

非线性破坏准则下岩石地基承载力的影响因素

张国祥¹, 李丽民^{1, 2}, 张成平³, 曹 鑫²

(1. 中南大学土木建筑学院, 长沙 410075; 2. 湖南城市学院, 湖南 益阳 413000;

3. 北京交通大学 隧道及地下工程教育部工程研究中心, 北京 100044)

摘要: 传统的地基承载力计算基于 Mohr-Coulomb 线性破坏准则, 但试验数据表明几乎各种岩石强度包线与法向应力呈非线性关系, 岩石强度包线服从修正 Hoek-Brown 非线性破坏准则。为此, 采用 Hoek-Brown 非线性破坏准则和“多切线法”, 根据极限分析中的上限理论, 利用 Matlab 软件平台和非线性“序列二次规划”优化方法, 编制相应程序来计算岩石地基的承载力, 分析岩石地基承载力的影响因素, 计算结果表明: 岩石地基承载力的主要影响因素是岩石的 GSI 和 m_i , 但自重 γ 、超载 q 和开挖扰动系数 D 在 GSI 较小时对岩石地基承载力影响较大; 与前人研究成果的对比分析发现, 采用“单切线法”会过高估计地基承载力值, 存在较大的风险, 采用“多切线法”理论上较之更加严密, 计算结果更接近真实值, 具有较高的实用价值。

关键词: 岩石地基承载力; Hoek-Brown 非线性破坏准则; 上限分析; 序列二次规划; 多切线法; 影响因素

中图分类号: TU473.11 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2010)05-0016-07

Factors of Bearing Capacity for Rock Foundation Based on the Nonlinear Failure Criterion

ZHANG Guo-xiang¹, LI Li-min^{1, 2}, ZHANG Cheng-ping³, CAO Xin²

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Central South University, Changsha, 410075, P. R. China;

2. Hunan City University, Hunan Yiyang 4130003, P. R. China; 3. Tunnel and Underground Engineering Research Center of Education Ministry, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, P. R. China)

Abstract: Bearing capacity of foundation is conventionally calculated based on the linear Mohr - Coulomb failure criterion. However, a amount of experimental data shows that the strength envelops of almost all types of rocks are nonlinear over the wide range of normal stresses. The strength envelope of rock masses is considered to follow a modified Hoek-Brown nonlinear failure criterion. Therefore, according to the upper-bound approach, based on Hoek-Brown nonlinear failure criterion and a multi-tangential technique method, the relevant programs were developed by means of the software Matlab and the sequential quadratic programming optimization theory. And the calculation and the analysis of affecting factors bearing capacity for rock foundation were employed. It is found that the major factors affecting bearing capacity of rock foundation are GSI and m_i , but the weight of foundation, overload and the disturbance coefficient of excavation D have a considerable influence on bearing capacity of rock foundation when the value of GSI is small. Compared with the generalized tangential and the finite element or finite difference numerical techniques, the single-tangential technique method would bring relatively great risk, because the

收稿日期: 2010-03-26

基金项目: 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2010CB732100)

作者简介: 张国祥(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土极限分析方面研究, (E-mail)gxzh@mail.csu.edu.cn.

calculation results are larger than those of the actual bearing capacity of foundation.

Key words: bearing capacity of rock foundation; Hoek-Brown nonlinear failure criterion; upper bound solutions; sequential quadratic programming; multi-tangential technique method; affecting factors

