

大跨混凝土箱梁温度场分析

张亮亮^{1a,1b}, 杨磊^{1a,1b}, 杨转运², 赵艳青^{1a,1b}, 刘会²

(1. 重庆大学 a. 土木工程学院; b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045;

2. 四川建筑职业技术学院, 四川 德阳 618000)

摘要: 针对困扰工程设计的混凝土箱梁温度分布及温度应力问题, 以某双线特大桥为背景, 基于箱梁表面热交换平衡理论的预应力箱梁温度场数值仿真和现场实测的对比分析, 以此来得到较为准确的混凝土箱梁壁厚温差的梯度模式。通过对比分析结果表明, 基于箱梁表面热交换平衡理论的温度场数值仿真能客观模拟实际边界条件, 具有较高的计算精度, 可以很好的满足实际工程的设计分析要求, 进而以温度场数值仿真为基础, 利用 ANSYS 二次开发技术, 开发出了与 ANSYS 风格一致的针对预应力混凝土温度场的可视化汉化模块, 实例计算表明, 该可视化汉化模块能很好的应用于实际, 能够提高工作效率。

关键词: 混凝土箱梁; 温度场; 温度荷载; 二次开发

中图分类号: U441.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2011)01-0036-07

Temperature Field Analysis of Long-span Concrete Box Girders

ZHANG Liang-liang^{1a,1b}, YANG Lei^{1a,1b}, YANG Zhuan-yun², ZHAO Yan-qing^{1a,1b}, LIU Hui²

(1a. Faculty of Civil Engineering; 1b. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China;

2. Sichuan College of Architectural Technology, Deyang 618000, Sichuan, P. R. China)

Abstract: Taking a two-lane extra large bridge as sample, it is to analyze the real time thermal field and thermal effect on a long-span prestressed concrete box girder. The obtained data is compared with the simulation which is based on a balancing theory of temperature distributions and exchange in box girder exterior surfaces. The results show that the proposed method can emulate the actual boundary conditions precisely, it can satisfy the design analysis requirement of the practice engineering. Based on the emulation of the temperature field, with the ANSYS secondary development technology, FEM modules are developed to analyze the thermal field of the prestressed concrete box girder bridges. The present examples show that the developed modules are effective and useful.

Key words: concrete box girders; temperature field; temperature load; secondary development

混凝土桥梁在现代桥梁工程的建设中占有重要地位。而统计表明, 由于箱形梁具有抗弯抗扭刚度大、截面效率系数高、承载力大等优点, 在近 20 年修

建的混凝土桥梁结构中, 混凝土箱形梁是大跨径预应力混凝土连续梁桥和连续刚构桥主要的梁截面形式^[1]。工程界基于工程热传导理论和现场观测数

收稿日期: 2010-05-18

基金项目: 重庆大学“211 工程”三期创新人才培养计划建设项目(509105)

作者简介: 张亮亮(1956-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事桥梁结构研究, (E-mail)211200510@126.com。

据,对混凝土箱梁作了许多研究工作^[2-7],对于这类桥梁来说,长期经受自然界气温的变化和日辐射、寒流降温等激烈作用,其表面与内部各点的温度随时随刻都在发生变化。但由于混凝土材料的热传导性能差,混凝土箱梁在太阳辐射或骤然降温引起的温度变化作用下,箱梁结构表面温度迅速上升或下降,但结构内部大部分区域仍处于原来的温度状态,在外界连续的热流作用和混凝土对温度的滞后反应下,混凝土结构内的温度呈非线性分布^[8-9],从而在箱梁中形成较大的温度梯度。由于未充分考虑温度对混凝土箱梁的影响,设计上认为无拉应力的全预应力混凝土箱梁桥经常出现一些严重的裂缝,有的桥梁甚至被迫停运修复,造成了重大的经济损失^[10]。

