

超固结土三轴排水不排水试验数值分析

刘 洋, 宫 志, 黄昌富

(北京科技大学 土木与环境工程学院土木系, 北京 230009)

摘 要:在临界状态土力学的框架内,采用 Hashiguchi 提出的下负荷面本构模型,建议了一个简化的塑性硬化规律,使之能较合理地描述超固结粘土在正常屈服面和下负荷面之间的变化规律。数值模拟结果表明,修正后的硬化规律能够较好地描述超固结粘土的许多力学特性如应力应变关系、应变软化以及应力剪胀性等。数值预测结果与室内三轴排水试验结果相一致,并可以用来分析超固结粘土的不排水三轴应力路径。

关键词:超固结土;弹塑性模型;数值模拟

中图分类号:TU 443 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2011)02-0122-04

Numerical Analysis of Drained-undrained Triaxial Tests for Overconsolidated Clays

LIU Yang, GONG Zhi, HUANG Chang-fu

(Department of Civil Engineering University of Science and Technology Beijing, Beijing, 100083)

Abstract: In the framework of critical state soil mechanics, a simplified hardening law is proposed to describe the change between subloading surface and the normal consolidation surface with plastic deformation based on subloading surface concept proposed by Hashiguchi. The characteristics of overconsolidated clays, such as stress-strain relationship, strain hardening and softening and stress dilatancy are simulated, and the results are in accordance with the data from triaxial drained compression test. Numerical model is also used to predict the stress-strain relationship in the isotropic consolidation condition and the stress paths in the undrained triaxial compression tests.

Key words: overconsolidated clays; elastic-plastic model; numerical simulation

超固结土是先期固结压力大于当前应力状态的土,其超固结程度一般用超固结比 OCR 来表示。与正常固结土相比,超固结土一般具有孔隙率低、强度较高等特性,在荷载作用下常表现出与密砂类似的剪胀性和应变软化特性^[1-2]。

对于正常固结土或者弱超固结土,可以采用剑桥模型来分析,但剑桥模型不适用于描述超固结比较大的土。基于此,各国学者开展了许多卓有成效的研究工作^[3],如 Pender 等^[4]提出的超固结土本构模型、Nakai 等^[5]提出的统一参数的正常固结与超固结土弹塑性模型以及 Amerasinghe 等^[6]对重超固

结 kaolin 粘土的各向异性的研究等,其中日本学者 Hashiguchi 等^[7-8]提出的应用于金属材料 and 岩土材料的下负荷面模型,为超固结土的研究提供了一条新途径,孔亮等较详细地介绍了这一理论^[9],与此思路类似,姚仰平等^[10-12]近年开展了一系列超固结土力学模型的研究工作,并提出了统一硬化的概念用于描述超固结土的力学特性。徐连民等^[13]对超固结粘土的局部化问题进行了数值分析,张永兴等^[14]考虑了结构超固结与应力超固结这 2 种不同性质的超固结,提出了统一的结构性能模型。

超固结土本构关系模拟的关键问题是如何描述

收稿日期:2010-10-05

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50808016)

作者简介:刘洋(1979-),男,博士,副教授,主要从事岩土工程的教学与科研工作,(E-mail)imaginatively@163.com

超固结状态下其加载及再加载过程中塑性应变的发展,上述很多模型能够很好地考虑这一点,但一般屈服面及硬化规律复杂,采用的参数也较多且物理意义不明确。而该文在临界状态土力学的框架内,采用下负面理论,提出一个简化的硬化规律用以描述正常屈服面和下负面之间的变化规律。由于采用了下负面的概念,模型加载准则比经典弹塑性理论简单,不需判断应力状态是否到达屈服面,参数少且物理意义明确。模型可以描述三轴排水不排水条件下超固结土的力学响应,数值预测结果与室内三轴排水试验结果相一致,并可以用来分析超固结粘土的不排水三轴应力路径。