地基稳定性是地基设计中必须考虑的一个重要因素,它不仅控制建筑物的安全,而且客观上影响工程的经济合理性。因此,合理确定地基承载力,弄清其影响因素,对高层建筑、水利水电、铁路、公路工程等各种建筑尤为必要。确定地基承载力,一般有现场原位试验、理论公式以及从地基承载力表中查取3种计算方法。对地基承载力、承载力系数的理论公式研究主要分为3类:一类是以 Prandtl-Reissner 为代表的滑移线理论,这种方法没有考虑土体重量对地基承载力的影响;一类是以 Terzaghi 与 Meyerhof 等学者为代表的极限平衡法,承载力系数 N_q 和 N_c 采用平衡方程方法获得,而承载力系数 N_γ 采用经验法获得;另一类是 Michalowski (1997年)^[3]等学者根据上限定理,在相同破坏机制的条件下,对承载力系数 N_q 、 N_c 和 N_γ 进行研究。但他们的研究都局限于线性 Mohr-Coulomb 破坏准则。岩土材料的非线性强度是一个非常突出不可忽视的材料强度特性问题,非线性严重影响岩土工程的力学行为,但对于非线性强度准则下的地基承载力的研究还很少。有人提出简单地将非线性强度准则线性平均化,按 Mohr-Coulomb 线性强度准则确定地基承载力。后来有人提出用单一切线法将非线性强度准则线性化^[4-5],然后再按线性强度准则确定地基承载力,只是强度指标随切点位置而变,实际上是假定求解区域的法向应力相同,这与实际不符。文献^[2]给出了 Hoek-Brown 破坏准则下的地基承载力上下限有限元解,并且非常接近,可以认为它们的平均值接近理论解。在上下限有限单元求解过程中,线性强度准则的处理非常困难,非线性强度准则的处理更加困难,文献^[3]中并没有介绍如何处理非线性强度准则问题。影响岩石地基极限承载力的因素极其复杂,无论是传统的理论计算还是现场试验都会存在一定的局限性,目前对于岩石地基承载力的理论研究还很少。因此,该文考虑岩土材料的非线性破坏准则,运用上限理论^[6-7]和多个刚性滑块破坏机构对岩石地基承载力的影响因素进行研究,提出了一种多切线法来处理非线性强度问题,多切线法能充分考虑实际的非均匀应力分布,当刚性滑块细分后,是一种严格意义上的非线性极限分析方法。

1 非线性修正 Hoek-Brown 破坏准则

为排除岩石各向异性的影响,主要分析的是完

整岩体和破碎岩体,他们符合 Hoek-Brown 非线性破坏准则的要求。Hoek, E 和 Brown, E. T^[8-10]通过大量实验提出了一种非线性破坏准则,并对其不断的改进和发展,已得到工程界广泛认可。其数学表达式为:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (1)$$

式中 m , s 为岩体特性参数; σ_c 为岩体的单轴抗压强度; σ_1 和 σ_3 分别为岩体破坏时的最大、最小主应力, a 为与岩石完整程度有关的参数。其中 m , s 由岩石评分系统 GSI 来确定:

$$\frac{m}{m_i} = \exp\left(\frac{\text{GSI} - 100}{28 - 14D}\right) \quad (2)$$

$$s = \exp\left(\frac{\text{GSI} - 100}{9 - 3D}\right) \quad (3)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left[\exp\left(-\frac{\text{GSI}}{15}\right) - \exp\left(-\frac{20}{3}\right) \right] \quad (4)$$

式中系数 m_i 可以通过不同围压下的三轴试验确定,一般其变化范围为 4~33 左右。 D 为岩石的扰动系数,对于完整岩体取 0,极破碎岩体取 1.0,其它内插确定。为适应传统分析方法的需要,需要将 Hoek-Brown 参数转化为 Mohr-Coulomb 参数 φ, c 。为方便计算,需要建立 φ, c 之间的关系式,该文采用切线法,即在 Hoek-Brown 破坏曲线上取一点作其切线,如图 1 所示,其切线方程为:

$$\tau = c_t + \sigma_n \tan \varphi_t \quad (5)$$

由于 φ, c 值的大小与滑动面上的法向应力 σ_n 有关,所以在地基中的不同位置,由于 σ_n 的不同而导致 φ, c 值的不同, φ, c 值均为瞬时值而不是常量,记为 c_t, φ_t 。经推导可得 c_t, φ_t 之间的关系为^[6]:

$$c_t = \frac{\sigma_c \cos \varphi_t}{2} \left[\frac{m(1 - \sin \varphi_t)}{2 \sin \varphi_t} \right]^{\frac{m}{1-n}} - \frac{\sigma_c \tan \varphi_t}{m} \left(1 + \frac{\sin \varphi_t}{n} \right) \left[\frac{m(1 - \sin \varphi_t)}{2 \sin \varphi_t} \right]^{\frac{1}{1-n}} + \frac{\sigma_c s}{m} \tan \varphi_t \quad (6)$$

2 岩石地基承载力上限分析

该文采用多刚块法^[11-12]和多切线法研究岩石地基承载力问题,切线法得到的强度值实际上是超过了材料的真实强度,得到的解为极限荷载的上限解^[5,13]。将地基分成刚性滑块,然后采用非线性

