 0, \varphi = 38^\circ, \gamma_0 = 20$ kN/m³,地下水位于地表处,计算 $K_P = 3.85, m_0 = 187$ 。采用文中方法和传统的 m 法比较,对于 m 法,则取 $m \times B =$

45 MN/m³ (B 为桩径)。计算时将桩划分为 40 个单元,计算出给定水平荷载下的桩顶位移和转角,当 $H_0 = 600$ kN, $M_0 = 150$ kN·m 时,计算出了桩身弯矩分布,结果如图 4-6 所示。

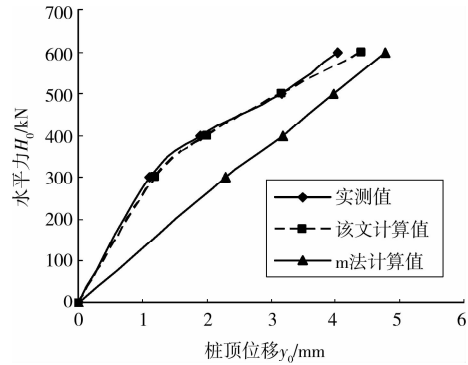


图 4 桩顶位移与水平荷载关系曲线

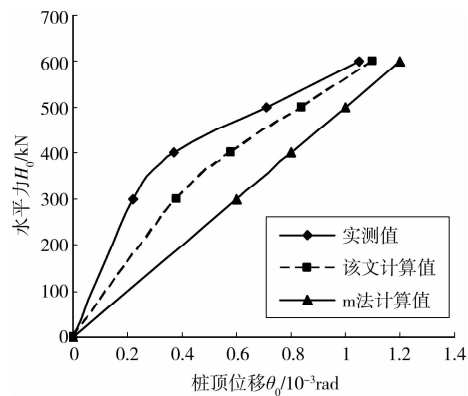


图 5 桩顶转角与水平荷载关系曲线

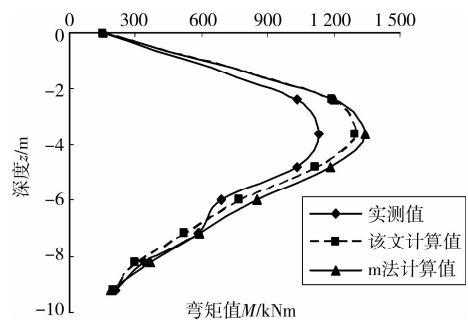


图 6 桩身弯矩随深度变化关系曲线 ($H_0 = 600$ kN)

由 3.1 的程序判断,在 $H_0 = 600$ kN 时,桩前土体仍处于弹性状态,但是当 $H_0 > 300$ kN 时,虽然桩顶最大位移仅有 4.04 mm,土体已经表现出明显的非线性性质(图 4-5),使用 m 法计算会有一些的误差,该文对于桩顶位移和转角,桩身弯矩的计算(图 6)与实测值比较接近,比 m 法更精确。

3.2 桩前土体部分达到塑性屈服

文献[20]用“一维梁-柱有限单元”的数值解法计算了砂土地基中的钢筋混凝土钻孔灌注桩的性

状。假设在给定荷载下,桩身一直保持线弹性工作状态,而桩前土体土反力和位移的关系服从 Reese et al^[15]的 $p-y$ 曲线,即随着位移增大,土体由弹性达到塑性屈服。桩长 $L=15$ m,桩径 $B=0.5$ m,桩身弹性模量 $E_p=41\ 000$ MPa,砂土重度 $\gamma_0=18$ kN/m³,有效内摩擦角 $\varphi'=40^\circ$,文中给出 $n_{h\max}=17.5$ MN/m³,对桩顶分别施加 100~500 kN 的水平力。计算 $E_p I_p \approx 0.126$ GN·m², $T=1.48$, $L/T=10 > 4$,所以为长桩。计算 $K_p=4.60$, $m_0=3 K_p \gamma_0 B=124$,对于 m 法,取 $m \times B=17.5$ MN/m³。计算时将桩划分为 30 个单元,计算出给定荷载下的桩顶位移,当 $H_0=500$ kN 时,计算出了桩身弯矩分布,结果如图 7-8 所示。

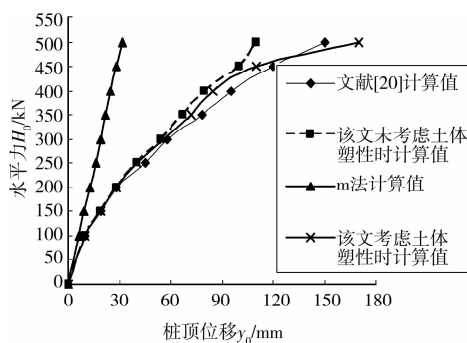


图7 桩顶位移与水平荷载关系曲线

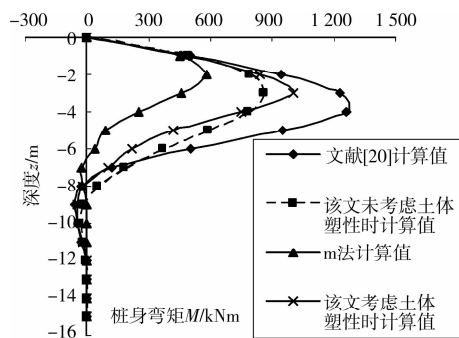


图8 桩身弯矩随深度变化关系曲线($H_0=500$ kN)