1 超固结土的下负面数值模型

1.1 下负面方程

下负面的概念是由 Hashiguchi 等提出的,下负面是经过现有应力点并与正常屈服面几何相似的面,下负面经过现在的应力状态,并随着应力的变化而变化。

仍采用剑桥重塑土屈服面方程,设 p_{N1e} 、 p_{N1} 分别是正常固结屈服面和下负屈服面在 $p-q$ 空间与 p 轴的交点,在 $p-q$ 空间,对于正常固结屈服面方程为: $f_s = C_p \ln(p/p_{N1e}) + D^*(q/p) = 0$ 。其中, $C_p = (\lambda - \kappa)/(1 + e_0)$, $D^* = C_p/M^*$, e_0 为初始孔隙比, M^* 为临界状态下的剪应力比, λ 、 κ 的含义与剑桥模型中的含义相同。对现在的应力状态 $P(p, q)$ 而言,通过 P 点的下负面的屈服面方程设为:

$$f_s = C_p \ln \frac{p}{p_{N1}} + D^* \frac{q}{p} = 0 \quad (1)$$

上式可以变换成:

$$f_s = C_p \left[\ln \frac{p}{p_0} - \left(\ln \frac{p_{N1e}}{p_0} - \ln \frac{p_{N1}}{p_0} \right) \right] + D^* \frac{q}{p} = 0 \quad (2)$$

从应力状态 P_0 至 p_{N1e} , 正常固结土等向压缩产生的塑性应变 ϵ_v^p 为:

$$\epsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p_{N1e}}{p_0} = C_p \ln \frac{p_{N1e}}{P_0} \quad (3)$$

由超固结比定义, $p_{N1}/p_0 = OCR$, 在 $e - \ln p$ 压缩曲线上, 应力点 p_{N1} 与应力点 p_{N1e} 之间的孔隙比之差为, $\rho = \Delta e = (\lambda - \kappa) \ln(p_{N1e}/p_{N1}) = C_p(1 + e_0) \ln OCR$, 这样可以得 ρ 与 OCR 的关系式:

$$C_p \ln OCR = \frac{\rho}{1 + e_0} \quad (4)$$

将其代入(2)并利用 $p_{N1e}/P_{N1} = OCR$ 可以得到 (p, q) 空间的下负面屈服面:

$$f_s = \ln \frac{p}{p_0} - \frac{1}{C_p} \left(\epsilon_v^p - \frac{\rho}{1 + e_0} \right) + \frac{1}{M^*} \frac{q}{p} = 0 \quad (5)$$

1.2 一般应力状态下负面方程的表达式

空间一般应力状态下^[15], 方程(5)可写成:

$$f = f_s = \ln \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} + \frac{1}{M^*} \frac{\sqrt{3}J_2}{\sigma_m} - \frac{1}{C_p} \left(\epsilon_v^p - \frac{\rho}{1 + e_0} \right) = 0 \quad (6)$$

式中, $\sigma_m = I_1/3$ 是平均有效应力张量, I_1 是第一应力不变量, σ_{m0} 是初值; J_2 是偏应力张量 s_{ij} 的第二不变量。采用相关联的流动法则, 则:

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \\ d\epsilon_v^p = d\epsilon_{ij}^p \delta_{ij} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \delta_{ij} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ii}} \quad (7)$$

式中, $d\lambda$ 为一非负比例因子, 协调方程为:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial f}{\partial \epsilon_v^p} d\epsilon_v^p \quad (8)$$

式中,

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \left(\frac{1}{\sigma_m} - \frac{1}{M^*} \frac{\sqrt{3}J_2}{\sigma_m^2} \right) \frac{1}{3} \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3}}{M^*} \frac{1}{2\sigma_m \sqrt{J_2}} s_{ij}; \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ii}} = \frac{1}{\sigma_m} - \frac{1}{M^*} \frac{\sqrt{3}J_2}{\sigma_m^2} \quad \frac{\partial f}{\partial \epsilon_v^p} = -\frac{1}{C_p}; \\ \frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{1}{C_p(1 + e_0)} = \frac{1}{\lambda - \kappa}.$$