Hoek-Brown 破坏准则,划分示意图如图 2。由于基础两侧地基的划分方式一致,故只给出了一侧的划分示意图,计算时也只需取一半计算即可。由几何

$$L_i = \frac{L_1 \prod_{j=1}^{i-1} \sin \beta_j}{\prod_{j=1}^{i-1} \sin(\alpha_j + \beta_j)}, L'_i =$$

$$\frac{L_1 \sin \alpha_i \prod_{j=1}^{i-1} \sin \beta_j}{\prod_{j=1}^i \sin(\alpha_j + \beta_j)}$$

关系计算得到 L_i 和 L'_i 。采用多切线法引入瞬时变量 C_i 和 φ_i , 在非线形强度曲线上寻找到最恰当的若干条外切直线,通过切线引入多组变量 C_i 和 φ_i 使得此时的岩石地基承载力最小。

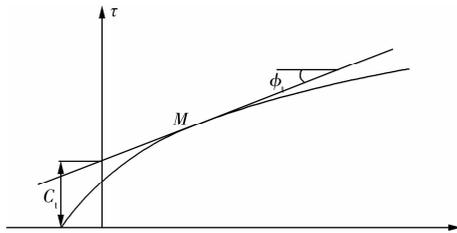


图 1 Hoek-Brown 破坏准则曲线的切线

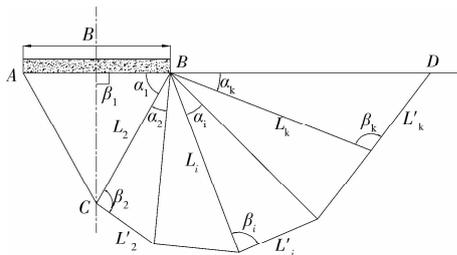


图 2 地基单元划分示意图

根据相关流动的正交流动法则,刚体平移时位移速度与刚体界面必成 φ_i 角。但由于不同单元边界处的应力状态不同,故 φ_i 角的取值也是不同的,因此三角形公共边上的瞬时摩擦角为 φ_i ,黏聚力为 c_i ,而底边的瞬时摩擦角为 φ'_i ,黏聚力为 c'_i 。由于三角

$$\dot{W}_{int} = \sum_{i=2}^k L_i c_i V_{i-1,i} \cos \varphi_{i-1} + \sum_{i=2}^k L'_i c'_i V_i \cos \varphi'_i = 2(f_1 + f_2) L_1 V_1 \quad (7)$$

$$f_1 = \sum_{i=2}^k c_i \cos \varphi_i \times \frac{\sin(\alpha_{i-1} - \beta_i + \beta_{i-1} + \varphi'_i - \varphi_{i-1}')}{\sin(\alpha_{i-1} + \beta_{i-1} - \varphi_i - \varphi_{i-1}')} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin \beta_j \sin(\alpha_j + \beta_j - \varphi_{j+1} - \varphi'_j)}{\sin(\alpha_j + \beta_j) \sin(\beta_{j+1} - \varphi_{j+1} - \varphi'_{j+1})} \quad (8)$$

$$f_2 = \sum_{i=2}^k c'_i \frac{\sin \alpha_i \cos \varphi'_i}{\sin(\alpha_i + \beta_i)} \times \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin \beta_j \sin(\alpha_j + \beta_j - \varphi'_j - \varphi_{j+1})}{\sin(\alpha_j + \beta_j) \sin(\beta_{j+1} - \varphi_{j+1} - \varphi'_{j+1})} \quad (9)$$

2.2 外力做功功率

考虑基底岩体的自重,则外力的做功包括重力、超载和极限荷载的做功,下面分别计算它们的功率。

$$\dot{W}_{gra} = \frac{By}{4} L_2 \sin \alpha_1 V_1 + \sum_{i=2}^k L_i L'_i \sin \beta_i \sin(\sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j - \beta_i + \varphi'_i) V_i \gamma = \frac{By}{4} L_2 \sin \alpha_1 V_1 + L_1^2 V_1 \gamma \cdot f_3 \quad (10)$$

形单元公共边处存在速度不连续面,因此每条公共边上的速度都是相对的,并假定塑性功的耗散只发生在三角形公共边和底边上。每个三角形刚块形状由边长 L_i, L'_i , 夹角 α_i, β_i 控制, V_i 为第 i 块刚体的绝对速度, $V_{i-1,i}$ 为第 $i-1$ 号块与第 i 号块间的相对速度。速度场应符合如图 4 所示几何关系,由图 2、图 3 和图 4 可得到:

$$V_i = \frac{V_1 \prod_{j=1}^{i-1} \sin(\alpha_j + \beta_j - \varphi'_j - \varphi_{j+1})}{\prod_{j=1}^{i-1} \sin(\beta_{j+1} - \varphi_{j+1}' - \varphi_{j+1})}$$

$$V_{i-1,i} = \frac{V_1 \prod_{j=1}^{i-1} \sin(\alpha_j + \beta_j - \varphi'_j + \varphi_{j+1})}{\prod_{j=1}^{i-1} \sin(\beta_{j+1} - \varphi_{j+1}' - \varphi_{j+1})}$$

