

岩爆预测的最大熵最优相对隶属度方法

曾 杰^{a,b}, 张永兴^{a,b}, 靳晓光^{a,b}

(重庆大学 a. 土木工程学院; b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400030)

摘要:通过分析国内外岩爆预测的判据,选择岩爆发生所需的力学条件、完整性条件、储能条件和脆性条件作为岩爆预测指标。引入岩爆预测的相对隶属度概念,计算了岩爆的相对隶属度模糊矩阵和预测指标的权重,以信息熵来描述并比较岩爆评价中的不确定性,定义了加权广义权距离来表征岩爆的差异。根据最大熵原理建立了岩爆预测的模糊最优化模型,对一些岩石地下工程实例进行了分析,预测结果与其他方法的分析结果以及实际情况基本一致。并将模型运用于葡萄山隧道岩爆预测,预测结果与实际岩爆情况符合较好。

关键词:岩爆;最大熵;相对隶属度

中图分类号:TU457 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2011)01-0093-05

Prediction of Rock Burst using the Method of Optimal Relative Membership Degree Based on the Maximum Entropy Principle

ZENG Jie^{a,b}, ZHANG Yong-xing^{a,b}, JIN Xiao-guang^{a,b}

(a. College of Civil Engineering; b. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University Chongqing 400030, P. R. China)

Abstract: In the analysis of rock burst criterion prediction at home and abroad, the prediction standards of rock burst are selected including the conditions of mechanics, integrity, energy and brittle. The concept of relative membership degree on the rock burst prediction was introduced. The weight of standards and fuzzy matrix of relative membership degree are calculated. Uncertainty in rock burst prediction is described and compared according to the information entropy. Generalized weighted distance is also defined to characterize the differences in rock burst based on the maximum entropy principle, the establishment of a rock burst prediction fuzzy optimization model. The results from the application to practical example and comparisons with other methods are fairly good. Finally, the prediction model is applied in Putaoshan tunnel and the predictions are consistent with the actual rock burst.

Key words: Rockburst; Maximum Entropy Method; Relative Membership Degree

岩爆(Rockburst)是坚硬岩石在高地应力条件下产生的突发性的破裂,已成为地下工程普遍关注的一种地质灾害。学者们对岩爆预测预报进行了大量的研究,如从强度、刚度、断裂、损伤、突变、分形、能量等方面对岩爆现象进行分析,提出了多种假设

和判据^[1-5]。岩爆的单因素预测方法具有一定的局限性和片面性,近年来发展起来的多因素综合预测方法,例如:模糊数学综合评判法^[6]、FDA模型^[7]、可拓综合评价法^[8]、支持向量基方法^[9]以及人工神经网络^[10]、数值分析法^[11-12]等,在岩爆预测过程中

收稿日期:2010-07-12

基金项目:国家自然科学基金项目(50679097);重庆市科技攻关计划项目(CSTC,2009AB6194)

