

# 三主桁连续板桁组合桥空间计算方法研究

陈孔亮<sup>a</sup>, 王荣辉<sup>a,b</sup>, 黄勇辉<sup>a</sup>, 蔡禄荣<sup>a</sup>

(华南理工大学 a. 土木与交通学院; b. 亚热带建筑科学国家重点实验室, 广州 510640)

**摘要:**针对三主桁连续板桁组合桥的构造特点,通过构造结合梁单元的位移模式,利用势能原理推导结合梁单元的刚度矩阵,提出 2 种结合梁法,结合梁法一的特点是把桥面板作为主桁架弦杆的上翼缘并与主桁架弦杆形成钢-混结合梁,结合梁法二的特点是把桥面板作为纵、横梁的上翼缘并与纵、横梁形成钢-混结合梁;而常规的板梁组合法的特点是桥面板为连续各向同性的薄板并与纵、横梁组成桥面系共同承受荷载;并通过试验结果与理论结果的分析验证了 3 种空间计算方法的有效性及其结果的正确性。

**关键词:**板桁组合桥;桥面板;结合梁;计算方法

**中图分类号:**U44;U448.14 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2011)02-0032-06

## Spatial Calculation Methods of Three Main Trusses Continuous Plate-truss Composite Bridge

CHEN Kong-liang<sup>a</sup>, WANG Rong-hui<sup>a,b</sup>, HUANG Yong-hui<sup>a</sup>, CAI Lu-rong<sup>a</sup>

(a. School of Civil Engineering and Transportation,

b. State Key Laboratory of Subtropical Building Science, South China University of Technology, Guangzhou 510640, P. R. China)

**Abstract:** According to the structural features of three main trusses continuous plate-truss composite bridge, two composite-beam methods are presented by constructing the displacement mode of composite-beam elements and deriving the stiffness matrix of composite-beam elements. The characteristic of composite-beam method one is that the bridge slab is taken as the top flange of the chord of main truss and combined with the chord of main truss to form a steel-concrete composite beam; the characteristic of composite-beam method two is that the bridge slab is taken as the top flange of longitudinal and traverse beam and form a steel-concrete composite beam with longitudinal and traverse beams. And as for the conventional plate-beam composite method, the slab is characterized by forming bridge slab system with continuous isotropic sheets and longitudinal and traverse beams to bear load. Also, the comparison between theoretical results and experimental ones verifies the effectiveness of the above three methods.

**Key words:** plate-truss composite bridge; bridge slab; composite beam; calculation

钢与混凝土的组合结构有多种类型,其中应用最为广泛的是钢板梁与混凝土桥面板的组合结构,这种组合结构习惯上称为结合梁。对于结合梁这种组合形式的受力特点<sup>[1-9]</sup>,人们已进行了广泛的研

究,并有较多的研究成果;而对钢桁梁与混凝土桥面板组合的板桁组合桥,则研究成果相对较少。文献[10]把芜湖长江大桥连续板桁组合结构划分为 3 个体系,但作者仅对各体系的受力特性和计算方法进

收稿日期:2010-06-06

基金项目:国家自然科学基金项目(50978105);广东省科技厅科技项目(2007-15)

作者简介:陈孔亮(1980-),男,博士生,主要从事新型桥梁结构与高架轻轨结构理论与应用研究,(E-mail)ckongliang@163.com。

进行了具体的分析,并未对体系的有效性和结果的正确性进行评价。文献[11]以芜湖长江大桥中三跨连续板桁梁桥为背景,提出了板桁组合结构空间分析桥面板的有效宽度的计算方法,并通过计算比较指出英国 BS5400 规范在负弯矩区的计算结果偏于保守;文献[12]通过构造板梁单元的位移模式,推导了板梁单元的单元刚度矩阵,并通过模型结果验证了板梁单元的有效性;文献[13]提出了一种板桁结合梁剪力滞分析的有限段单元模型,利用势能原理建立单元刚度矩阵,并对芜湖长江大桥斜拉桥部分进行了实桥分析。文献[14]采用构造横向条带板段单元的空间位移模式,导出板段单元的刚度矩阵,并对板桁组合桥进行非线性有限元分析,并通过模型试验结果对理论进行验证,数据表明位移结果和实测结果大部分吻合,但某些点的横向位移相差较大。