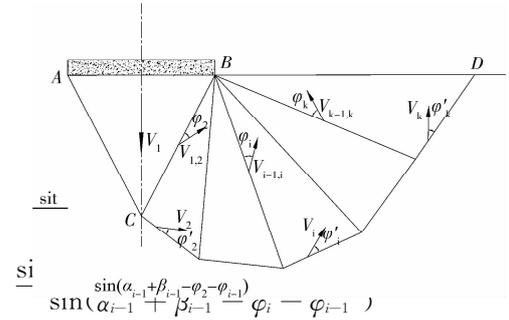


图 3 地基单元速度场示意图

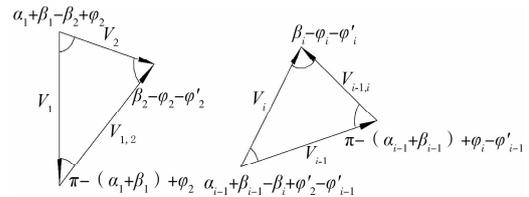


图 4 第 1 号单元和第 i 号单元速度矢量图

2.1 内能耗散率

由于内能的耗散仅发生在速度不连续面上,即三角形单元的公共边和底边上,故内能耗散率为:

2.2.1 重力功率 设基础的宽度为 B , 岩石的重度为 γ 。则重力功率为:

$$f_3 = \sum_{i=2}^k \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\sin^2 \beta_j \sin(\alpha_j + \beta_j - \varphi'_j - \varphi_{j+1})}{\sin^2(\alpha_j + \beta_j) \sin(\beta_{j+1} - \varphi_{j+1} - \varphi_{j+1})} \times \sin(\sum_{j=1}^{i-1} \alpha_j - \beta_i + \varphi'_i) \times \frac{\sin \alpha_i \sin \beta_i}{\sin(\alpha_i + \beta_i)} \quad (11)$$

2.2.2 超载功率 设地面的均布荷载为 q , 分布的范围为第 k 号三角形单元的边长 L_{k+1} , 位移方向为

$$\dot{W}_{ol} = qL_{k+1}V_k \sin(\alpha_k + \beta_k - \varphi'_k) = qL_1V_1f_4 \quad (12)$$

$$f_4 = qL_1V_1 \frac{\sin \beta_k}{\sin(\alpha_k + \beta_k)} \prod_{j=1}^{k-1} \frac{\sin(\alpha_j + \beta_j - \varphi_{j+1} - \varphi'_j) \sin \beta_j}{\sin(\beta_{j+1} - \varphi_{j+1} - \varphi'_{j+1}) \sin(\alpha_j + \beta_j)} \sin(\alpha_k + \beta_k - \varphi'_k) \sqrt{b^2 - 4ac} \quad (13)$$

2.2.3 极限荷载功率 极限荷载作用于 1 号单元上, 方向与 1 号单元的绝对速度 V_1 方向一致, 故其功率为:

$$\dot{W}_{qu} = \frac{B}{2}q_uV_1 \quad (14)$$

总的外力功率为:

$$\dot{W}_{ext} = \frac{By}{4}L_2 \sin \alpha_1 V_1 + L_1^2 V_1 \gamma \cdot f_3 + qL_1V_1f_4 + \frac{B}{2}q_uV_1 \quad (15)$$

据虚功率原理有:

$$\dot{W}_{int} = \dot{W}_{ext} \quad (16)$$

由此可以解得:

$$q_u = (f_1 + f_2) - q_0f_4 - \frac{By}{2}f_3 - \frac{B \sin \beta_1 \sin \alpha_1 \gamma}{2 \sin(\alpha_1 + \beta_1)} \quad (17)$$

