

随机风荷载作用下超大型冷却塔结构屈曲分析

徐亚洲, 白国良

(西安建筑科技大学 土木工程学院, 西安 710055)

摘要:利用屈曲本征方程的形式解推导出随机屈曲本征值满足的概率密度演化方程。以对数风剖面中的 10 m 高平均风速和地面粗糙度为随机变量, 分析了超大型冷却塔的随机屈曲承载力。进而, 计算出其均值及标准差。结果表明, 随机屈曲承载力的概率密度函数具有一般形式, 不易采用常见的概率分布模型拟合。随机屈曲承载力均值与按照均值参数计算的屈曲承载力接近, 但其变异性介于两个随机变量的变异性之间。

关键词:冷却塔; 屈曲; 概率密度演化; 风荷载

中图分类号: TU332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2011)04-0060-05

Analysis of Buckling Bearing Capacity for Super-Large Cooling Towers Subjected to Random Wind Loading

XU Ya-zhou, BAI Guo-liang

(School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, P. R. China)

Abstract: Based on the formal solutions of the buckling eigen equation, the probability density evolution equation for the random buckling eigenvalue is derived considering the random wind loading. Taking the averaged wind speed at 10m height and roughness length as the random factors, the random buckling bearing capacity for a super-high cooling tower is then analyzed. Furthermore, both the mean and the standard deviations of the capacity are calculated. It is indicated that there exhibits a general shape for the probability density function of the random buckling capacity. And the mean of the random buckling bearing capacity is close to that one computed by the averaged parameter. However, the variation of the random buckling bearing capacity is between the corresponding values of averaged wind speed at 10m height and roughness length.

key words: cooling tower; buckling; probability density evolution; wind loading

随着核电站及火电站装机容量的不断增加, 已建成和拟建的冷却塔高度也不断增大。迄今为止, 已有高度超过 200 m 的冷却塔建成^[1], 大大超出了现行规范^[8]中塔高小于 165 m 的适用范围, 保证这类超大型冷却塔结构在随机风荷载作用下的安全性成为一个十分突出的问题。

冷却塔的安全性涉及到以失稳为标志的屈曲破坏和以材料失效为标志的承载力破坏 2 类模式。Kapania 和 Yang 通过 Monte Carlo 法分析了冷却塔在风荷载作用下的随机时域响应^[2]。Wolfhard

Zahlten, Claudio Borri 研究了冷却塔在随机风荷载作用下的响应^[3]。其结构模型考虑了材料非线性和几何非线性, 相关随机风场由自回归模型模拟。廖汶、卢文达和刘人怀采用一次二阶矩法 (FORM) 分析了双曲冷却塔的可靠性^[4]。鲍侃袁、沈国辉、孙炳楠采用 CFD 对双曲冷却塔的平均风荷载进行了数值模拟, 获得了塔身的三维流场特性和各高度截面处平均风压分布规律^[7]。李鹏飞、赵林、葛耀君等对超大型冷却塔模型进行了同步测压风洞试验, 获得了塔筒内、外表面的脉动风压分布^[5]。许林汕、赵林、葛耀君

收稿日期: 2010-11-08

基金项目: 陕西省教育厅专项科研计划项目 (2010JK624)

作者简介: 徐亚洲 (1978-), 男, 博士, 主要从事结构动力可靠度研究, (E-mail) yazhou. xhu@gmail.com。

采用虚拟激励法及振型叠加法开展了冷却塔结构的随机风振响应分析,并与试验结果进行了比较^[6]。

将风荷载的随机性引入冷却塔结构的屈曲承载力分析中,利用屈曲本征方程的形式解推导出随机屈曲本征值服从的广义密度演化方程,进而通过差分法获得其概率密度函数的数值解,据此可以计算其各阶统计量和可靠度。