为了能较严密考虑影响温度分布的因素,首先根据箱梁表面温度分布的分析理论,全面考虑箱梁表面温度与太阳辐射、结构几何尺寸、所处地理位置、桥梁方位、所用材料物理特性和当地气候条件等参数之间的关系,模拟计算箱梁在不同温度荷载作用下的温度场,并将计算结果与实测数据进行对比分析。然后,对 ANSYS 进行二次开发,将复杂的操作分析步骤封装称为用户自己的程序,得到基于计算混凝土箱梁温度场的图形用户界面程序。最后,利用 ANSYS 中编制的模块对箱梁壁厚方向的温度梯度模式进行了研究,得到不同板厚下的温差指数函数,为今后规范的修订提供参考。

1 混凝土箱梁温度场的数值模拟

混凝土箱梁内部的热传导可忽略纵向的温度梯度,主要在箱梁横截面内进行,可按平面问题计算混凝土箱梁温度场^[11]。对混凝土箱梁进行温度场数值分析,首先需确定考虑环境条件、几何材料和地理位置与走向等因素的箱梁热交换边界条件,然后将其施加在热力学有限元模型上进行温度场的计算。

1.1 箱梁外表面边界分析

对于任意无内热源物体不稳定温度场,其有限元计算的基本微分方程^[11]为

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = c\gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1)$$

$$T_{t=0} = T(x, y, z, t) \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = q(t) \quad (3a)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = h[T_a(t) - T] \quad (3b)$$

其中:式(1)为 Fourier 导热微分方程;式(2)为初始条件;式(3a)为第 2 类边界条件;式(3b)为第 3 类边界条件; Γ 表示物体边界; $q(t)$ 为已知的边界上

的热流密度函数; h 为综合热交换系数; $T_a(t)$ 为外界空气温度;其它参数意义详见文献^[11]。

混凝土桥梁结构与外界的热交换,不仅有来自太阳辐射的热流,还有与周围环境之间的对流和辐射热交换,因此处于自然界的混凝土箱梁其边界条件为上述第 2 类和第 3 类边界条件的组合,可以表示为

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = h[T_a(t) - T] + q(t) \quad (4)$$

为了计算的方便,通常将式(4)的组合边界条件转换成同一类边界条件,可以将其转换成第 3 类边界条件,令 $T'_a(t) = T_a(t) + \frac{q(t)}{h}$,公式表示为:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = h[T'_a(t) - T] \quad (5)$$

从式(5)可以看出,要准确合理地模拟混凝土箱梁复杂的热交换边界条件,必须根据桥址所处的地理位置以及气象条件等因素通过适当的数学模型较为准确的描述式(5)中的综合热交换系数 h 和当量空气温度 $T'_a(t)$ 。

1.1.1 综合热交换系数的计算 箱梁外表面的综合热交换系数实际上是由对流换热系数 h_c 和辐射换热系数 h_r 组成,两者均与外界气象条件(风速、箱梁周围环境温度、空气温度等)以及外表面的温度有关。

混凝土表面与外界大气的对流换热遵循牛顿冷却定律,在土木工程计算中,要确定产生最不利温度荷载的极值气象条件下的对流交换系数 h_c ,采用 Jürges-Nusselt 公式^[11]进行计算。

$$h_c = 2.6 \left(\sqrt[4]{T_a - T} + 1.54\nu \right) \quad (6)$$

式中 ν 为外界风速,对于混凝土桥梁结构温度效应,为了得到最不利数值,应取风速为零。但是,考虑到风速为零与太阳辐射强度最大等极端气象条件同时出现的几率很小,通常都是采用 1.0 m/s 的常数风速^[11-12]。

对于辐射换热,根据克希霍夫定律,综合混凝土表面发射和吸收热辐射的总效果,混凝土箱梁外表面与外界的热辐射换热量 q_r ^[11]为

$$q_r = C_0 \epsilon \left[(273 + T_a)^4 - (273 + T)^4 \right] - \frac{1 + \sin \beta_n}{2} (1 - \epsilon_a) \epsilon C_0 (273 + T_a)^4 \quad (7)$$

$$q_r = h_r (T_a - T) - q_{ra} \quad (8)$$

$$h_r = \epsilon C_0 (546 + T_a + T) \left[(237 + T_a)^2 + (237 + T)^2 \right] \quad (9)$$

$$q_{ra} = \frac{1 + \sin \beta_n}{2} (1 - \epsilon_a) \epsilon C_0 (273 + T_a)^4 \quad (10)$$