2.3 极限分析上限解的求解

在式(17)中, B, γ, q 都是已知量, 极限承载力 q_u 仅与 f_1, f_2, f_3 和 f_4 有关。而由 f_1, f_2, f_3 和 f_4 的表达式可以看出, 它们分别是所有的三角形单元几何参数和岩石物理参数的函数, 取决于变量 α_i, β_i 和 φ_i, φ'_i 及 C_i, C'_i 的大小。岩石地基的划分单元数为 K 个单元数时, 共有 $4K$ 个变量。但由式(5)式和(6)式可以看出, φ, φ'_i 和 C_i, C'_i 满足一定的关系, 并且这些变量应满足以下几何约束条件和速度场约束条件: $\sum_{i=1}^k \alpha_i = \pi, \alpha_i + \beta_i \geq \beta_{i+1}, 0 \leq \beta_i \leq \pi, 0 \leq \varphi_i \leq \pi, 0 \leq \varphi'_i \leq \pi, 0 \leq \beta_i - \varphi_i - \varphi'_i \leq \pi, 0 \leq \alpha_{i-1} + \beta_{i-1} - \beta_i + \varphi'_i - \varphi'_{i-1} \leq \pi$ 。不同的变量和变量组合能得到不同的极限土压力上限解, 由于极限分析上限解总是大于真实极限荷载的, 所以上限解中, 岩石地基承载土越小, 越接近真正的极限荷载值, 岩石地基承

第 k 号三角形单元的绝对速度方向, 则超载功率为:

载力的求解实际上是一个求最小值的问题。本文利用 Matlab 软件平台, 采用非线性“序列二次规划”优化方法, 编制相应程序来获取岩石地基承载力的上限解。

3 计算方法的可行性

引入一个地基承载力系数 N_σ 来评价地基极限承载力的大小。对于如图 2 所示的宽度为 B 的条形基础, 岩石地基材料的轴向抗压强度为 σ_c , 岩石的地质强度指数由 GSI 指标来衡量, 岩石地基材料的重度为 γ , 岩石特征参数为 m_i , 则地基的极限承载力可写为:

$$q_u = \sigma_c N_\sigma \quad (18)$$

若忽略岩石地基材料的自重, 则可用 N_{σ_0} 来代替 N_σ 。采用与前人的研究成果进行对比的方法来验证该方法的可行性, 对比结果见表 1 和图 5。文献[1]中, 作者采用单切线法来求解 Hoek-Brown 破坏准则下的地基承载力上限解, 文献[2]给出了 Hoek-Brown 破坏准则下的地基承载力的上下限有限元解, 其上下限解之差在 5% 左右, 可以认为它们的平均值已经很接近理论解。因此, 从对比结果可知: 单切线法计算的结果明显大于该文的计算结果, 最大的差别能达到 179.3%, 而随着 GSI 的增加差别有所减小, 但最小的差别也能达到 37.6%, 若直接采用切线法来计算地基承载力上限解时需要设置较高的安全系数方可, 否则将导致非常大的误差, Hoek 建议在用切线法得到的 c 值在采用时应至少折减 25%; 该文计算的结果与理论解已经非常接近, 完全能满足实际工程的要求, 并且较之上下限有限元法该文所述的方法则显得更加简单奏效, 具有一定的实用价值。

表 1 不同 GSI 和 m_i 下地基承载力系数计算结果 ($q_0 = 0, D = 0, \gamma = 0$)

N_σ m_i	7			10			15			17			25		
	本文	文献 1	文献 2												
10	0.057	0.101	0.056	0.079	0.161	0.077	0.118	0.279	0.117	0.135	0.331	0.132	0.203	0.567	0.197
20	0.157	0.285	0.155	0.213	0.428	0.209	0.306	0.687	0.299	0.346	0.796	0.335	0.497	1.257	0.482
30	0.306	0.534	0.300	0.405	0.776	0.397	0.568	1.199	0.555	0.633	1.373	0.618	0.891	2.087	0.868

续表 1

N_e m_i	7			10			15			17			25		
	本文	文献 1	文献 2												
40	0.514	0.857	0.504	0.671	1.224	0.659	0.925	1.853	0.924	1.025	2.108	1.002	1.420	3.146	1.390
50	0.816	1.296	0.801	1.053	1.828	1.037	1.432	2.732	1.401	1.572	3.099	1.547	2.164	4.577	2.116
60	1.267	1.917	1.247	1.618	2.674	1.597	2.177	3.962	2.132	2.394	4.482	2.346	3.245	6.579	3.156
70	1.956	2.821	1.927	2.473	3.891	2.444	3.292	5.715	3.228	3.61	6.452	3.542	4.848	9.424	4.752
80	3.023	4.160	2.982	3.783	5.668	3.745	4.983	8.244	4.893	5.447	9.288	5.352	7.251	13.50	7.118