1 理论基础

1.1 随机屈曲基本方程

结构屈曲本征方程为

$$|K_0 + \lambda K_s| = 0 \quad (1)$$

其中 K_0 为弹性刚度矩阵, K_s 为初应力刚度矩阵, λ 为屈曲特征值。经典的屈曲本征值是确定性问题,但是对于考虑材料性能变异性及荷载参数随机性对屈曲承载力影响的情况, K_0 或 K_s 就具有了随机性。相应地,屈曲特征值亦为随机变量(向量)。

记随机屈曲特征方程的解为

$$\lambda = \varphi(k, \theta) \quad (2)$$

其中: φ 为本征值函数, k 为确定性参数集合,如结构几何尺寸等; θ 是随机变量集,如材料弹性模量,荷载随机参数等。但对于一般的结构形式,通常无法获得随机屈曲特征值概率密度函数的解析表达式。

利用动力系统的形式解^[9-10]及概率守恒原理^[11],李杰、陈建兵发展了基于广义概率密度演化理论的一般随机结构分析方法。同理,利用屈曲本征方程的形式解可以推导得随机屈曲本征值服从的广义概率密度演化方程并获得其数值解。

1.2 随机屈曲本征值的概率密度演化方程

对于随机屈曲问题,引入虚拟时间参数 τ 构造随机过程^[12]。

$$X(\tau) = \lambda\tau = \varphi(k, \theta)\tau \quad (3)$$

显然,当 $\tau=1$ 时有

$$\lambda = X(\tau)|_{\tau=1} \quad (4)$$

此即为随机屈曲本征值。

由条件概率定义可知

$$\begin{aligned} p_{X\Theta}(x, \theta, \tau) &= p_{X|\Theta}(x, \tau|\theta) p(\theta) \\ &= \delta_\Delta(x - \varphi(k, \theta)\tau) p(\theta) \end{aligned} \quad (5)$$

上式两端对 τ 求导,可得

$$\frac{\partial p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial \{\delta(x - \varphi(k, \theta)\tau) p(\theta)\}}{\partial x} \times$$

$$\frac{\partial \{-\varphi(k, \theta)\tau\}}{\partial \tau} = -\varphi(k, \theta) \frac{\partial p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)}{\partial x} \quad (6)$$

进而, $X(\tau)$ 与 Θ 构成的增广向量 $\{X, \Theta\}^T$ 的联合概率密度函数 $p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)$ 满足广义概率密度演化

方程

$$\frac{\partial p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)}{\partial \tau} + \varphi(k, \theta) \frac{\partial p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

相应的初始条件为

$$p_{X\Theta}(x, \theta, \tau=0) = p_\Theta(\theta) \delta(x) \quad (8)$$

事实上,对于概率保守系统这也是概率守恒原理的必然结果。

对联合概率密度函数 $p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)$ 在随机参数集定义的概率空间上积分并取虚拟时间参数 $\tau=1$, 即可获得随机屈曲本征值的概率密度函数

$$p_\lambda(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{X\Theta}(x, \theta, \tau=1) d\theta \quad (9)$$

1.3 数值求解步骤

随机屈曲本征值服从的广义概率密度演化方程属于一阶线性偏微分方程,宜采用有限差分法进行求解。对状态空间坐标和虚拟时间进行离散,采用适当的差分格式可以获得概率密度函数的数值解。进而,按照定义计算各阶统计量。具体步骤可以归纳为^[13]:

1) 采用适当规则离散基本随机变量空间,获得点集 $\Theta_q = \{\Theta_{1,q}, \Theta_{2,q}, \dots, \Theta_{s,q}\}$, 其中 $q=1, 2, \dots, N_{sel}$ 为各随机变量的选点数目;

2) 将上述离散点集 Θ_q 分别代入屈曲本征方程求出本征值的样本集;

3) 将本征值样本代入广义密度演化方程,采用差分法求解联合概率密度函数 $p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)$, 其 Lax-Wendroff 格式为

$$\begin{aligned} p_j^{(k+1)} &= p_j^k - \frac{\delta\varphi}{2} [p_{j+1}^{(k)} - p_{j-1}^{(k)}] + \frac{\delta^2\varphi^2}{2} \\ & [p_{j+1}^{(k)} + p_{j-1}^{(k)} - 2p_j^{(k)}] \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $p_j^{(k)}$ 指的是差分网格中时间节点 k 、屈曲本征值节点 j 的联合概率密度函数 $p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)$ 的值。网格比 $\delta = \Delta\tau/\Delta\lambda$, 需要满足 CFL 稳定性条件。