式中: C_0 为 Stefan-Boltzmann 常数, 其值为 $5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$; ϵ 为物体的发射率, 但就混凝土桥梁结构温度范围来说, 可以将其当成 1 个常数, 在缺乏准确资料时, 其发射率可以取为 $0.90^{[11]}$; ϵ_a 为大气辐射系数, 一般情况下, 可取为 $0.82^{[11]}$; β_n 为表面外法线与地平面的夹角。

因此, 混凝土箱梁外表面的综合换热系数 h 的计算式为:

$$h = h_c + h_r = 2.6(\sqrt{T_a - T} + 1.54\nu) + \epsilon C_0(546 + T_a + T)[(237 + T_a)^2 + (237 + T)^2] \quad (11)$$

1.1.2 等效空气温度的计算 混凝土外表面总的边界热交换除上述提及的对流换热 q_c 和与外界的辐射换热 q_r 外, 还包括结构表面实际吸收的太阳辐射热流密度 q_s , 混凝土外表面总的边界条件为

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = q_s + q_c + q_r \quad (12)$$

采用公式(5)类似的方法将式(12)转换成第 3 类边界条件, 即混凝土外表面总的边界条件为

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = h(T_a - T) + q_s - q_{ra} = h\left(T_a + \frac{q_s - q_{ra}}{h} - T\right) = h(T_a^* - T) \quad (13)$$

式中: T_a^* 即为等效空气温度。对于 q_s 的计算推导过程已有许多文献论述^[11,13], 在此不再详述; 气温日过程 T_a 可以根据现场实测的数据, 也可以采用正弦函数^[14-15]描述, 即

$$T_a(t) = T_{av} + T_{am} \sin \frac{(t - t_0)\pi}{12} \quad (14)$$

式中: T_{av} 为日平均气温; T_{am} 为气温日变化幅值; t_0 为用来表示最高气温和最低气温出现时间的参数, 例如 $t_0 = 9$, 则最高气温出现在下午 15 时, 最低气温出现凌晨 3 时。

1.2 箱梁内表面边界分析

混凝土箱梁和空心墩等室内表面的传热边界条件, 包括各表面与箱内空气的对流换热以及各表面相互间的辐射换热, 为简化箱内边界条件, 可采用一个表面综合换热系数来综合表示室内的对流和辐射换热^[16], 即将室内边界条件表示为

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_r = h'[T_a - T] \quad (15)$$

式中: h' 为对流和辐射综合换热系数; T_a' 为箱内中部的空气温度, 由于箱内空气温度在空间上基本上呈线性分布, 因此也可用箱内平均温度近似代替 T_a' 。

1.3 箱梁温度场的有限元计算

1.3.1 有限元单元的选取 采用 PLANE77 热单

元, PLANE77 是 2 维 4 节点热单元 (PLANE55) 的高阶单元。每个节点只有 1 个自由度——温度。这种单元是二次单元, 对于大多数分析, 在相同的网格数目下, 二次单元比线性单元精度高。

1.3.2 混凝土热参数的确定 在进行混凝土箱梁温度场的分析时, 需要选取混凝土热力学参数的问题, 混凝土的热物理性质包括导热系数 K 和比热容 c 等, 影响混凝土热物理性质的主要因素是骨料种类、骨料用量、混凝土的含水状态, 由于现场的条件因素的限制, 无法获取混凝土热物理性质的实测数据, 但是国内外的许多文献^[11,17] 已通过实测得到了混凝土热物理性质的数值或变化范围, 因此参考文献^[17], 取混凝土的比热为 $880 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$; 导热系数为 $2.5 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$; 混凝土的密度为 $2500 \text{ kg}/\text{m}^3$ 。

1.3.3 加载计算 根据前述 1.1、1.2 小节中的理论经验公式和气象参数, 建立了混凝土箱梁各个表面随时间变化的热交换边界条件, 并将所有边界条件转化为第 3 类边界条件, 用 ANSYS 软件的结构化参数设计语言 APDL, 将综合对流系数和等效气温施加在箱梁边界上, 并用 TUNIF 命令来设置箱梁的初始温度以定义其初始条件, 以此实现箱梁温度场计算。