由文献[20]中采用的土体 $p-y$ 曲线模型可知,在 $H_0=160$ kN 时,桩前已产生塑性区;由该文 3.1 的程序判断, $H_0=250$ kN 时,桩前土体出现塑性区,两者的差别主要在于 $p-y$ 曲线模型选取不同,文献[9]是以位移判断是否屈服,而此文是以土反力判断的,但是差别并不大,说明此文模型的合理性。同时说明,当 $H_0 > 250$ kN 时,桩前一定存在塑性区。由图 8 可知, $H_0 < 300$ kN 时,考虑土体塑性屈服和不考虑塑性屈服的计算位移几乎相同,这是因为塑性区范围较小,对于土体位移影响并不大;当 $H_0 > 400$ kN 时,不考虑塑性屈服的计算位移与文

献[20]中计算值差别较大,而考虑土体塑性屈服的计算位移更接近文献[20]中计算值,更偏于安全,这是因为土体塑性区范围已经扩大,对于土体位移影响变大。由图 8 可知,考虑了土体塑性屈服的弯矩计算值更接近文献[20]中计算值。而同时可知,在这种桩顶发生较大位移的情况,土体表现出明显的非线性性质,m 法计算的位移和弯矩远远小于数值计算值,不再适用。

4 结论

1) 对于水平土反力模量的选取,考虑了土体的非线性性质,能更好地反映土体的实际受力性状。

2) 考虑桩前土体处于弹性和达到塑性屈服 2 种状态,因此,既适用于小位移的情况,也适用于桩基容许出现大位移的情况,考虑土体塑性屈服的计算值比未考虑塑性屈服的更接近实测值,且偏于安全。

3) 基本微分方程是四阶变系数非线性微分方程,该文给出了该方程的近似解答,使得计算方便可行。

4) 算例证明,该方法较 m 法计算准确,较 $p-y$ 曲线法计算方便,在缺乏实测参数的情况下,可代替 $p-y$ 曲线法,用于工程实践。

5) 水平反力地基常数 $n_{h\max}$ 的取值范围是基于有限试验资料所得,取值不合适会造成一定的计算误差,因此需对此进行进一步探讨。

参考文献:

- [1] 卢世深,林亚超. 桩基础的计算和分析[M]. 北京:人民交通出版社,1987.
- [2] BEHROUZ A, MOHAMMAD L. Pile-soil-structure interaction in pushover analysis of jacket offshore platforms using fiber elements[J]. Constructional Steel Research, 2009, 65(1): 209 - 18.
- [3] 吴锋,时蓓玲,卓杨. 水平受荷桩非线性 m 法研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(9): 1398-1401.
WU FENG, SHI BEI-LING, ZHUO YANG. Nonlinear 'm' method for piles under lateral load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(9): 1398-1401.
- [4] 王梅,楼志刚,李建乡,等. 水平荷载作用下单桩非线性 m 法试验研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(1): 23 - 30.
WANG MEI, LOU ZHI-GANG, LI JIAN-XIANG, ZHAO JING. Nonlinear analysis of 'm' method for single pile under lateral loading[J]. Rock and Soil

- Mechanics, 2002, 23(1): 23-30.
- [5] WEI DONG GUO. Laterally loaded rigid piles in cohesionless soil[J]. Canadian Geotechnical, 2008, 45(5): 676-697.
- [6] WEI DONG GUO. Nonlinear response of laterally loaded piles and pile groups [J]. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2008, 33(7): 879-914.
- [7] PRAKASH S, KUMAR S. Nonlinear lateral pile deflection prediction in sands [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(2): 130-138.
- [8] MWINDO J M. Strain dependent soil modulus of horizontal subgrade reaction [D]. University of Missouri, Rolla, MO. 1992.
- [9] ZHANG LIANYANG. Nonlinear analysis of laterally loaded rigid piles in cohesionless soil[J]. Computers and Geotechnics, 2009, 36(5): 718-724.
- [10] TERZAGHI K. Evaluation of coefficients of subgrade reaction[J]. Geotechnique, 1955, 5(4): 297-326.
- [11] BROMS B B. Lateral resistance of piles in cohesionless soils [J]. Soil Mechanics and Foundations Division, 1964, 90(3): 123-156.
- [12] BHUSHAN K, LEE L J, GRIME D B. Lateral load tests on drilled piers in sand[C]// Proceedings of a session sponsored by the geotechnical engineering division and the ASCE national convention, Missouri, St. Louis, 1981: 114-31.
- [13] KUMAR S. Non-linear load deflection prediction of single piles in sand using a subgrade reaction approach [D]. University of Missouri, Rolla, MO. 1993.
- [14] KUMAR S, LALVANI L, OMAR M. Nonlinear response of single piles in sand subjected to lateral loads using k_{hmax} approach [J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2006, 24(1): 163-81.
- [15] REESE L C, COX W R, KOOP F D. Analysis of laterally loaded piles in sand[C]// Proceedings of 6 th offshore technical conference, Houston, Texas, 1974, 2: 473-83.
- [16] MEYER B J, REESE L C. Analysis of single piles under lateral loading, Research report No. 244-1[R]. Center for Transportation Research, The University of Texas, Austin, Texas; 1979.
- [17] TOMLINSON M J. Foundation design and construction. 5th ed[M]. London: Pitman Books Ltd. , 1986.
- [18] GLEESER, S M. Lateral load tests on vertical fixed-head and free-head piles. [C]// Symposium on lateral load tests on piles , Special Technical Publication, 1953, 154: 75-101.
- [19] 吴恒立. 计算推力桩的综合刚度原理和双参数法[M]. 北京: 人民交通出版社, 1990.
- [20] SUSHART L, KITTISAK K, ENRICO S. Response of reinforced concrete piles including soil-pile interaction effects[J]. Engineering Structures, 2009, 31(9): 1976-1986.

(编辑 王秀玲)