4) 将 $p_{X\Theta}(x, \theta, \tau)$ 在基本随机变量空间中积分并取 $\tau=1$, 即可得到随机屈曲本征值的概率密度函数 $p_\lambda(\lambda)$;

5) 按照定义即可由概率密度函数计算得各阶统计量及可靠度。

$$\mu_\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda p(\lambda) d\lambda \quad (11)$$

$$\sigma_\lambda^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\lambda - \mu_\lambda)^2 p(\lambda) d\lambda$$

式中 μ_λ 为随机屈曲本征值均值, σ_λ 为标准差。

记屈曲本征值的单侧限为 a , 则可由随机屈曲承载力的概率密度函数 $p(\lambda)$ 积分获得其失效概率

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} p(\lambda) d\lambda \quad (12)$$

2 超大型冷却塔屈曲分析模型

2.1 超大型冷却塔有限元模型

该文算例冷却塔模型高度为 250 m(图 1),突破了塔高小于 165 m 的规范限制条件。采用有限元方法求解其屈曲本征值。冷却塔结构主要由塔身壳体、支撑柱及环基组成,结构建模采用 ABAQUS,塔身采用 S4R 壳单元,X 形支柱和塔底环基采用 B31 梁单元,混凝土等级为 C45,有限元模型见图 2。

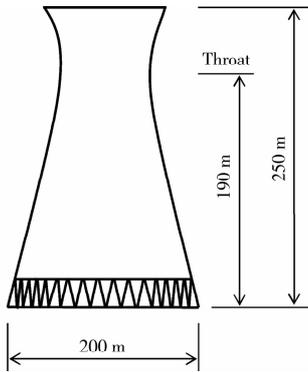


图 1 冷却塔(水平及竖向比例不同)

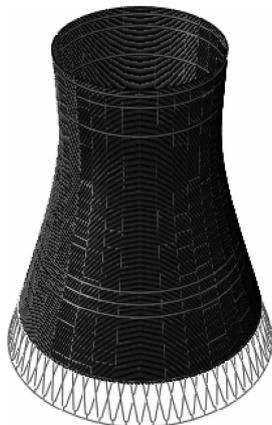


图 2 冷却塔有限元模型

2.2 荷载模式

算例超大型冷却塔屈曲承载力分析的荷载分布模式取为

$$1.5 \text{ 倍自重} + \text{内吸力} + \text{外部风压} \quad (13)$$

其中内吸力为均匀分布,大小取顶部风压的一半。外部风压为

$$\omega_e = \beta C(\theta) \omega(z) \quad \omega(z) = \frac{V^2(z)}{1600} \quad (14)$$

式中:风剖面为对数模型 $V(z) = V_{10} \frac{1gz - 1gz_0}{1g10 - 1gz_0}$,参数 10 m 高平均风速和地面粗糙度取为随机变量,其

概率模型见下节;风振系数 β 取 1.9;环向风压分布系数 $C(\theta)$ 见图 3。

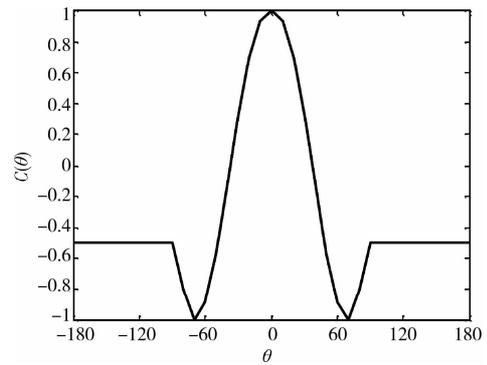


图 3 环向风压分布系数

3 随机屈曲承载力分析

3.1 地面粗糙度概率模型

地面粗糙度定义为风速为零的高度,与风场的下垫层特征有关。以常见地面粗糙度取值为基础^[14],对其进行统计分析得其均值为 0.171,标准差为 0.416,变异系数为 2.433,其对数正态分布概率密度函数见图 4。