2 工程算例与程序编制

为了解混凝土箱梁桥温度场分布的一般规律, 对某一双线特大连续刚构桥进行了现场测试与分析。此大桥为主跨 192 m 大跨刚构桥, 主墩墩高分别为 98 m 和 69 m。该桥集高墩大跨于一体, 主跨 192 m 为目前世界第 2、亚洲最大跨度预应力混凝土连续刚构铁路桥。每幅箱梁为单箱单室截面, 箱梁外悬翼板宽度 1.05 m。

2.1 现场测试

为了反映箱梁截面温度分布状态沿桥梁纵向不同位置、不同截面高度箱梁的温度分布情况, 选择了 4 个箱梁截面为温度观测截面, 如图 1 所示。截面上的温度测点如下图 2 所示。另外还设有测量箱梁外的大气遮荫气温的测点以及箱梁内空气温度的测点。

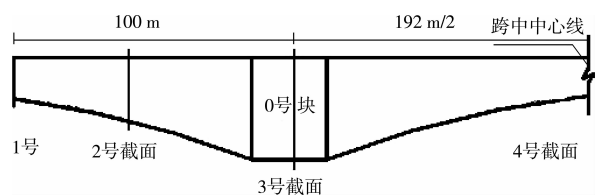


图 1 箱梁温度观测截面位置示意图

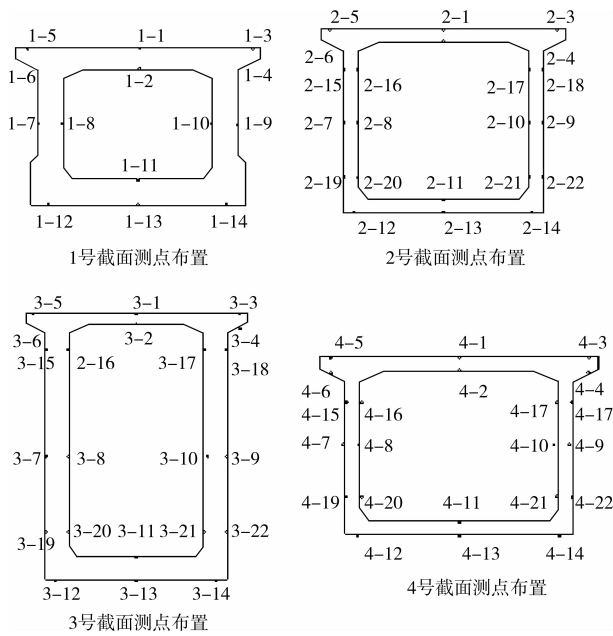


图 2 各观测截面测点布置示意图

实测采用了美国 DALLAS 公司的半导体智能温度数字传感器,每隔 1 h 采集一次数据。由测试结果图 4—6 可知,箱梁各板表面测点的混凝土温度变化规律基本一致,呈明显的正弦变化趋势。由于受到较强烈的太阳辐射的影响,箱梁顶板上表面的混凝土温度明显高于同一时刻的箱外气温,测试期间,最高温度约为 46℃;由于此桥各壁板厚度较大,箱内各测点温度值变化幅度不大,每天的波动小于 1℃;此桥梁身高且翼缘板较短,在太阳较强烈时腹板能受到太阳直射作用,东侧腹板混凝土温度日极值出现在上午 11 点左右,西侧腹板出现在下午 16 点左右,最高温度约为 40℃。在太阳辐射的作用下,箱梁沿梁高与梁宽的温差较大而沿桥纵向方向,不同截面相同位置测点温度变化规律基本一致,若从工程实用角度考虑,可以忽略沿桥长方向的温差影响;牛角坪大桥箱梁沿梁高、梁宽方向存在较大的温度梯度,沿梁高方向温度梯度可达 20℃,沿梁宽方向温度梯度可达 15℃。