根据三主桁连续板桁组合桥的构造特点与结合梁的特点,通过构造结合梁单元的位移模式,利用势能原理推导结合梁单元刚度矩阵,提出了2种结合

梁法,并与常规的板梁组合法对一座三主桁连续板桁组合桥<sup>[15-17]</sup>进行研究,通过试验结果验证理论计算方法的有效性及其结果的正确性,为今后同类型桥梁的研究工作提供参考。

## 1 工程背景

东莞东江大桥是一座混凝土桥面板的三主桁架刚性悬索加劲连续板桁组合桥,主桥全长 432 m (112 m+208 m+112 m),为国内首座双层公路桥。大桥的主桁节段长 16 m,上下层桁高为 10 m,节间长 8 m。桥面系由纵、横梁和混凝土桥面板组成。纵梁均为“I”字型截面,高 0.8 m,上翼缘尺寸为 280 mm×12 mm,腹板尺寸为 776 mm×12 mm,下翼缘尺寸为 280 mm×12 mm;横梁均为“I”字型截面,上翼缘尺寸为 480 mm×32 mm,腹板尺寸为 1 936 mm×16 mm,下翼缘尺寸为 480 mm×32 mm,上下层桥面板宽度均为 2×16 m,桥面板厚为 16 cm。

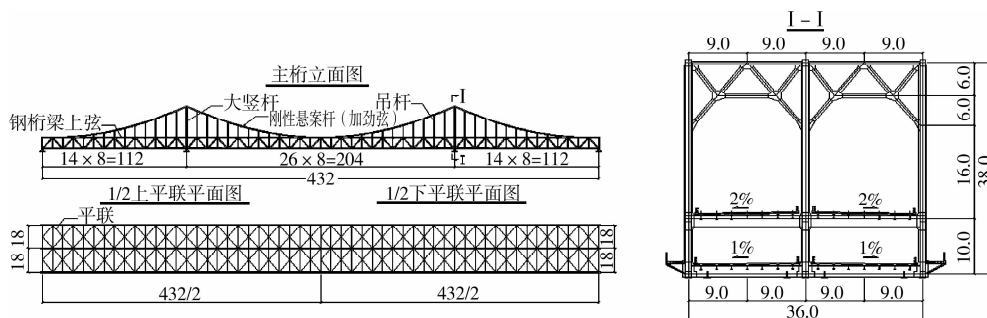


图1 东江大桥结构示意图

## 2 结合梁法及相关理论

### 2.1 结合梁法

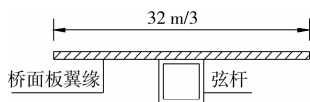


图2 结合梁法一主桁架弦杆示意图

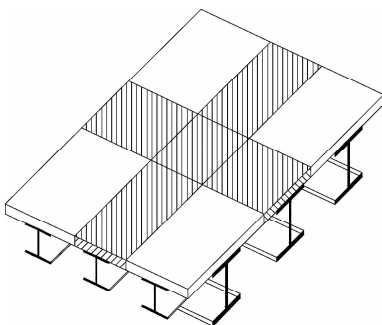


图3 结合梁法二纵、横梁示意图

结合梁法一就是把混凝土桥面板考虑为主桁架弦杆的上翼缘,并与主桁架弦杆形成钢-混结合梁,这种方法杆件的受力特点与钢桁梁杆件的受力特点相类似,但这种方法没有考虑到纵、横梁对桥面板的约束及传力作用。

结合梁法二就是把桥面板沿相邻的纵梁、横梁跨中划分并作为纵、横梁的上翼缘并与纵、横梁形成钢-混结合梁。结合梁法二杆件的受力特点也与钢桁梁杆件的受力特点相类似。

结合梁法一对东江大桥的单元划分情况为:主桁架弦杆与桥面板形成结合梁单元,如图2所示,其他杆件采用梁单元;结合梁法二对东江大桥的单元划分情况为:桥面板与纵横梁形成结合梁单元,如图3所示,其他杆件采用梁单元。结合梁法的计算结果通过 Ansys 二次开发编程实现。