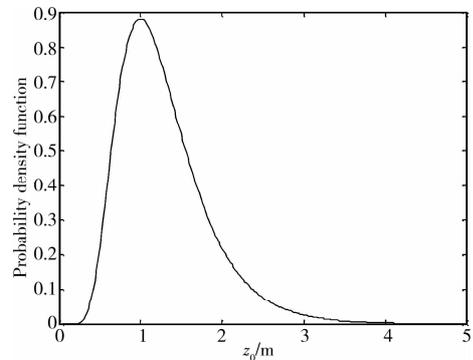


图 4 地面粗糙度概率密度函数

3.2 风速概率模型

研究表明,最大平均风速服从极值 I 型分布,该文取 10 m 高平均风速的均值为 30 m/s,方差由 Davenport 谱的面积决定。Davenport 谱可以表示为^[14]

$$s(\omega) = \frac{11672.2\omega}{\left(\ln \frac{10}{z_0}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1200\omega}{2\pi V_{10}}\right)^2\right]^{\frac{4}{3}}} \quad (15)$$

式中 10 m 高平均风速、地面粗糙度取均值参数,谱形见图 5。由此计算的风速标准差为 4.816 m/s。相应的变异系数为 0.161,平均风速的极值 I 型概率密度函数见图 6。

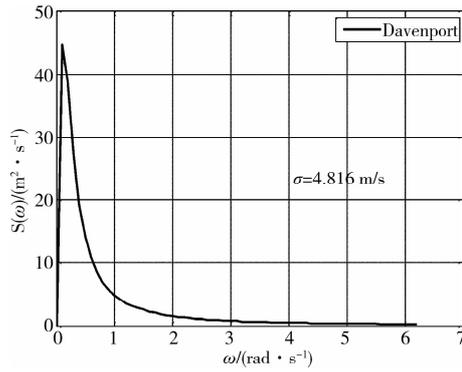


图 5 均值参数下的 Davenport 谱

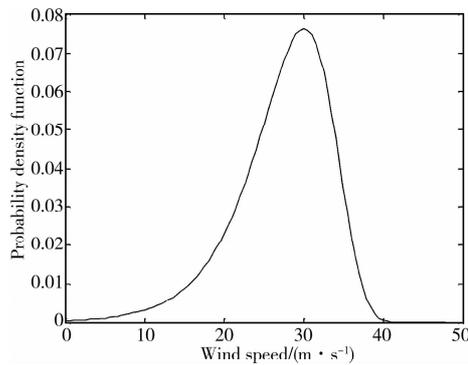


图 6 风速概率密度函数

3.3 二维随机变量的切圆选点

采用基于概率密度演化方程的极值理论进行动力可靠度分析时首先需要对基本随机变量概率空间进行离散。研究表明,对于二维概率空间切圆选点法具有较好的精度和效率。由此对由地面粗糙度及 10 m 高风速构成的二维随机变量空间进行选点共计 109 个,在标准正态空间(均值为 0,标准差为 1)里的分布见图 7。进而,根据实际随机变量的均值和标准差与标准随机变量之间的关系可得

$$x = \mu_x + \theta \sigma_x \quad (16)$$

式中: x 为物理空间中的随机变量点集坐标, θ 是标准空间中的点集坐标, μ_x 、 σ_x 分别是随机变量的均值和标准差。如此即可将标准空间内的点集变换至实际物理空间,具体结果见图 8。

