

## 等温过程路基土体水分迁移特征分析

许健<sup>1,2</sup>, 牛富俊<sup>2,3</sup>, 牛永红<sup>2</sup>, 侯仲杰<sup>4</sup>

(1. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 西安 710055;

2. 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所 冻土工程国家重点实验室, 兰州 730000;

3. 中交第一勘察设计院有限公司 多年冻土区公路建设和养护技术交通行业重点实验室, 西安 710068;

4. 长安大学 特殊地区公路工程教育部重点实验室, 西安 710064)

**摘要:**以沈哈高速铁路沿线的粘质黄土为研究对象,在恒温状态下进行了开放系统水分迁移试验,试验结果表明:在试件中引起水分迁移最主要的因素是基质势和重力势;土体中各点的含水体积分数从试件底部开始到试件顶部逐渐减小;毛细上升高度与时间呈幂函数增加关系,最终趋向于一个稳定数值;水通量与时间呈对数函数递减关系。基于上述试验,应用有限元法进行数值模拟的结果表明:含水量计算值与试验值基本吻合,表明该模型可应用于模拟地下水在路基中的上升过程;在水分迁移的整个过程中,土中孔隙水压力由土柱底端向上逐渐减小;在水分迁移过程早期,土体内部孔隙水压力的变化比较明显且变化速率较快;随着时间的推移,在水分迁移过程后期土体内部孔隙水压力的分布变化不明显且变化速率较小,当渗流稳定时,孔隙水压力沿着试样高度呈线性分布。

**关键词:**等温过程;非饱和土体;水分迁移;含水量

中图分类号: TU445 文献标志码: A 文章编号: 1674-4764(2011)04-0113-07

## Analysis on the Moisture Migration of Subgrade Soil with Constant Temperature Condition

XU Jian<sup>1,2</sup>, NIU Fu-jun<sup>2,3</sup>, NIU Yong-hong<sup>2</sup>, HOU Zhong-jie<sup>4</sup>

(1. College of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, P. R. China;

2. State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, P. R. China; 3. Cold Regions Road Engineering Laboratory, the First Highway Design and research Institute, Xi'an 710068, P. R. China; 4. Key Laboratory for Special Area Highway Engineering of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, P. R. China)

**Abstract:** A moisture migration test for unsaturated clayey loess along Shenyang-Ha'erbin Express Railway for Passenger Line was carried out to investigate the water movement of soil in an open system with constant temperature condition. It is shown that moisture transfer is mainly caused by matrix potential and gravitational potential energy. The water content by volume gradually decreases from the bottom to the top of specimen. Over time the capillary water height increases by the power function and eventually reaches a stable value. The water flux decreases with time by the logarithm function. Based on the model test, finite

收稿日期: 2010-12-28

基金项目: 973计划前期研究专项课题基金资助项目(2010CB434813); 国家高技术研究发展计划(863计划)项目(2008AA11Z103); 国家自然科学基金重点资助项目(41030741); 中交股份重大科技研发基金项目(2006-ZJKJ-025); 西安建筑科技大学人才科技基金项目(DBO1119)

作者简介: 许健(1980-), 男, 博士, 主要从事寒区岩土工程研究, (E-mail) xujian@lzb.ac.cn。

element method is adopted to simulate the moisture transfer process in soil under isothermal condition. It is found that the numerical results are in good agreement with the experimental data. The model is thereby used to simulate the rise of groundwater in the subgrade soil. During the whole process of moisture movement, pore water pressure gradually decreases from the bottom to the top of sample. The rapid change of pore water pressure in the early process contrasts with slow change in the late process. The pore water pressure has a linear change along the specimen when the seepage reaches steady state.

**Key words:** constant temperature condition; unsaturated soil; moisture migration; water content

土体中水分的迁移及变化是一个复杂问题。土体作为一个多孔介质,是由无数松散的、形状不规则且排列复杂的固体颗粒组成,多孔介质内部孔隙的大小、形状及连通性各不相同,极大的影响着水分的运动特征。土体中引起水分迁移的动力又是由多种因素构成,如压力势、基质势、重力势、溶质势、温度势等<sup>[1-4]</sup>。水分迁移动力的多样性、迁移路径的随机性,导致土体中的水分动态变化规律呈多样性。此外,路基的强度和稳定性,同路基的干湿有着密切的关系,并在很大程度上影响路面结构设计。路基湿度(水分场)的变化对路基的强度与稳定性都有不同程度的影响<sup>[5-7]</sup>。大量的工程实践表明,水分迁移引起路基承载力下降是引起路基病害的重要原因之一。建设中的沈哈客运专线地处中国高纬度严寒地区,地下水位埋深较浅,稳定水位埋深 2.5~6.0 m,这为水分迁移提供了源源不断的水源。因此,土中水分迁移引起路基水分场变化,极有可能致使路基产生冻胀和翻浆病害,对设计和施工人员提出了挑战。

近年来,研究学者在水分场的建模及水分迁移动力方面进行了大量的研究<sup>[8-13]</sup>,但由于试验条件的限制,研究人员在动态监测土体内部含水量变化方面仍无法获得满意的结果。在理论计算方面,大多也局限于用差分法对问题进行探讨。基于此,该