2.2 结合梁理论分析

2.2.1 位移模式 基本假定:1)结合梁的顶板与腹板连接点为刚性结点;2)不考虑顶板外侧悬臂部分的局部屈曲;结合梁的截面位移参数如图 4 所示,其截面位移参数为 4 个特征点的纵向位移为  $w_{uL}$ 、 $w_{uR}$ 、 $w_{LL}$ 、 $w_{LR}$ , 横向位移  $u$ , 左右钢梁竖向位移为  $v_L$ 、 $v_R$ , 每根结合梁绕其顶板与腹板交点的扭转角为  $\varphi_L$ 、 $\varphi_R$ ;考虑结合梁之间的剪力滞效应,在每根结合梁顶板处增加  $f_i(1 - \cos(\pi x_i/b))(i = 1, 2)$ , 在板桁桥中,  $f_i$  在跨中与支点是不一致的。对每根结合梁, 横向位移和竖向位移均采用三次多项式来描述, 纵向位移与非均匀位移及扭转位移采用一次多项式来描述。

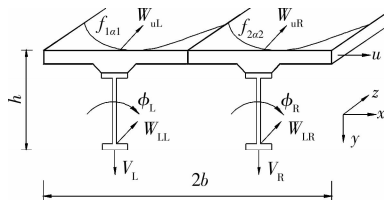


图 4 双结合梁截面位移参数

对左侧结合梁顶板来说:

$$\left. \begin{aligned} u_{L,u,c} &= uv_{L,u,c} = v_L \\ u'_{L,u,c} &= \frac{1}{b}(w_{uL} - w_{uR}) \\ v'_{L,u,c} &= \frac{1}{h}(w_{uL} - w_{LL}) \\ \varphi_{Lu} &= \varphi_L, w_{L,u,c} = w_{uL} \\ f_1 &= f_2, \varphi_{Ru} = \varphi_R \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

对右侧结合梁顶板来说:

$$\left. \begin{aligned} u_{R,uc} &= uv_{R,uc} = v_R \\ u'_{R,uc} &= \frac{1}{b}(w_{uL} - w_{uR}) \\ v'_{R,uc} &= \frac{1}{h}(w_{Ru} - w_{LR}) \\ \varphi_{Ru} &= \varphi_R, w_{R,uc} = w_{uR} \\ f_1 &= f_2, \varphi_{Lu} = \varphi_L \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

对左侧结合梁腹板

$$\left. \begin{aligned} u_{Lfc} &= u - \frac{1}{2}h\varphi_L, v_{Lfc} = v_L \\ u'_{Lfc} &= \frac{1}{2b}(w_{uL} + w_{LL} - w_{uR} - w_{LR}) \\ v'_{Lfc} &= \frac{1}{h}(w_{uL} - w_{LL}), \varphi_{Lfc} = \varphi_L \\ w_{Lfc} &= \frac{1}{2}(w_{uL} + w_{LL}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对右侧结合梁腹板来说:

$$\left. \begin{aligned} u_{Rfc} &= u - \frac{1}{2}h\varphi_R, v_{Rfc} = v_R \\ u'_{Rfc} &= \frac{1}{2b}(w_{uL} + w_{LL} - w_{uR} - w_{LR}) \\ v'_{Rfc} &= \frac{1}{h}(w_{uR} - w_{LR}), \varphi_{Rfc} = \varphi_R \\ w_{Rfc} &= \frac{1}{2}(w_{uR} + w_{LR}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由式(1)–(4), 我们可以得到

$$\left. \begin{aligned} \{d_{Lu}\} &= \mathbf{A}\{d\}, \{d_{Ru}\} = \mathbf{B}\{d\} \\ \{d_{Lf}\} &= \mathbf{C}\{d\}, \{d_{Rf}\} = \mathbf{D}\{d\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上式中  $\{d_{Lu}\}, \{d_{Ru}\}, \{d_{Lf}\}, \{d_{Rf}\}$  分别为结合梁顶板与腹板的位移参数,  $\{d\}$  结合梁截面的位移参数;  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  为系数矩阵, 可由式(1)–(4)得到。

2.2.2 结合梁子单元的弹性应变能  $N(z), M(z)$  分别为关于  $z$  的三次多项式形函数矩阵和一次多项式形函数矩阵,  $x, y, z$  为各自子单元的局部坐标。

1) 左侧结合梁顶板位移:

$u^{uL}$  为横向( $x$  方向)位移,  $v^{uL}$  为竖向位移( $y$  方向),  $w^{uL}$  为纵向位移( $z$  方向)

$$u^{uL} = N(z)\{u_{uL}^*\} - yM(z)\{\varphi_{uL}^*\} - yH(x)M(z)(n_2(x)\{\varphi_{uL}^*\} + n_4(x)\{\varphi_{uR}^*\}) \quad (6)$$

$$v^{uL} = N(z)\{v_{uL}^*\} + xH(-x)M(z)\{\varphi_{uL}^*\} + H(x)M(z)(n_2(x)\{\varphi_{uL}^*\} + n_4(x)\{\varphi_{uR}^*\}) \quad (7)$$

$$w^{uL} = M(z)\{w_{uL}^*\} - xN'(z)\{u_{uL}^*\} - yN'(z)\{v_{uL}^*\} + M(z)\left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)\right)\{f_1^*\} \quad (8)$$

2) 左侧结合梁腹板位移:

$u^{fL}$  为横向( $x$  方向)位移,  $v^{fL}$  为竖向位移( $y$  方向),  $w^{fL}$  为纵向位移( $z$  方向)

$$u^{fL} = N(z)\{u_{fL}^*\} - yM(z)\{\varphi_{fL}^*\} \quad (9)$$

$$v^{fL} = N(z)\{v_{fL}^*\} + xM(z)\{\varphi_{fL}^*\} \quad (10)$$

$$w^{fL} = M(z)\{w_{fL}^*\} - xN'(z)\{u_{fL}^*\} - yN'(z)\{v_{fL}^*\} \quad (11)$$

$n(x) = [n_1(x), n_2(x), n_3(x), n_4(x)]$ , 其中  $n_2(x), n_4(x)$  为关于  $x$  的三次多项式对应的转角部分的形函数项.  $H(\cdot)$  为阶跃函数, 在  $N'(z)$  中, " $\cdot$ " =  $\frac{\partial}{\partial x}$ , 在  $n_2(x), n_4(x)$  中, " $\cdot$ " =  $\frac{\partial}{\partial x}$ ;

3) 结合梁的弹性应变能

$E_c, G_c$  分别为混凝土的弹性模量与剪切模量;  $E_s, G_s$  分别为钢材的弹性模量与剪切模量;

左侧结合梁顶板的弹性应变能:

$$\begin{aligned} \pi_{uL} &= \frac{1}{2} \int_{\Omega_{uL}} E_c \left( \frac{\partial}{\partial z} (w^{uL}) \right)^2 d\Omega \\ &+ \frac{1}{2} \int_{\Omega_{uL}} G_c \left( \frac{\partial}{\partial x} (w^{uL}) + \frac{\partial}{\partial x} (u^{uL}) \right)^2 d\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \int_{\Omega_{ul}} G_c \left( \frac{\partial}{\partial y} (w^{ul}) + \frac{\partial}{\partial x} (v^{ul}) \right)^2 d\Omega \\
& + \frac{1}{2} \int_{\Omega_{ul}} E_c \left( \frac{\partial}{\partial x} (u^{ul}) \right)^2 d\Omega \quad (12)
\end{aligned}$$

左侧结合梁腹板的弹性应变能:

$$\begin{aligned}
\pi_{fl} = & \frac{1}{2} \int_{\Omega_{fl}} E_s \left( \frac{\partial}{\partial z} (w^{fl}) \right)^2 d\Omega \\
& + \frac{1}{2} \int_{\Omega_{fl}} E_s \left( \frac{\partial}{\partial z} (w^{fl}) + \frac{\partial}{\partial z} (u^{fl}) \right)^2 d\Omega \\
& + \int_{\Omega_{fl}} G_s \left( \frac{\partial}{\partial y} (w^{fl}) + \frac{\partial}{\partial z} (v^{fl}) \right)^2 d\Omega \quad (13)
\end{aligned}$$

同样右侧结合梁顶板、腹板的弹性应变能也可以按照式(12)、(13)式写出。限于篇幅,结合梁单元的推导过程不在文中一一叙述。

### 3 板梁组合法

板梁组合法就把将桥面板考虑为各向连续同性的薄板,直接支承在纵、横梁上并与纵、横梁形成桥面系共同承受荷载;板梁组合的桥面板中面节点与纵、横梁的节点形成刚性连接。在板梁组合法中,杆件采用 2 节点 12 个自由度空间梁单元模拟,桥面板采用基于 Mindlin 弯曲理论的 4 节点 20 个自由度

等参板单元模拟,板单元任一点 $(x, y, z)$ 的位移为:

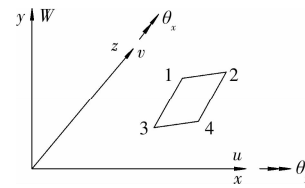


图 5 4 节点 20 自由度板单元

(14)式中“ $u, v, w$ 是该点的中面位移, $\theta_x, \theta_y$ 是该点的中面法线对 $Y$ 轴和 $z$ 轴的转角。

$$\begin{cases} U(x, y, z) = u(x, y) - z\theta_x \\ V(x, y, z) = v(x, y) - z\theta_y \\ W(x, y, z) = w(x, y) \end{cases} \quad (14)$$

### 4 结果分析与比较

通过静载试验、模态试验的实测结果对 3 种方法的理论结果进行比较,对 3 种方法的结果进行验证。静载试验工况:1)工况 1,中跨跨中最大正弯矩工况;2)工况 2,距端支点 52 m 处边跨截面最大正弯矩工况,2 种工况的布载位置如图 6、图 7 所示。工况 1 的最不利截面为中跨的跨中截面,工况 2 的最不利截面为距离端支点 52 m 处的截面。

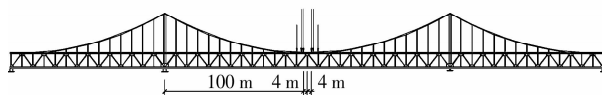
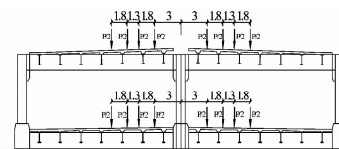
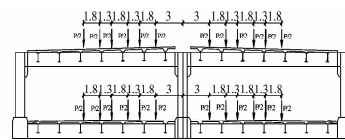


图 6 工况 1 布载



图 7 工况 2 布载



#### 4.1 静力分析

工况 1、工况 2 荷载作用下上层桥面测点的位移曲线如图 8、图 9 所示,便于分析,将最大实测值与相应理论值的比值作为效率系数,有利于比较实测值与理论值的误差。

从图 8、图 9 可看出,工况 1、工况 2 荷载作用下 3 个方法的理论位移曲线均与实测位移曲线相吻合;以结合梁法一,结合梁法二,板梁组合法的顺序作为位移效率系数排列的次序,3 种方法在工况 1 荷载作用下中桁的位移效率系数分别为 85%、86%、84%,边桁的位移效率系数分别为 90%、

88%、85%;3 种方法在工况 2 荷载作用下中桁的位移效率系数分别为 94%、88%、87%,边桁的位移效率系数分别为 93%、87%、86%。工况 1 在中跨跨中截面的上下弦杆、斜腹杆均布置有传感器;工况 2 时在距边跨端支点 52 m 处截面的上下弦杆、斜腹杆均布置有传感器。应力实测节点与计算结果比较如表 1 所示,其中 A1~A6 为工况 1 测点,B1~B6 为工况 2 测点,表 1 的数据表明 3 种方法的理论应力结果基本与实测应力结果相吻合。