作者简介:曾杰(1981-),男,博士生,主要从事隧道工程稳定与岩土工程测试等方面研究,(E-mail)ponia001@163.com。

起到了一定的效果。

论文以岩石力学试验和数值计算为基础,提出了基于最大熵的深埋隧道岩爆相对隶属度优化预测模型的方法,并将其应用到工程实践中,为岩爆预测研究提供了一条新思路。

1 深埋隧道岩爆判据

国内外学者提出的岩爆判据和岩爆分级,主要有以下几个方面:1)应力判据^[13-14]:挪威的 Russenes 在 1974 年绘制出岩爆烈度与洞壁 σ_t 和 I_s 的关系;前苏联的 Turchaninov 提出了岩爆活动由洞室切向应力 σ_θ 和轴向应力 σ_L 的和与单轴抗压强度 σ_c 之比确定岩爆等级;Hoek 等总结了南非采矿巷道围岩破坏的观测结果,也提出对岩爆分级的判别式。2)能量判据^[15]:波兰学者 Kidybinski 提出,试件加载再卸所释放的弹性应变能 φ_{SP} 与耗损的弹性应变能 φ_{ST} 之比,定义为弹性能量指数 W_{et} ,用于判断和预测岩爆。3)岩芯判据^[16]:陆家佑教授认为影响岩爆的最主要因素是单轴抗压强度和单轴抗拉强度。4)临界深度判据:侯发亮教授在 1989 年提出岩爆临界深度判据。5)其他判据:其他诸如王元汉综合判据^[6]、陶振宇判据^[16]大多是结合工程经验由上述主要判据演化而来。综合考虑以上各种判据基础上,采用 σ_θ/σ_c (力学要求)、 σ_t/σ_c (完整性要求)、 W_{et} (储能要求)和 I_s (脆性要求)作为岩爆判据,详见表 1。

表 1 深埋隧道岩爆评价指标

岩爆级别	σ_θ/σ_c	σ_t/σ_c	W_{et}	I_s
无岩爆	<0.3	>40	<2.0	<3.5
轻微岩爆	0.3~0.5	26.7~40.0	2.0~3.5	3.5~5.5
中等岩爆	0.5~0.7	14.5~26.7	3.5~5.0	5.5~7.0
严重岩爆	>0.7	<14.5	>5.0	>7.0

2 岩爆预测的相对隶属度

设深埋隧道岩爆评价标准分级数为 c ,评价指标有 m 项,各评价指标值为 y_{ij} ,从工程安全角度考虑,取指标 i 的上限作为各级的标准值。则有深埋隧道岩爆评价标准分级矩阵 Y :

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1c} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2c} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mc} \end{bmatrix} = [y_{ij}]_{m \times c} \quad (1)$$

现有 n 个隧道断面,每一断面有 m 项评价指标的实测值 x_{ij} ,则有隧道断面实测值矩阵 X :

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1c} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2c} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mc} \end{bmatrix} = [x_{ij}]_{m \times n} \quad (2)$$

将岩爆分级标准值矩阵 Y 归一化变换为分级标准的相对隶属度矩阵 \tilde{R} :

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix} = [r_{ij}]_{m \times n} \quad (3)$$

相对隶属度矩阵 \tilde{R} 具有明确的物理意义:表示了 n 个待评价样本的 m 个指标实测值对于模糊概念 \tilde{A} 的作用大小或影响程度;从数学上表达了所有样本全部指标实测值对于模糊概念 \tilde{A} 的相对隶属度。此外,各指标对模糊概念 \tilde{A} 的影响也不同,以指标权向量表示各指标自身的影响权重。

$$\begin{cases} \tilde{v} = (v_1, v_2, \cdots, v_m) \\ \sum_{i=1}^m v_i = 1 \end{cases} \quad (4)$$

综合考虑超标权重和评价指标权重,可建立 n 个样本的 m 个指标的综合权重矩阵 W :

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} = [w_{ij}]_{m \times n} \quad (5)$$

其中: $w_{ij} = \frac{v_i r_{ij}}{\sum_{i=1}^m v_i r_{ij}}$, $\sum_{i=1}^m w_{ij} = 1, j = 1, 2, \cdots, n$

W 既考虑了指标的超标权重,又考虑了评价指标自身权重,综合表达了各项指标对于模糊概念 \tilde{A} 的作用大小或影响程度。待评价样本以不同的相对隶属度隶属于评价各级标准,设 n 个样本对于 c 级岩爆的相对隶属度模糊矩阵为 \tilde{U} :

$$\tilde{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{c1} & u_{c2} & \cdots & u_{cn} \end{bmatrix} = [u_{hj}]_{c \times n} \quad (6)$$