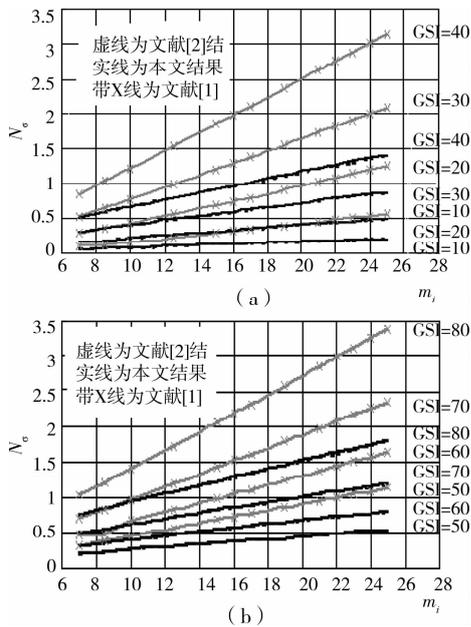


图 5 地基承载力系数 N_e 的比较

4 计算结果的分析

采用上述方法对地质强度指标 GSI、完整岩石

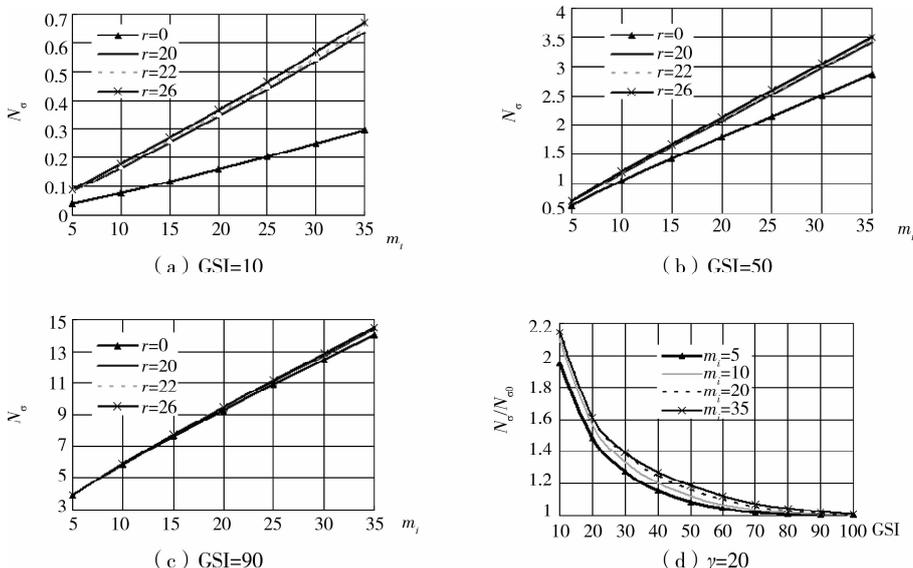


图 6 自重对地基承载力系数的影响 (γ 单位为 KN/m^3)

岩性系数 m_i 、自重 γ 、超载 q 和扰动系数 D 对岩石地基承载力的影响进行研究。自重对地基承载力系数的影响 ($q = 0, D = 0$) 的计算结果见图 6, 超载对地基承载力系数的影响 ($\gamma = 0, D = 0$) 的计算结果见图 7, 开挖扰动系数 D 对地基承载力的影响 ($\gamma = 0, q = 0$) 的计算结果见图 8。

由计算结果分析发现:在其他条件不变时,改变 m_i 、GSI、超载 q 和自重 γ 中间的任何一个参数,地基承载力系数都是随它的增大而增大。当 GSI 值较小时,自重 γ 、超载 q 对地基承载力系数影响很大,当 GSI 较大时,自重 γ 、超载 q 对地基承载力影响不大,说明自重 γ 、超载 q 对地基承载力是有一定贡献的,然而岩石地基承载力的大小主要还是取决于岩石的 GSI 和 m_i 。当岩石较完整时,其自身的粘聚力和摩擦角都较大,地基承载力也相应较大。在其他条件不变时,地基承载力系数随着开挖扰动系数 D 的增加而减小,随 GSI 的增加,开挖扰动系数对地基承载力的影响力也在不断的减小影响,当 GSI=100 时,开挖扰动对地基承载力几乎没有影响。