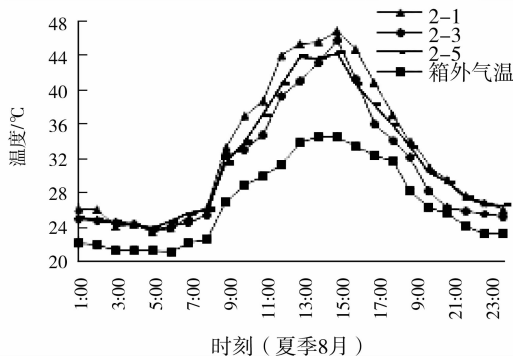


图 3 顶板表面实测温度与箱外气温

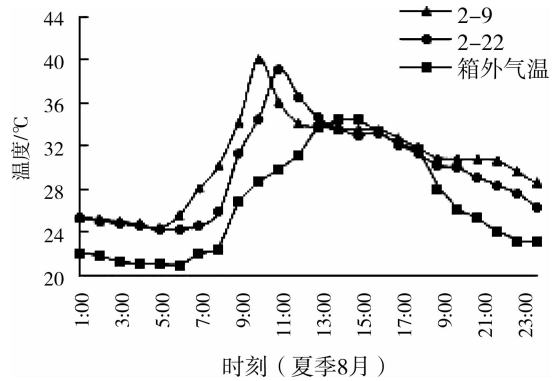


图 4 东侧腹板实测温度与箱外气温

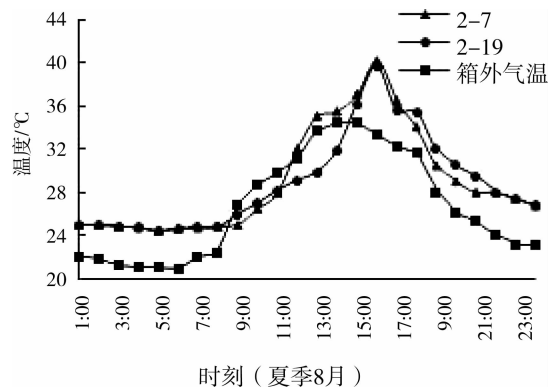


图 5 西侧腹板实测温度与箱外气温

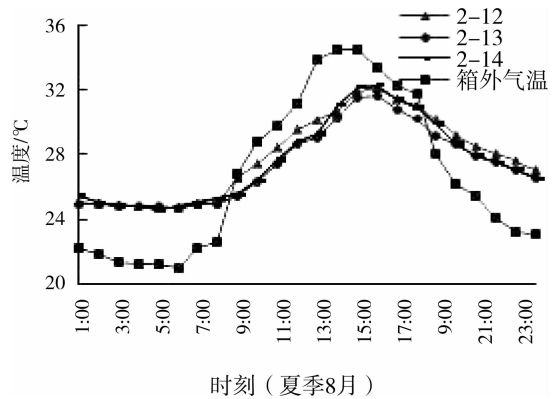


图 6 底板实测温度与箱外气温

2.2 数值模拟与实测数据比较

按照上述的数值模拟方法,以 2009 年 8 月 15 日为计算日期,进行温度场分析。根据有关实验资料和气象资料,计算参数如下:桥的地理纬度 32.5°;地理经度 108°;桥梁中轴线方位角为 139°;箱外平均风速为 1.3 m/s;气温变化范围为 21.1°~34.5°;太阳辐射吸收率 0.6;地表短波反射率为 0.1;其他混凝土参数和气象参数参照该文 1.1、1.3 小节。

温度场按平面有限元分析,温度场分析结果包括不同时刻截面内的温度分布,以及不同点位的温度日变化过程。为了对基于箱梁表面热交换平衡理论的箱梁温度场数值仿真分析的准确性进行验证,

采用 APDL 参数化建模,建立空间有限元模型进行计算分析。分析模型节点数 44 772,单元数 14 450,如图 7 所示,图 8 为最不利时刻截面温度的分布。图 9 给出了各板外表面处计算和实测温度变化日过程曲线的对比。从图可见,计算值和实测值吻合良

好,两者差值大都在 2°C 以内,计算过程线不论是曲线变化趋势还是峰值出现时刻都与实测过程线是一致的,说明利用气象资料进行混凝土桥梁的温度场分析,可以得到在工程上足够准确的结果。