1.3 硬化规律

文献^[16]假定: $d\rho = -(1 + e_0)\alpha\rho^2 \cdot \Lambda/\sigma_m$, 式中 α 是材料参数, 其值的大小决定 ρ 的变化快慢, 从考虑剪切过程塑性体应变与剪应变的变化发展的角度^[17], 提出另一种修正的硬化规律, 假定:

$$dp_{N1} = p_{N1} \frac{1 + e_0}{\lambda - k} d\epsilon_p^p + \\ p_{N1} \sqrt{(\alpha d\epsilon_q^p)^2 + (d\epsilon_p^p)^2} \langle F(\beta) \rangle \quad (9)$$

式中, $F(\beta) = m(p_{N1e}/p_{N1} - 1)$, α 、 m 是给定参数, 符号 $\langle \rangle$ 表示, 如果 $F(\beta) \leq 0$, $\langle F(\beta) \rangle = 0$, 否则, $\langle F(\beta) \rangle = F(\beta)$, 由式(4)可得 $d\rho = -(\lambda - \kappa)d p_{N1}/p_{N1e}$, 则:

$$d\rho = -(\lambda - \kappa) \cdot \frac{1}{p_{N1}} \cdot \left(p_{N1} \frac{1 + e_0}{\lambda - k} d\epsilon_p^p + \\ p_{N1} \sqrt{(\alpha d\epsilon_q^p)^2 + (d\epsilon_p^p)^2} \langle F(\beta) \rangle \right) \quad (10)$$

或者写成:

$$d\rho = -(1 + e_0) \left(d\epsilon_p^p + \\ C_p \sqrt{(\alpha d\epsilon_q^p)^2 + (d\epsilon_p^p)^2} \langle F(\beta) \rangle \right)$$

1.4 $d\lambda$ 的表达式

根据 $d\rho$ 的变化规律, 并由弹塑性理论:

$$d\sigma_{ij} = E_{ijkl} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p),$$
 将式(10)直接带入协

调方程(8)从而求得 $d\lambda$ 的表达式:

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} d\epsilon_{kl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} E_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial f}{\partial p} + C_p \sqrt{\left(\alpha \frac{\partial f}{\partial q} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial p} \right)^2} F < \beta > + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ii}}} \quad (11)$$

式中, $\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{1}{\sigma_m} - \frac{1}{M^* \sigma_m^2} \sqrt{3J_2}$, $\frac{\partial f}{\partial q} = \frac{1}{M^* \sigma_m}$.

求出 $d\lambda$ 的表达式后,很容易就可以写出本构模型的弹塑性模量的张量表达式。

2 数值分析结果

根据提出的硬化规律编用 Matlab 写了单元试验程序,采用数值程序对某一重塑超固结土排水和不排水三轴剪切试验进行了数值模拟,有效围压取 196.0 kPa,超固结比分别取 1.0, 2.0, 4.0, 8.0, 16.0。表 1 给出了数值分析采用的重塑土物理参数,一共 7 个,其中前 5 个参数与剑桥模型的参数一致。