显然,这样的矩阵有无数个,进行岩爆预测的目的就是确定满足上式的最优模糊矩阵。

3 岩爆预测指标权重

根据同一分类指标在各个类别的标准值变化幅度的不同及不同指标在相同类别变化幅度的相同认为指标本身的重要性已经反映在变化幅度大小不同

的分类指标值之中。故可根据岩石指标值落入分类指标标准值的范围,判断其权重的相对大小。从工程安全的角度考虑,对落入类别较大的指标应赋予较大的权重。从以上原则出发,将类别最大的一类(即对工程影响最大的一类)的权重定为 1,然后按类别的大小,每一类权重递减步长为 a ,得到各类别的权重^[17]。对于 r_{ij} 落入指标 i 的第 $h, h+1$ 类标准值 s_i, s_{i+1} 之间者,按式(7)确定权重:

$$v_{ij} = 1 - ca + a \left[h + \frac{s_{ih} - r_{ij}}{s_{ih} - s_{i,h+1}} \right] \quad (7)$$

$$s_{ih} \leq r_{ij} \leq s_{i,h+1} \quad (h = 1, 2, \dots, c; i = 1, 2, \dots, m)$$

归一化各个指标的权重,即可得到个样本的权重向量 v_j :

$$v_j = (v_{1j}, v_{2j}, \dots, v_{cj}) \quad (8)$$

选取工程岩爆分析资料来研究确定岩爆评价指标的权重^[6]。利用表 2 中已有的参数计算围岩的各项指标值,并消除量纲后,根据式(7)按照步长 $a = 0.15$ 确定各个的指标权重,并将其归一化可得岩爆评价指标的权重向量:

$$\omega = [0.289\ 2 \quad 0.286\ 6 \quad 0.192\ 7 \quad 0.231\ 5] \quad (9)$$

表 2 中国若干工程岩爆分析资料^[6]

工程名称	指标				实际情况
	σ_0/σ_c	σ_c/σ	W_{et}	I_s	
1. 天生桥二级水电站	0.338	23.97	6.6	5.73	中级岩爆
2. 二滩水电站二号支洞	0.409	29.73	7.3	7.26	轻微岩爆
3. 鲁布革水电站地下洞室	0.227	27.78	7.8	3.26	无岩爆,钻孔出现岩饼
4. 鱼子溪水电站引水隧洞	0.529	14.8	9.0	7.0	中、强级岩爆
5. 太平驿水电站地下洞室	0.379	17.55	9.0	5.3	400 多例岩爆规模不等
6. 锦屏二级水电站隧洞	0.822	18.46	3.8	11.2	中弱级、局部强岩爆
7. 二郎山隧道	0.52	21.2	5.5	6.8	中级岩爆
8. 秦岭隧道	0.65	28.6	6.8	8.4	强级岩爆

4 岩爆模糊最优化预测模型

将 $[u_{hj}]_{c \times n}$ 视为第 j 个待评价样本属于第 h 级岩爆的“概率”,以 Shannon 信息熵来描述并比较岩爆评价中的不确定性:

$$H_j = - \sum_{h=1}^c u_{hj} \ln u_{hj} \quad (10)$$

设有岩爆指标综合权重矩阵 W , 指标特征值相对隶属度矩阵(超标权重矩阵) R , 指标各级标准特征值相对隶属度矩阵 \tilde{S} , 样本集 U 对于模糊概念 A 各级相对隶属度矩阵 \tilde{U} , 则:

$${}^1D_{hj} = u_{hj} {}^1d_{hj} = u_{hj} \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau_{ij} (r_{ij} - s_{ih})]^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (11)$$

称式(11)为样本 j 与级别 h 之间的加权广义权距离 ${}^1D_{hj}$ 。式中: p 为距离参数: $p = 1$ 为海明距离; $p = 2$ 为欧几里得距离。

加权广义权距离 ${}^1D_{hj}$ 不仅考虑了指标权重,而且计入了以样本 j 归属于级别 h 的相对隶属度 u_{hj} 权重,是对权重距离的发展与完善。具体到深埋隧道岩爆评价问题,加权广义权距离 ${}^1D_{hj}$ 表示了第 j 个待评价样本与第 h 级标准的差异。