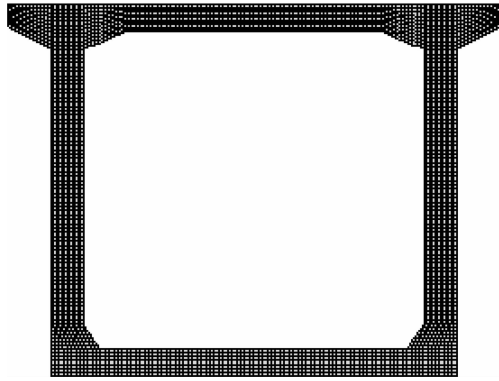


图 7 箱梁跨中截面有限元模型

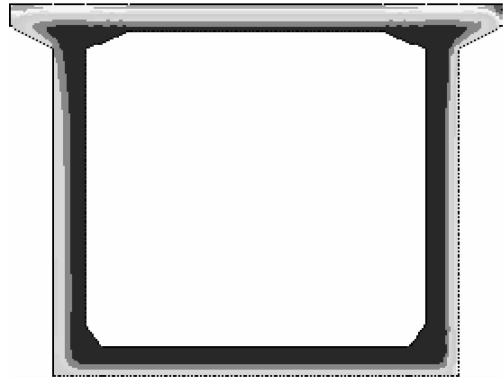


图 8 箱梁跨中截面有限元模型

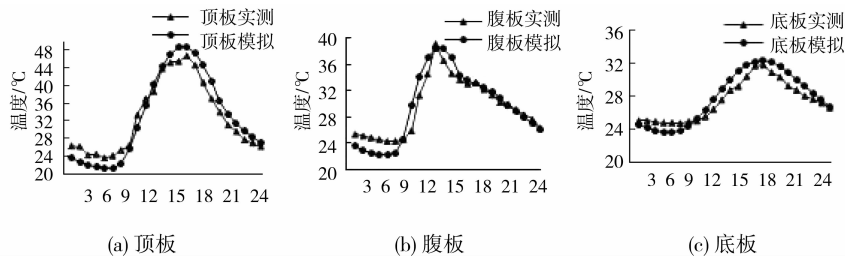


图 9 各板模拟数据与实测数据对比

2.3 箱梁温度场程序的二次开发

通过前述数值模拟与实测数据对比表面表明,采用该方法来模拟箱梁在太阳辐射作用下的温度场可以达到理想的精度,然而基于该方法需设定的相关参数众多,针对不同几何尺寸、气温、桥梁方位、地理位置以及材料物理性能等参数下的混凝土箱梁温度场若通过手动去一一更改相关参数在 ANSYS 中的取值,实为繁琐且容易出错。以 ANSYS 为平台,将上述方法编制成有限元分析的参数化程序模块,具体计算时,只需在编制模块的对话框中设定有关参数,即可自动调用编制的命令流完成从单元划分、边界条件计算、温度场求解直到计算结果输出的整个分析过程。计算混凝土温度场的程序框图如图 10 所示,图 11 为编制模块中的设定桥址参数的对话框。