表 1 模型计算参数表

λ	κ	v	M	e_0	α	m
0.096	0.009	0.20	1.2	0.88	10	2.0×10^2

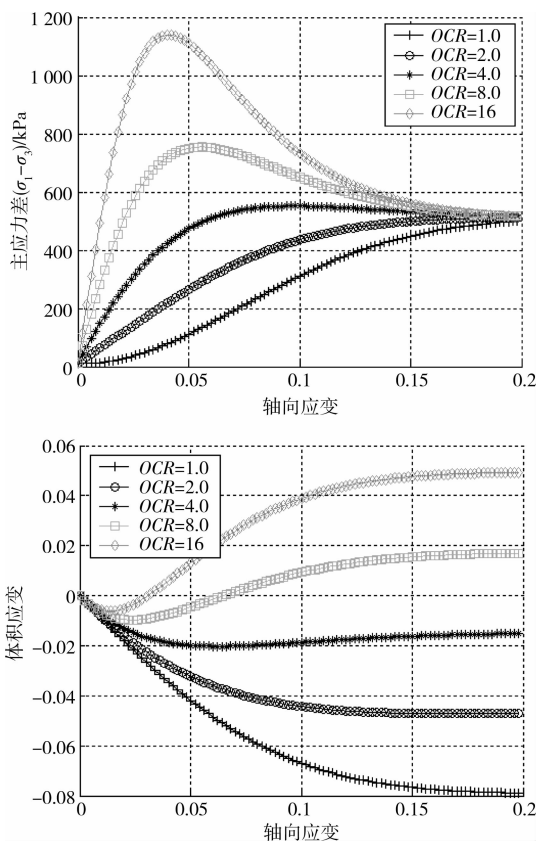


图 1 三轴排水剪切数值模拟结果

图 1 是不同超固结比的排水三轴剪切试验数值分析结果,包括应力应变关系及剪胀曲线。图 2 是不同超固结比的不排水三轴剪切试验数值分析结

果,包括剪应力比与轴向应变、超孔隙水压力响应以及在 $p-q$ 空间的应力路径的模拟曲线。从图中可以看出,对不同超固结比的重塑土样,采用的数值模型可以较好地描述超固结土在排水不排水剪切条件下的一般力学特性。

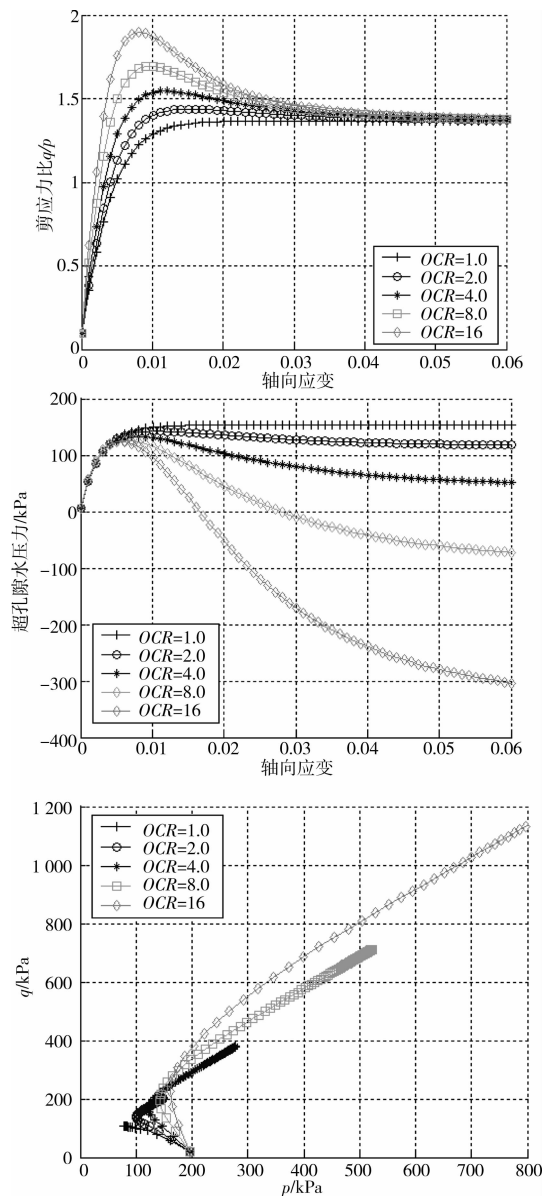


图 2 三轴不排水剪切数值结果

对于超固结土,1 个最重要的特性就是应变软化,其发展与土样剪切过程中的体变发展是紧密联系的,文中提出的修正硬化规律参量中占主导作用的是体积应变,一般情况下,当塑性体积应变为正时,屈服面向外扩张引起应变硬化,若塑性体积应变

为负时,屈服面向内收缩引起应变软化。此外,如修正剑桥模型一样,在硬化规律的选择上,亦考虑塑性剪切变形的影响。

3 对试验结果的模拟

采用 Loudon 1967 年对 kaolin 粘土的不排水试验数据^[18]来验证模型的有效性。Loudon 的试验采用等向固结重塑 kaolin 粘土进行不排水三轴剪切试验,试验结果反映不排水条件下不同固结度土样有效应力路径的演化。

采用模型计算参数见表 2,数值模拟结果见图 3。图 3 中对不同的路径进行了归一化(采用等效应力 p_e 即等比容条件下正常固结线上所对应的平均主应力),归一化处理后所有应力路径在临界状态时均能够回到同一点。