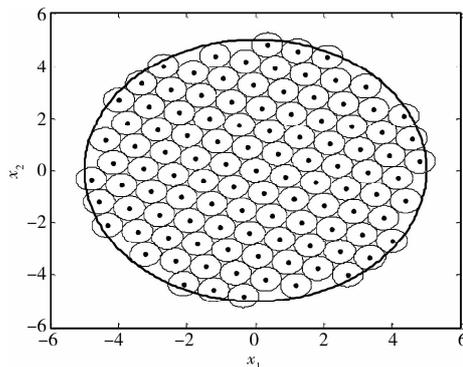


图 7 标准正态空间点集

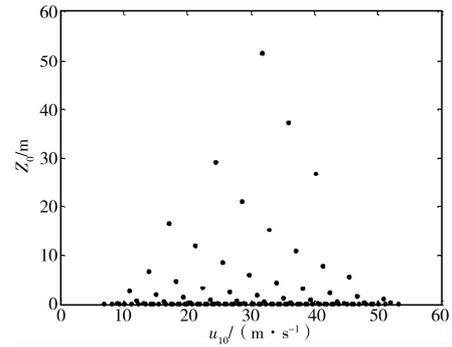


图 8 物理空间点集

3.4 随机屈曲承载力

利用上述选点结果通过 ABAQUS 有限元模型进行算例冷却塔结构的屈曲分析,获得 109 个一阶屈曲本征值样本。通过构造虚拟过程,按照前述概率密度演化方法求解出随机屈曲承载力概率密度函数的数值解,如图 9。相应的均值为 18.09,标准差为 4.337,变异系数为 0.24。而采用均值参数的屈曲分析结果为 17.33。

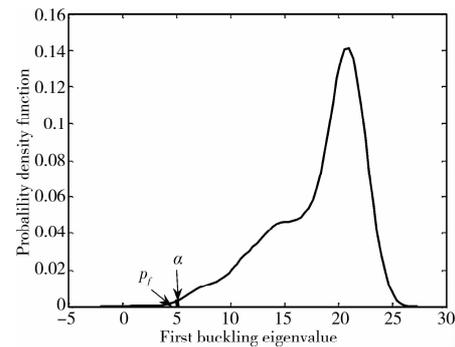


图 9 一阶屈曲本征值概率密度函数

根据概率密度演化数值解的均值和标准差对冷却塔随机屈曲承载力分别进行极值 I 型、正态及 Weibull 分布拟合,与数值解进行比较可以发现,上述 3 种常见的概率分布模型均不能很好地逼近数值解(图 10)。可见随机屈曲承载力具有一般概率分布形式,对原始随机变量的概率分布不具有保真性。但是随机屈曲承载力的均值较按照均值参数分析的结果基本一致。

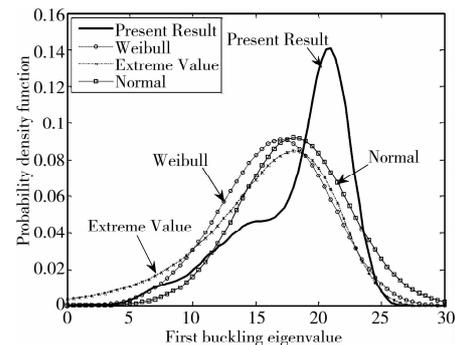


图 10 拟合概率分布与数值概率密度函数比较

如果以规范要求的屈曲承载力系数大于 5 为失效准则,取失效界限 $\alpha=5$,则可由随机屈曲承载力的概率密度函数 $p(\lambda)$ 积分获得其失效概率 $p_f=9\%$ 。该算例的失效概率为%,相应的可靠度为 91%。

4 结论

考虑冷却塔结构屈曲分析中风荷载的随机性后,利用屈曲本征方程的形式解推导得随机屈曲本征值满足的概率密度演化方程。假定风荷载模型中的地面粗糙度服从对数正态分布,10 m 高平均风速服从极值 I 型分布,采用切圆选点法离散此二维概率空间,通过差分法求解出随机屈曲承载力的数值解。