静力结果分析比较表明,实测结果与理论位移结果吻合较好,验证了 3 种方法有效性。

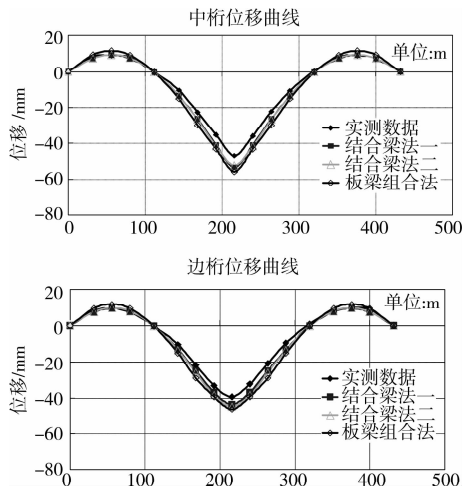


图 8 工况 1 位移曲线

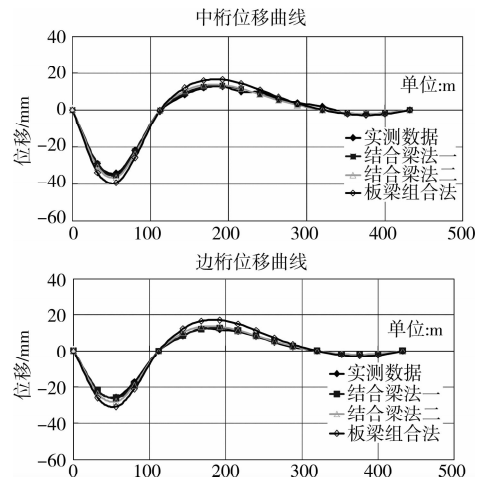


图 9 工况 2 位移曲线

表 1 工况 1、2 部分测点实测应力值与计算值 /MPa

杆件	测点	实测 ①	结合梁 法二②	板梁组 合法③	①/②	①/③	杆件	测点	实测 ①	结合梁 法二②	板梁组 合法③	①/②	①/③
上弦杆	A1	-24.3	-22.4	-23.8	1.08	1.02	上弦杆	B1	-22.8	-21.9	-23.3	1.04	0.98
	A2	-11.9	-10.8	-11.2	1.10	1.06		B2	-18.6	-18.4	-19.2	1.01	0.97
斜腹杆	A3	-13.3	-12.2	-12.9	1.09	1.03	斜腹杆	B3	3.3	2.8	3.2	1.18	1.03
	A4	-14.9	-13.3	-13.8	1.12	1.08		B4	2.6	2.3	2.4	1.13	1.08
下弦杆	A5	17.8	16.3	20.6	1.09	0.86	下弦杆	B5	24.3	22.4	22.8	1.08	1.07
	A6	30.2	29.5	32.7	1.02	0.92		B6	30	27.7	28.6	1.08	1.05

#### 4.2 模态分析

桥梁结构进行模态分析,可以识别出桥梁结构的固有频率、振型、阻尼等桥梁结构的动态特性参数。本次模态试验采用环境激励的自然脉动法来进行;模态结果如表 2 所示,以理论频率与实测频率的比值作为效率系数。从表 2 的模态数据来看,3 种方法的理论结果均与实测值基本吻合,板梁组合法

的理论频率结果与实测值最接近,效率系数整体偏小且偏小幅度在 7% 以内,结合梁法 2 的效率系数偏差值(偏小值与偏大值)的幅度为 13%~4%,结合梁法一的效率系数偏差值的幅度为 15%~8%;3 种方法的理论振型均与实测结果吻合。模态结果的对比较验证了 3 种方法有效性;也说明了东江大桥的抗扭、竖弯刚度及对称性等物理参数良好。

表 2 模态结果比较/Hz

模态	阶次	实测 ①	结合梁 法一②	结合梁 法二③	板梁组 合法④	②/①	③/①	④/①	振型描述
竖	1	0.78	0.82	0.76	0.74	1.05	0.97	0.95	竖向对称,面内振动
弯	2	1.29	1.38	1.26	1.24	1.07	0.98	0.96	竖向反对称,面内振动
横	1	1.07	0.91	0.93	1.00	0.85	0.87	0.93	横向对称,面外振动
弯	2	1.48	1.33	1.36	1.44	0.90	0.92	0.97	横向反对称,面外振动
弯	1	1.37	1.16	1.19	1.3	0.85	0.87	0.95	弯扭耦合,面外振动
扭	2	2.23	2.4	2.33	2.16	1.08	1.04	0.97	弯扭耦合,面外振动

## 5 结论

1) 通过构造双结合梁的位移模式,考虑结合梁的剪力滞效应及横向弯曲效应,通过势能原理推导结合梁单元的刚度矩阵,提出 2 种对适合于三主桁连续板桁组合桥的结合梁法。

2) 结合梁法一就是把桥面板作为主桁架弦杆的上翼缘并与主桁架弦杆形成钢-混结合梁;结合梁法二就是把桥面在按相邻的纵、横梁跨中划分并作为纵、横梁的上翼缘,并与纵、横梁组成钢-混结合梁。