表 2 kaolin 粘土计算参数表

λ	κ	ν	M	e_0	α	m
0.240	0.045	0.2	0.896	1.27	0.1	2.0×10^3

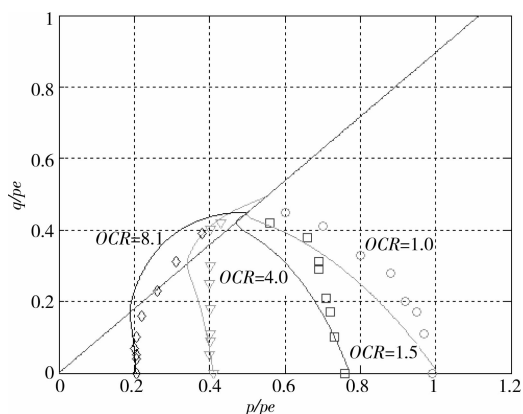


图 3 三轴不排水剪切试验与数值结果比较

在不排水条件下,对于正常固结土整个剪切过程孔隙水压力单调增加,平均有效应力减少,即平均主应力向 $p-q$ 空间原点移动,直到达到临界状态;而对于超固结土,剪切过程中后孔隙水压力首先升高然后降低。超固结比越大,应力翻转发生的也越早,模拟结果与 kaolin 粘土的试验结果较吻合。

4 结论

在临界状态土力学的框架内,采用 Hashiguchi 提出的下负荷面理论,建议了 1 个简化的塑性硬化规律,对超固结土三轴试验进行了数值模拟。数值模拟结果表明,修正后的硬化规律能够较好地描述超固结粘土的许多力学特性如应力应变关系、应变软化以及应力剪胀性等。数值模拟结果与室内三轴排水试验结果相一致,并可以用来分析超固结粘土的不排水三轴应力路径。

参考文献:

- [1] 姚海林, 马时东, 卢应发. 正常固结土与超固结土的一些特性及其应力历史的确定. 岩土力学, 1994, 15(3): 38-45.
YAO HAILIN, MA SHIDONG, LU YINGFA. Some properties of normally-consolidated soils and overconsolidated soils and determination of its stress history [J]. 1994, 15(3): 38-45.
- [2] SHIMIZU M. Effect of overconsolidation on dilatancy of a cohesive soil[J]. Soils and Foundations, 1982, 22(4): 121-135.
- [3] WROTH C P, HOULSBY G T. Soil mechanics-property characterization and analysis procedures[C]// Proceedings of the 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering. Rotterdam: Balkema, 1985: 11-13.
- [4] PENDER M J. A model for the behaviour for overconsolidated soil[J]. Geotechnique, 1978, 28(1): 1-25.
- [5] NAKAI T, HINOKIO M. A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters[J]. Soil Foundation, 2004, 44(2): 53-70.
- [6] AMERASINGHE S F, PARRY R H G. Anisotropy in heavily overconsolidated kaolin[J]. J Geotech Engrg Div, ASCE, 1975, 101(12): 1277-1293.
- [7] HASHIGUCHI K. Subloading surface model in unconventional plasticity[J]. Int J Solids Structures, 1989, (25): 917-945.
- [8] HASHIGUCHI K, CHEN Z P. Elastoplastic constitutive equations of soils with subloading surface and rotational hardening[J]. Int J Numer Anal Meth Geomech, 1998 (22): 917-227.
- [9] 孔亮, 花丽坤, 王燕昌. 次加载面理论及其在土体循环塑性模型中的应用[J]. 宁夏大学学报: 自然科学版, 2003, 24(1): 14-56.
KONG Liang, HUALI kun, WANG YANCHANG. The subloading surface theory and its application to the cyclic plastic model for soil [J]. Journal of Ningxia University: Natural Science Edition, 2003, 24(1): 14-56.
- [10] 姚仰平, 李自强, 侯伟, 等. 基于改进伏斯列夫线的超固结土本构模型[J]. 水利学报, 2008, 39(11): 1244-1250.
YAO YANGPING, LI ZIQIANG, HOU WEI, etc. Constitutive model of over-consolidated clay based on improved Hvorslev envelope [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2008, 39(11): 1244-1250.
- [11] 姚仰平. 土的统一硬化模型及其发展[J]. 工业建筑, 2008, 28(8): 1-5.
YAO YANGPING. Unified hardening model for soils and its development [J]. Industrial Construction [J], 2008, 28(8): 1-5.