算例分析表明,考虑风荷载随机性时超大型冷却塔随机屈曲承载力的概率密度函数具有一般形式,不能利用极值 I 型、正态及 Weibull 分布等常见概率分布模型进行拟合,其变异系数为 0.24,介于地面粗糙度和 10 m 高平均风速之间。与采用均值参数按照确定性屈曲分析的结果 17.33 相比,随机屈曲承载力的均值基本一致(约大 4%)。以规范规定的屈曲承载力系数等于 5 为失效界限,则考虑风荷载随机性后算例冷却塔的屈曲承载力可靠度为 91%。

参考文献:

- [1] BUSCH D, HARTE R, NIEMANN H. Study of a proposed 200m high natural draught cooling tower at power plant Frimmersdorf, Germany [J]. Engineering Structures, 1998, 20(10): 920-927.
- [2] KAPANIA R K, YANG T Y. Time domain random wind response of cooling tower [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(10): 1524-1543.
- [3] WOLFARD ZAHLTEN, CLAUDIO BORRI. Time-domain simulation of the non-linear response of cooling tower shells subjected to stochastic wind loading [J]. Engineering Structures, 1998, 20(10): 881-889.
- [4] 廖汶, 卢文达, 刘人怀. 双曲冷却塔结构非线性有限元可靠度分析 [J]. 工程力学, 1999, 16(1): 49-55.
LIAO WEN, LU WEN-DA, LIU REN-HUAI. Finite element reliability analysis of hyperbolic cooling towers [J]. Engineering Mechanics, 1999, 16(1): 49-55.
- [5] 李鹏飞, 赵林, 葛耀君, 等. 超大型冷却塔风荷载特性风洞试验研究 [J]. 工程力学, 2008, 25(6): 60-67.
LI PENG-FEI, ZHAO LIN, GE YAO-JUN, et al. Wind tunnel investigation on wind load characteristics for super large cooling towers [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(6): 60-67.
- [6] 许林汕, 赵林, 葛耀君. 超大型冷却塔随机风振响应分析 [J]. 振动与冲击, 2009, 28(4): 180-184.
XU LIN-SHAN, ZHAO LIN, GE YAO-JUN. Wind-excited stochastic responses of super large cooling towers [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(4): 180-184.
- [7] 鲍侃袁, 沈国辉, 孙炳楠. 大型双曲冷却塔平均风荷载的数值模拟研究 [J]. 空气动力学学报, 2009, 27(6): 650-655.
BAO KAN-YUAN, SHEN GUO-HUI, SUN BING-NAN. Numerical simulation of mean wind load on large hyperbolic cooling tower [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2009, 27(6): 650-655.
- [8] DL/T 5339-2006 火力发电厂水工设计规范 [S]. 北京: 中国电力出版社, 2006.
- [9] 李杰, 陈建兵. 随机结构非线性动力反应的概率密度演化分析 [J]. 力学学报, 2003, 35(6): 716-722.
LI JIE, CHEN JIAN-BING. The probability density evolution method for analysis of dynamic nonlinear response of stochastic structures [J]. Acta Mechanica Sinica, 2003, 35(6): 716-722.
- [10] Li J, Chen J B, Fan W L. The equivalent extreme-value event and evolution of the structural system reliability [J]. Structural Safety, 2007, 29: 112-131.
- [11] LI J, CHEN J B. The principle of preservation of probability and the generalized density evolution equation [J]. Structural Safety, 2008, 30: 65-77.
- [12] 陈建兵, 李杰. 随机结构动力可靠度分析的极值概率密度方法 [J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(6): 39-44.
CHEN JIAN-BING, LI JIE. The extreme value probability density function based method for dynamic reliability assessment of stochastic structures [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(6): 39-44.
- [13] LI J, CHEN J B. The probability density evolution method for dynamic response analysis of non-linear stochastic structures [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, 65: 882-903.
- [14] 李杰, 张琳琳. 脉动风速功率谱与随机 Fourier 幅值谱的关系研究 [J]. 防灾减灾工程学报, 2004, 24(4): 363-369.
LI JIE, ZHANG LIN-LIN. A study on the relationship between turbulence power spectrum and stochastic Fourier amplitude spectrum [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2004, 24(6): 363-369.