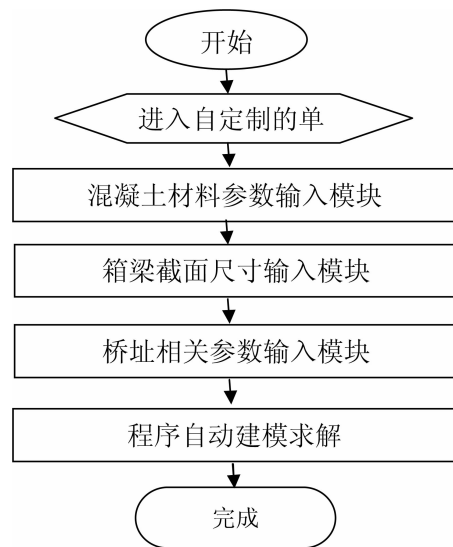


图 10 程序操作流程

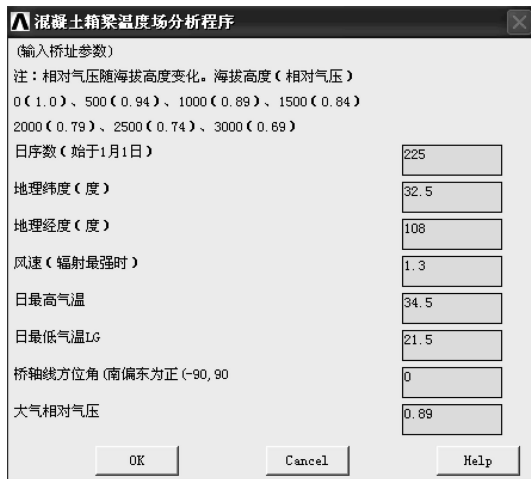


图 11 桥址处相关参数输入对话框

3 箱梁壁厚方向的温度梯度模式研究

对不同厚度壁板沿板厚方向温差曲线的指数 β 的取值,现行规范仅给出了壁板厚度小于 0.26 m 所对应 β 的具体值。随着预应力的发展,大跨度大壁厚预应力混凝土箱梁得到了广泛的应用。为了完善大壁厚混凝土箱梁沿板厚温差曲线指数的取值,基于前述方法与 ANSYS 中编制的模块,分别计算不同顶板板厚和不同腹板板厚箱梁的日照温度场。选取出现最大板厚温差时刻的数据,利用 MATLAB 按以下公式^[18-19]对其进行拟合,得到不同板厚下的温差指数函数,为今后规范的修正提供参考。

$$T_x = T_0 \cdot e^{-\beta \cdot x} \quad (16)$$

式中, T_0 为沿板厚的最大温差; x 为计算点至板外表面的距离; T_x 为计算点位置处的温差值; β 为系数。

3.1 不同顶板板厚温差分布

拟合结果表明,顶板厚度越大,温差 T_0 以及指数 β 值越趋于稳定。当顶板壁厚 ≥ 50 cm 时,拟合得到的顶板温差曲线基本重合,可以用 1 条相同的指数函数来表示。

表 1 不同厚度顶板的温差 T_0 及系数 β 拟合值

项目	顶板板厚/cm					
	30	40	50	60	70	80
温差 T_0	19.052	21.425	22.293	22.481	22.453	22.392
β 指数	8.300	7.305	6.932	6.867	6.916	6.981

3.2 不同腹板板厚温差分布

拟合结果表明,腹板厚度越大,温差 T_0 以及指数 β 值越趋于稳定。当腹板壁厚 ≥ 40 cm 时,拟合得到的腹板温差曲线基本重合,可以用 1 条相同的指

数函数来表示。

表 2 不同厚度腹板的温差 T_0 及系数 β 拟合值

项目	腹板板厚/cm					
	30	40	50	60	70	80
温差 T_0	12.184	12.761	12.837	12.899	12.956	12.994
β 指数	10.55	9.871	9.817	9.78	9.739	9.719

通过对不同板厚温差分布进行分析,可以得出当板超过一定的厚度时,沿板厚的温差分布可以认为一致,可以用相同的指数函数表示。但温差指数系数收敛时的壁板厚与规范的 0.26 m 有一定的差别。规范规定的当板厚大于 0.26 m 时,指数系数统一取 10.0,而计算表明,随着板厚的继续增加,顶板板厚增加到 0.5 m 时,温差系数大约收敛于 7.0;腹板板厚增加到 0.4 m 时,温差系数大约收敛于 10.0。现行规范只给出板厚 0~0.26 m 的温差指数,应增加不同板厚对应的温差指数,建议每隔 0.05 m 增加 0.26~0.5 m 所对应的温差指数的取值。

4 结论

根据某双线连续刚构桥的现场测试数据和仿真分析结果可得到以下结论:

1)沿桥纵向方向,不同截面相同位置测点温度变化规律基本一致,若从工程实用角度考虑,可以忽略沿桥长方向的温差影响。因此温度场测试时,温度传感器主要沿箱梁横截面布置。由于温度沿板厚的非线性分布,各板厚方向温度测点不应少于 4 个。