- Evolution of pore solution chemistry, electro-osmosis and rebar corrosion rate induced by realkalisation[J]. *Materials and Structures*, 1999, 32(220): 427-436.
- [10] 王立久, 迟耀辉, 郑万勇. 电渗滤水混凝土的应用研究[J]. *沈阳建筑大学学报: 自然科学版*, 2006, 22(6): 939-944.
WANG LI-JIU, CHI YAO-HUI, ZHENG WAN-YONG. Application research on electroosmosis filtering concrete [J]. *Journal of Shenyang Jianzhu University: Natural Science*, 2006, 22(6): 939-944.
- [11] HOCK V F, MCINERNEY M K, KIRSTEIN E, et al. Demonstration of Electro-Osmotic Pulse Technology for Groundwater Intrusion Control in Concrete Structures [R], *Construction Engineering Research Laboratories*, Champaign, IL, 1998.
- [12] VINCENT HOCK, SEAN MOREFIELD, MICHAEL MCINERNEY, et al. Control of water migration through concrete using electro-osmosis [J]. *Materials Performance*, 2005, 44(7): 42-47.
- [13] MCINERNEY M K, MOREFIELD S, COOPE S, et al. Electroosmotic Pulse (EOP) Technology for Groundwater Intrusion Control in Concrete Structures [R]. *Construction Engineering Research Laboratories*, Champaign, IL, 2002.
- [14] MCINERNEY M K, SEAN MOREFIELD, COOPE S. Electro-Osmotic Pulse (EOP) Technology for Control of Water Seepage in Concrete Structures [R]. 2002.
- [15] HOCK V, MOREFIELD S, BUSHMAN J B, et al. Evaluating the performance of the electro-osmotic pulse basement dewatering system [J]. *Materials Performance*, 2006, 45(1): 24-28.
- [16] HOCK V, MARSHALL O, MCINERNEY M, et al. Electro-osmotic pulse technology for corrosion prevention and control of water intrusion in below grade concrete structures [C]//Naples Italy: 2nd World Congress on Corrosion in the Military, 2007.

(编辑 胡英奎)

(上接第 125 页)

- [12] YAO YANG-PING, HOU WEI & ZHOU AN-NAN. Constitutive model for overconsolidated clays [J]. *Sci China Ser E-Tech Sci*, 2008, 52(2): 179-191.
- [13] 徐连民, 朱合华, 中井照夫, 等. 超固结粘土的剪切带数值模拟 [J]. *岩土力学*, 2006, 27(1): 61-66.
XU LIAN-MIN, ZHU HE-HUA, NAKAI TERUO, etc. Numerical simulation of shear band in over-consolidated clay [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27(1): 61-66.
- [14] 张永兴, 郑智能, 刘元雪. 考虑两种不同性质超固结的土体本构模型 [J]. *土木建筑与环境工程*, 2010, 32(1): 1-3.
ZHANG YONG-XING, ZHENG ZHI-NENG, LIU YUAN-XUE. A constitutive model for structured clays based on two different types of overconsolidation [J]. *Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering*, 2010, 32(1): 1-3.
- [15] 孔亮, 张鲁渝, 郑颖人. 两种土体弹塑性模型三维化方法的比较研究 [J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(4): 123-125.
KONG Liang, ZHANG LU-YU, ZHENG YING-REN. Study on two three-dimensional methods of elasto-plastic model for soil [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, 24(4): 123-125.
- [16] 张锋. *计算土力学* [M]. 北京: 人民交通出版社, 2007.
- [17] BOUKPETI N, DRESCHER A. Triaxial behavior of refined superior sand model. [J] *Computers and Geotechnics*, 2000, 26: 65-81.
- [18] LOUDON P A. Some deformation characteristics of kaolin [D]. Ph. D. Thesis, Cambridge University, 1967.

(编辑 胡玲)