$[u_{hj}]_{c \times n}$ 的确定应使全体待评价样本与评价标准中各级岩爆的加权广义距离之和最小,即:

$$\min_{u_{hj}} {}^1D = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c u_{hj} \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau_{ij} (r_{ij} - s_{ih})]^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

$$s. t. \sum_{h=1}^c u_{hj} = 1$$

$$u_{hj} \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

同时,根据最大熵(POME)原理: $[u_{hj}]_{c \times n}$ 的确定还必须使得 Shannon 信息熵最大,即:

$$\max_{u_{hj}} H_j = \sum_{j=1}^n \left(- \sum_{h=1}^c u_{hj} \ln u_{hj} \right) s. t. \sum_{h=1}^c u_{hj} = 1$$

$$u_{hj} \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

这是一个双目标规划问题。为寻求这类问题的最优解,可应用评价函数法、分层求解法、目标规划法等,该文应用加权法构造如下单目标规划问题:

$$\min_{u_{hj}} Y = {}^1D + \frac{1}{\eta_1} H = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c \left\{ u_{hj} \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau_{ij} (r_{ij} - s_{ih})]^p \right\}^{\frac{1}{p}} + \frac{1}{\eta_1} u_{hj} \ln u_{hj} \right\}$$

$$s. t. \sum_{h=1}^c u_{hj} = 1 \quad u_{hj} \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

式中: η_1 为加权因子,其最优解应满足 Kuhn-Tucker 条件。构造 Lagrange 函数:

$$L(u_{hj}, \lambda_1) = \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^c \left\{ u_{hj} \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau w_{ij} (r_{ij} - s_{ih})]^\rho \right\}^{\frac{1}{p}} + \frac{1}{\eta_1} u_{hj} \ln u_{hj} \right\} + \lambda_1 \left(\sum_{h=1}^c u_{hj} - 1 \right) \quad (15)$$

式(15)对 u_{hj} 求导数并且令之等于 0 可得:

$$u_{hj} = \exp \left[- \eta_1 \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau w_{ij} (r_{ij} - s_{ih})]^\rho \right\}^{\frac{1}{p}} - \eta_1 \lambda_1 - 1 \right] \quad (16)$$

同时将式(16)求关于 λ_1 的导数并令之等于 0 可得:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \sum_{h=1}^c u_{hj} - 1 = 0 \quad (17)$$

由式 16、17 可得:

$$u_{hj} = \frac{\exp \left[- \eta_1 \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau w_{ij} (r_{ij} - s_{ih})]^\rho \right\}^{\frac{1}{p}} \right]}{\sum_{h=1}^c \exp \left[- \eta_1 \left\{ \sum_{i=1}^m [\tau w_{ij} (r_{ij} - s_{ih})]^\rho \right\}^{\frac{1}{p}} \right]} \quad (18)$$

式(18)即为基于 POME 的岩爆相对隶属度模糊优

化评价模型。

5 模型验证及工程实例

为验证构建模型的正确性和有效性,选用了文献[18-19]的数据作为实例,计算结果与其他方法的结果对比分析见表 4。从表 3 可知,最大熵最优相对隶属度方法预测结果与可拓综合评判方法^[18]以及集对分析法^[19]计算的结果基本吻合,而且最大熵最优相对隶属度方法的预测过程不需进行样本训练获取评判知识的过程,定量结果也接近样本的实际情况,故应用最大熵最优相对隶属度方法来定量预测岩爆是有效可行的,操作过程也相对简单。

湘渝高速公路葡萄山隧道最大埋深为 909 m,最大地应力接近 35 MPa,在硬岩中具备岩爆发生条件,因此,对于葡萄山隧道进行岩爆预测研究具有重要的意义。利用最大熵法相对隶属度模糊优化评价模型,对葡萄山隧道选取的 5 个典型断面岩爆发生的情况进行预测,结果如表 4 所示。可以看出,在 K59+314 处中级岩爆偏向强岩爆,其余各处岩爆区分为明显,并与实际情况较为吻合。