2)在日照作用下,无碴无枕铁路桥箱梁沿梁高、梁宽方向存在较大的温度梯度,沿梁高方向温度梯度可达 20℃,沿梁宽方向温度梯度可达 15℃。

3)与实测数据对比分析表明,基于箱梁表面热交换平衡理论对混凝土箱梁进行温度场模拟可以达到理想的精度,用于指导工程实践。

4)壁板超过一定的厚度时,沿板厚的温差分布可以认为一致,可以用相同的指数函数表示。但温差指数系数收敛时的壁板厚与规范的 0.26 m 有一定的差别。现行规范只给出板厚 0~0.26 m 的温差指数,建议每隔 0.05 m 增加 0.26~0.5 m 所对应的温差指数的取值。

5)实例计算表明,以 ANSYS 二次开发为平台自行编制的箱梁温度场计算程序,界面友好、操作简易,可以减少大量重复性工作,可以提高工作效率。

参考文献:

[1] 姚邻森. 桥梁工程[M]. 2 版. 北京:人民交通出版社,

- 2008.
- [2] SAETTA, ANNA. Stress analysis of concrete structures subjected to variable thermal loads [J]. Journal of Structural Engineering, 1995, 121(3):446-457.
- [3] 陈衡治. 预应力混凝土箱梁桥的温度场和应力场[J]. 浙江大学学报, 2005, (12):1885-1890.
CHEN HENG-ZHI. Temperature field and stress field of prestressed concrete box-girder bridge [J]. Journal of Zhejiang University, 2005, (12):1885-1890.
- [4] 王卫锋. 混凝土连续刚构桥箱梁的温度监测与分析[J]. 华南理工大学学报:自然科学版, 2007, 35(02):70-74.
WANG WEI-FENG. Monitoring and analysis of temperature for concrete box girder in continuous rigid frame bridge [J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2007, 35(02):70-74.
- [5] RADOVANOVIC Z. Influence of temperature on box girder bridges [J]. GRADEVINAR, 2008, 60(2):109-121.
- [6] DWIVEDI A K. Effect of non-linear temperature distributions in concrete box girder bridges [J]. Structural Engineering Research Centre, 2006, 32(6):421-430.
- [7] RIMAL J. Comparison of temperature loadings of bridge girders [J]. Czech Technical University in Prague, 2008, 48(05):22-8.
- [8] CHURCHWARD ALLAN. Prediction of temperature in concrete bridge [J]. Journal of the Structural Division, Proceedings of the ASCE, 1981, 107(11):2163-2176.
- [9] 陈文瑜. 混凝土连续刚构箱梁桥的温度场分析[J]. 中山大学学报:自然科学版, 2008, 47(S2):114-116.
CHEN WEN-YU. Thermal field of rigid frame box girder [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2008, 47(S2):114-116.
- [10] TAO ZHANG. Thermal behavior of composite girder bridges[J]. Information and Computing Science, 2009, (4):327-330.
- [11] 凯尔别克. 太阳辐射对桥梁结构的影响[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1981:4-32.
- [12] EIBA M GALINA. Temperature variations in concrete bridges [J]. Journal of the Structural Engineering, ASCE, 1983, 109(10):2355-2374.
- [13] 汪剑. 混凝土箱梁桥的温度场分析[J]. 湖南大学学报:自然科学版, 2008, 35(4):23-28.
WANG JIAN. Temperature variation of concrete box girder bridge [J]. Journal of Hunan University: Natural Sciences, 2008, 35(4):23-28.
- [14] PENG YOU-SONG. Analytical solution to temperature variations in highway concrete bridges due to solar radiation [J]. Transportation Engineering, 2007, (2):1536-1541.
- [15] SUZUKI. Monitoring temperatures on a real box-girder bridge and energy budget analysis for basic information on bridge cooling and surface freezing [J]. Journal of Bridge Engineering, 2007, 12(1):45-52
- [16] 杨世铭, 陶文铨. 传热学[M]. 4版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [17] GB 50176-93 民用建筑热工设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993.
- [18] M J N PRIESTLEY. Design of concrete bridge for temperature gradients[J]. American Concrete Institute Journal, 1978, 175(5):209-217.
- [19] 雷笑. 日照作用下混凝土箱梁的温差代表值[J]. 东南大学学报:自然科学版, 2008, 38(6):1105-1109.
LEI XIAO. Representative value of solar thermal difference effect on PC box-girder [J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2008, 38(6):1105-1109.

(编辑 胡玲)