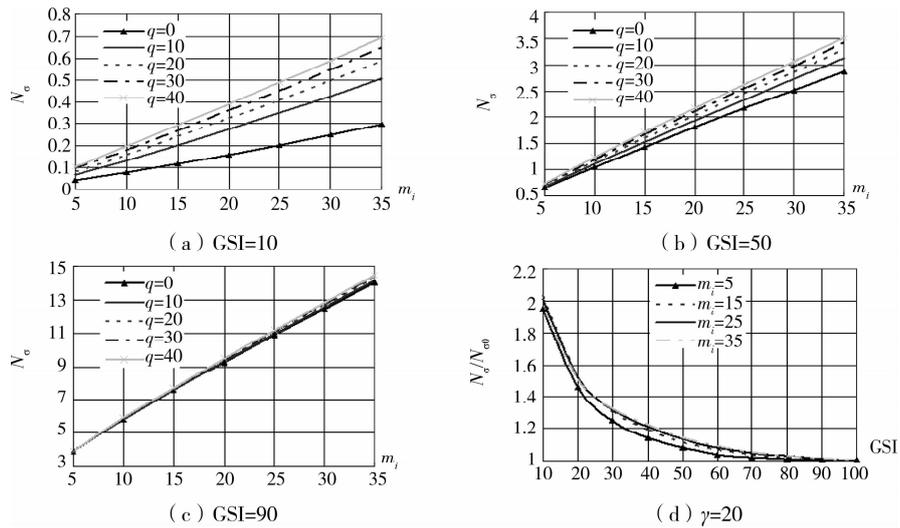


图 7 超载对地基承载力系数的影响 (q 单位为 KN/m^2)

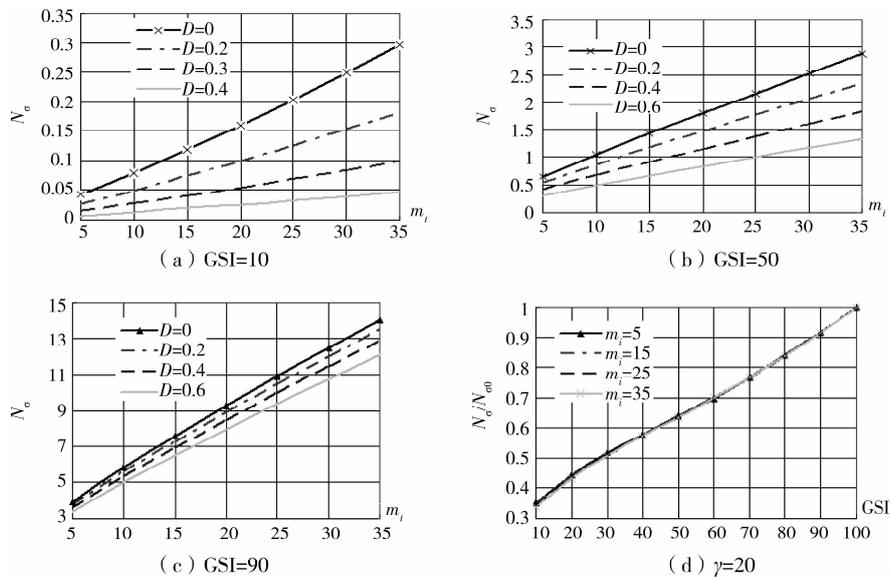


图 8 开挖扰动系数对地基承载力系数的影响

5 结论

地基承载力问题是岩土工程领域中的基础性课题之,正确地评价承载力的大小,对于确保工程安全至关重要,它一直深受国内外学者的关注^[15-17]。对于岩土材料而言,引入非线性强度曲线假设是非常必要的,因为非线性破坏准则更合工程的实际情况,也被许多学者的试验成果所证实。目前地基承载力理论计算大多采用线性破坏准则,该文在上限定理的基础上,采用 Hoek-Brown 非线性破坏准则和“多切线法”,利用 Matlab 软件平台和非线性“序列二次规划”优化方法,编制相应程序来计算岩石地基的承载力,分析岩石地基承载力的影响因素。计算结果表明:

1) 该文计算的结果与上下限有限元法得出的结果

极为接近,完全能满足实际工程的要求,并且较之上下有限元法更加简单奏效,具有一定的实用价值。

2) 单切线法没有考虑地基不同位置由于法线应力 σ_n 的不同而导致 C_i 、 φ_i 值的不同,计算结果偏大,在实践中使用会带来较大的风险。

3) 岩石地基承载力的大小主要取决于岩石的 GSI 和 m_i ,自重 γ 、超载 q 和开挖扰动系数 D 对岩石地基承载能力有一定影响, GSI 值较小时,自重 γ 、超载 q 、开挖扰动系数 D 对岩石地基承载力影响很大, GSI 较大时,自重 γ 、超载 q 和开挖扰动系数 D 对岩石地基承载力影响不大。

参考文献:

[1] YANG XIAO-LI, YIN JIAN-HUA. Upper bound solution for ultimate bearing capacity with a modified

- Hoek-Brown failure criterion[J]. *Int. J. Rock. Mech. Sci.*, 2005, 42: 550-560.
- [2] MERRIFIELD R S, LYAMINB A V. Limit analysis solutions for the bearing capacity of rock masses using the generalized Hoek-Brown criterion [J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2006, 43(6): 920-937.
- [3] MICHALOWSKI R L. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis [J]. *Soils and Foundations*, 2007, 37(4): 57-64.
- [4] HOEK E. Estimating Mohr-Coulomb friction and cohesion values from the Hoek-Brown failure criterion [J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2008, 27(3): 227-229.
- [5] CAI M, KAISER P K, TASAKA Y, et al. Determination of residual strength of jointed rock masses using the GSI system [J]. *International Journal of Rock Mechanics and mining Sciences*, 2007, 44(2): 247-265.
- [6] HOEK E, CARRANZE-TORRES C, CORKUM B. Hoek-Brown failure criterion - 2002 edition [C]// *Proceedings of the North American Rock Mechanics Society Meeting*. Toronto, 2002: 267-273.
- [7] YANG XIAO-II. Upper bound limit analysis of active earth pressure considering different fracture surface with nonlinear yield criterion [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2007, 47(1): 46-56.
- [8] HOEK E. A brief history of the development of the Hoek-Brown failure criterion [EB/OL]. [Http://www.rocksience.com](http://www.rocksience.com), 2004.
- [9] HOEK E, BROWN E T. Empirical strength criterion for rock masses [J]. *J Geotech Eng Division, American Society of Civil Engineers*, 2001, 106(1): 128-135.
- [10] HOEK E, WOOD D, SHAH S. A modified Hoek-Brown criterion for jointed rock masses [C]// *Proceeding of Rock Characterization. Symposium of ISRM: Eurock 92*. 1992:09-213.
- [11] SOUBRA A H. Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2004, 125(1): 59-68.
- [12] YANG XIAO-II, YIN JIAN-HUA. Upper bound solution for ultimate bearing capacity with a modified Hoek-Brown failure criterion [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2005, 42(4): 550-560.
- [13] 杨小礼. 岩石极限分析非线性理论及其应用[J]. *中南大学学报:自然科学版*, 2009, 40(1): 225-229.
- YANG XIAO-LI. Limit analysis with nonlinear failure criterion in rock masses and its applications [J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2009, 40(1): 225-229.
- [14] SERRANO A, OLALLA C, GONZALEZ J. Ultimate bearing capacity of rock masses based on the modified Hoek-Brown criterion[J]. *Int. J. Rock Mech Min Sci.* 2000, 37(6):1013-1018.
- [15] 梅岭, 梅国雄, 宋林辉, 等. 基于三维破坏面的地基极限承载力计算方法[J]. *水文地质工程地质*, 2009, 36(2): 52-56.
- MEI LING, MEI GUO-XIONG, SONG LIN-HUI, et al. Method for the calculation of ultimate bearing capacity of foundation based on 3D failure surface [J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2009, 36(2): 52-56.
- [16] 梅岭, 梅国雄, 宰金珉. 埋深基础地基极限承载力的数值求解方法[J]. *岩土力学*, 2009, 30(6): 1810-1814.
- MEI LING, MEI GUO-XIONG, ZAI JIN-MIN. Numerical analysis of ultimate bearing capacity of ground with deep buried foundation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(6): 1810-1814.
- [17] 秦会来, 黄茂松. 双层地基极限承载力的极限分析上限法[J]. *岩土工程学报*, 2008, 30(4): 611-616.
- QIN HUI-LAI, HUANG MAO-SONG. Numerical analysis of ultimate bearing capacity of ground with deep buried foundation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 30(4): 611-616.

(编辑 王秀玲)