表 3 若干工程岩爆预测结果及对比

序号	国内外工程实例	本文方法				可拓评判 ^[18]	集对分析 ^[19]	实际情况
		无/%	弱/%	中级/%	强/%			
10	拉西瓦水电站地下厂房	8.3	85.2	6.5	0	弱岩爆	中岩爆	发生岩爆
11	挪威 Sima 地下厂房	0	30.3	68.2	1.5	中岩爆	中岩爆	发生岩爆
12	挪威 Heggura 隧道	0	20.8	65.8	13.4	中岩爆	中岩爆	中级岩爆
13	挪威 Sewage 隧道	0	22.4	72.8	5.8	中岩爆	中岩爆	中级岩爆
14	瑞典 Forsmark 核电站隧道	0	30.6	65.5	4.9	中岩爆	中岩爆	中级岩爆
15	Vietas 水电站引水隧洞	4.2%	87.8%	8.0%	0	弱岩爆	弱岩爆	弱级岩爆
16	苏联 Vasvumchor 矿井巷	0	30.2%	67.5%	2.3%	中岩爆	中岩爆	中级岩爆
17	日本关越隧道	0	24.4%	70.2%	5.4%	中岩爆	中岩爆	中或强级岩爆
18	意大利铅硫化锌矿井	0	0	57.7%	42.3%	强或中级	中岩爆	中级岩爆

表 4 岩爆预测结果与实际现象比较

桩号	无/%	弱/%	中等/%	强/%	实际岩爆现象
K57+700	12.6	77.8	9.6	0	拱顶爆裂松脱剥离,有嘭啪声
K58+565	0	21.4	69.8	8.7	边墙与拱顶剥离现象严重,少量弹射,清脆的爆裂声
K59+314	0	0	45.3	54.7	主要在边墙及拱顶,可波及到其他部位。爆裂弹射,持续多天
K59+857	5.6	10.4	72.4	11.6	岩石剥落弹射,持续不断(中等岩爆)
K61+075	98.7%	1.3%	0	0%	无岩爆

6 结语

1)采用 σ_0/σ_c (力学要求)、 σ_t/σ_c (完整性要求)、 W_{et} (储能要求)和 I_s (脆性要求)作为岩爆预测指标并确定了指标的权重向量。

2)定义了加权广义权距离来表征第 I 个待评价隧道断面与第 h 级岩爆的差异,建立了相对隶属度模糊优化评价模型。将基于最大熵的岩爆相对隶属度优化模型引入岩爆的预测,该模型可以考虑岩土

工程中的随机性和模糊性,能够反映深埋隧洞岩爆发生的基本规律。

3)使用最大熵最优相对隶属度方法与其他方法进行对比分析,结果基本吻合,定量结果也接近实际情况,预测岩爆是有效可行的。

4)熵概念及其理论是一个非常复杂的、含义相当丰富的综合体,尚有许多未曾认识的要义;模型是建立于有限的工程实例原始数据资料基础之上的,受到原始资料数据代表性、准确性的影响,应广泛收

集工程实例资料,建立相应的样本数据库,对模型进行训练,增加评价指标权重的正确性。

参考文献:

- [1] 徐林生,王兰生,李永林. 岩爆形成机制与判据研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 300-303.
XU LS, WANG LS, LI YL. Study on mechanism and judgment of rockbursts [J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(3): 300-303.
- [2] COOK N, GW HOEK E. Rock mechanics applied to the study of rockbursts[J]. SA IMM, 1966, 66(10): 436-528.
- [3] ABE M, NAKAMURA S, SHIKANO K. Conversion through vector quantization [J]. ICASSP, 1988: 655-658.
- [4] 汪波,何川,吴德兴. 深埋特长隧道岩爆预测研究[J]. 铁道工程学报, 2009, 134(11): 45~49.
WANG B, HE C, WU DX. Research on the prediction of rock outburst for deep-burying long tunnel [J]. Journal of railway engineering society, 2009, 134(11): 45-49.
- [5] 何满潮,苗金丽,李德建,等. 深部花岗岩试样岩爆过程实验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(5): 865-876.
HE MC, MIAO JL, LI DJ, et al. Experimental study on rockburst processes of granite specimen at great depth [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(5): 865-876.
- [6] 王元汉,李卧东,李启光,等. 岩爆预测的模糊数学综合评判方法[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(5): 493-501.
WANG YH, LI WD, LI QG, et al. Method of fuzzy comprehensive evaluations for rock burst prediction [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(5): 493-501.
- [7] 白云飞,邓建,董陇军,等. 深部硬岩岩爆预测的FDA模型及其应用[J]. 中南大学学报:自然科学版, 2009, 40(5): 1417-1422.
BAI YF, DENG J, DONG LJ, et al. Fisher discriminate analysis model of rock burst prediction and its application in deep hard rock engineering [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2009, 40(5): 1417-1422.
- [8] 陈祥,孙进忠,张杰坤,等. 岩爆的判别指标和分级标准及可拓综合判别方法[J]. 土木工程学报, 2009, 42(9): 82-88.
CHEN X, SUN JZ, ZHANG JK, et al. Judgment indexes and classification criteria of rock-burst with the extension judgment method [J]. China civil engineering journal, 2009, 42(9): 82-88.
- [9] 陈祖云,张桂珍,邹长福,等. 支持向量机在岩爆预测中的应用[J]. 金属矿山, 2009, 401(11): 100-104.
CHEN ZY, ZHANG GZ, WU CF, et al. Application of the Support Vector Machine in Prediction of rock burst [J]. METALMINE, 2009, 401(11): 100-104.
- [10] 陈海军,酆能惠,聂德新,等. 岩爆预测的人工神经网络模型[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(2): 229-232.
CHEN HX, LI NH, NIE DX, et al. A model for prediction of rockburst by artificial neural network [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(2): 229-232
- [11] MULER W. Numerical simulation of rock bursts[J]. Min Sci Technol, 1992, 12(1): 27-42.
- [12] BARDET J P. Numerical modeling rockburst [C]// Proceedings of Third International Symposium on Numerical Models in Geomechanics. Rotterdam: Elsevier Applied Science, 1989: 311-318
- [13] RUSSNES B F. Analyses of Rock burst in Tunnels in Valley Sides [M Sc. Thesis] [D]. Trondheim: Norwegian Inst. of Technology, 1994.
- [14] 杨健,武雄. 岩爆综合预测评价方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(3): 411-416. [J].
YANG J, WU X. Comprehensive forecasting method for estimating rock burst [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(3): 411-416.
- [15] KIBINSKI. A Bursting liability indices of coal [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1981, 18(4): 295-304.
- [16] 张镜剑,傅冰骏. 岩爆及其判据和防治[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(10): 2034-2042.
ZHANG JJ, FU BJ. Rockburst and its criteria and control [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(10): 2034-2042.
- [17] 陈守煜. 系统模糊决策理论与应用[M]. 大连:大连理工大学出版社, 1994.
- [18] 杨莹春,诸静. 一种新的岩爆分级预报模型及其应用[J]. 煤炭学报, 2000, 25(2): 169-172
YANG YC, ZHU J. A new model for classified prediction of rockburst and its application[J]. Journal of China Coal Society, 2000, 25(2): 169-172
- [19] 汪明武,李丽,金菊良. 岩爆预测的改进集对分析模型[J]. 岩土力学, 2008, 28(增): 511-518.
WANG MW, LI L, JIN JL. An improved set pair analysis model for the prediction of rockburst[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 28(Sup): 511-518.