3) 板梁组合法把桥面板看成各向同性连续的薄板并与纵、横梁形成桥面系整体受力,板梁组合法

的桥面板中面节点与纵、横梁的节点形成刚性连接。

4) 通过现场实测试验数据与3种方法的理论数据分析比较,实测数据与3种方法的理论数据较吻合,验证了3种方法的有效性及其结果的正确性。

#### 参考文献:

- [1] AREF AMJAD J, CHIEWANICHAKORN METHEE, CHEN STUART S, et al. Effective slab width definition for negative moment regions of composite bridges[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2007, 12(3): 339-349.
- [2] 聂建国,田春雨.简支组合梁板体系有效宽度分析[J]. *土木工程学报*, 2005, 38(2): 8-12.  
NIE JIAN-GUO, TIAN CHUN-YU. Effective widths of simply supported composite beams with transverse end girders[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2005, 38(2): 8-12.
- [3] MOSES JONATHAN P, HARRIES KENT A, EARLS CHRISTOPHER J, et al. Evaluation of effective width and distribution factors for GFRP bridge decks supported on steel girders[J]. *Journal of bridge engineering*, 2006, 11(4): 401-409.
- [4] CASTRO J M, ELGHAZOULI A Y, IZZUDDIN B A. Assessment of effective slab widths in composite beams [J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2007, 63: 1317-1327.
- [5] LI-SANG AHN, METHEE CHIEWANI CHAKORN, STUART S CHEN, et al. Effective flange width provisions for composite steel bridges[J]. *Engineering Structures*, 2004(26): 1843-1851.
- [6] 李运生,王元清,石永久,等.组合梁桥有效翼缘宽度国内外规范比较分析[J]. *铁道科学与工程学报*, 2006, 3(2): 34-38.  
LI YUN-SHENG, WANG YUAN-QIANG, SHI YONG-JIU, et al. A comparative analysis of effective flange width in composite bridges between domestic and foreign specifications [J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2006, 3(2): 34-38.
- [7] RAZAQPUR A GHANI, ESFANDIARI AFSHIN. Redistribution of longitudinal moments in straight, continuous concrete slab-Steel girder composite bridges [J]. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2006, 33(4): 471-488.
- [8] AMADIO C, FRAGIACOMO M. Effective width evaluation for steel-concrete composite beams [J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2002, 58: 373-388.
- [9] DEZI L, GARA F, LEONI G. Load-consistent effective widths for composite steel-concrete decks [C]// *Proceedings of the 3rd International Conference on Steel and Composite Structures*, July 30-August 1, 2007. Manchester, United Kingdom. Taylor and Francis/Balkema, P. O. Box 447, Leiden, 2300. AK, Netherlands: 473-479.
- [10] 何畏,李乔.板桁组合结构体系受力特性及计算方法研究[J]. *中国铁道科学*, 2001, 2(5): 65-72.  
HE WEI, LI QIAO. Study on features of force bearing of plate and truss composite structure system and the calculation method [J]. *China Railway Science*, 2001, 2(5): 65-72.
- [11] 何畏,强士中.板桁组合结构中混凝土桥面板有效宽度计算分析[J]. *北京:中国铁道科学*, 2002, 23(4): 55-61.  
HE WEI, QIANG SHI-ZHONG. Effective width analysis of concrete slab in plate-truss composite structure [J]. *China Railway Science*, 2002, 23(4): 55-61.
- [12] 陈玉骥,叶梅新.一种适用于下承式钢桁结合桥计算的板梁组合单元[J]. *计算力学学报*, 2006, 23(2): 229-234.  
CHEN YU-JI, YE MEI-XIN. A plate-beam composite element suited to calculate through steel-truss composite bridges [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2006, 23(2): 229-234.
- [13] 韦成龙,曾庆元,刘小燕.板桁结合梁剪滞效应分析的有限段法[J]. *桥梁建设*, 2000(3): 11-13.  
WEI CHENG-LONG, ZENG QING-YUAN, LIU XIAO-YAN. Finite segment method for analysis of shear lag effect in plate and truss composite girder [J]. *Bridge Construction*, 2000(3): 11-13.
- [14] 王荣辉,曾庆元,王海龙.板桁组合钢梁的非线性有限元分析[J]. *土木工程学报*, 2000, 33(2): 56-62.  
WANG RONG-HUI, ZENG QING-YUAN, WAN GHAI-LONG. Nonlinear finite element analysis of plate-truss composite steel girder [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2000, 33(2): 56-62.
- [15] 彭振华.三桁刚性悬索加劲钢桁梁关键技术研究[D].上海:同济大学,2007.
- [16] 谭明鹤,王荣辉,黄永辉.整体节点刚度对钢桁梁桥结构受力的影响分析[J]. *公路*, 2007(10): 27-30.
- [17] 谭明鹤,王荣辉,黄永辉,等.刚性悬索加劲钢桁梁桥特殊节点模型试验[J]. *中国公路学报*, 2008, 21(1): 47-52.  
TAN MING-HE, WANG RONG-HUI, HUANG YONG-HUI, et al. Special joint model test of stiff suspension reinforced steel truss bridge [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2008, 21(1): 47-52.