文以沈哈高速铁路沿线的粘质黄土为研究对象,采用马氏瓶从试件底部补水,应用水分采集设备在不破损土样的前提下进行等温状态下土体水分迁移特征的试验,动态测试土体水分迁移变化过程,分析土体内部含水量、毛细上升高度及水通量等的变化规律,揭示非饱和土体水分迁移动力;应用有限元法模拟等温条件下土体水分迁移的过程,并通过试验数据验证模型的正确性。

## 1 等温过程土体水分迁移试验

### 1.1 试验用土

试验所用土体为东北粘质黄土,取自在建沈哈线路堑挖方试验段 DK691+820 处,取样深度为天然地表下 8 m,土样具有一定的代表性。其颗粒级配曲线如图 1 所示,土性参数列于表 1。

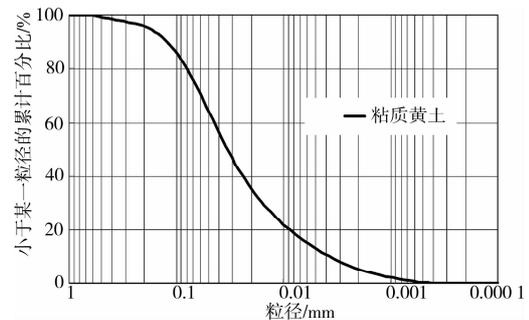


图 1 粘质黄土颗粒级配曲线

表 1 试验土样的物性参数

| 土质   | 含水量 $W/\%$ | 干密度 $\rho_d/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 最佳含水量 $W_{\text{opt}}/\%$ | 最大干密度 $\rho_{\text{dmax}}/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 液限 $W_L/\%$ | 塑限 $W_p/\%$ | 塑性指数 $I_p$ | 土样分类 |
|------|------------|--|---------------------------|--|-------------|-------------|------------|------|
| 粘质黄土 | 13.19      | 1.35   | 15.70                     | 1.78   | 45          | 25          | 20         | 粘土   |

### 1.2 试验装置

1.2.1 装置的构成 试验所用装置为长安大学特殊地区公路工程教育部重点实验室自行研究开发的水分迁移测试系统,此系统由试模、水分传感器、水分采集设备、补水装置等部件构成,如图 2 和图 3 所

示。试模采用有机玻璃筒,其高 60 cm,直径 20 cm,每隔 5 cm 埋设一只水分传感器,共埋设 12 支;水分传感器采用美国 SEC 水分传感器,精度为 0.1;水分采集设备为时域反射仪(6050X1 Trase System);补水装置采用马氏瓶。



图2 等温条件下土体水分迁移测试系统实体图

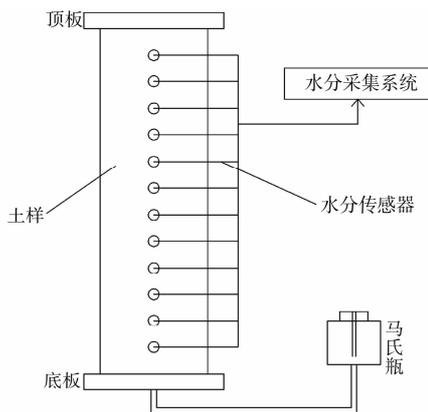


图3 等温条件下土体水分迁移测试系统示意图

1.2.2 测试原理 本试验所采用的水分迁移测试系统的测试原理为:通过水分传感器实时对被测试土样的水分进行检测且同时将其检测信号传送至水分采集系统,水分采集系统及时对信号进行分析处理并相应得出被测试土样内部含水量;利用马氏瓶原理制作而成的补水系统模拟地下水并控制补水的水头高度与土柱底部平行,避免水头压力对水分迁移的影响,同时通过补水管从底部对被测土样进行均匀补水。通过补水系统可以模拟地下水上升情形,因而本系统能够更好地与工程实际相结合,并且测试结果直观准确且稳定,试验测试结果受外界测试环境因素的影响较小。

### 1.3 试验方案

试验采用东北粘质黄土,将烘干的土样粉碎后过2 mm筛,配制成质量含水量为13.19%的土样;再经过24 h以上的闷料;然后将其分层装入试件模中,经击实使其达到要求的密实状态;同时将水分传感器埋设在指定位置。

将装好的试件放置24 h,然后用马氏瓶经由试件底部透水板进行补水,应用水分采集设备定时测试土体内部含水量的变化,并记录补水量。当含水量在0.5 h内的变化幅度小于1%时,停止补水,进行数据的整理和分析。

### 1.4 试验结果分析

1.4.1 含水量的变化 图4和图5分别是不同时刻含水量和含水量相对初始时刻的变化值随试样高度的变化曲线。从图中可以看出,试样中初始含水量测试结果并非均匀一致,这是由于土样拌和、装样及水分传感器测试误差的缘故。随着时间的推移,湿润锋面由底部逐渐向上迁移,含水量也由试件的底部向顶部逐渐减小,试验结束时土柱中的含水量基本表现出由底部向顶部逐渐减小的趋势。此外,虽然土样含水量整体表现出由底部向顶部逐渐减小的趋势,但是在试验过程中水分传感器的测试值有时会出现异常抖动,表现在图中含水量随试样高度的增大呈现出波浪式减小的趋势,亦即随土柱高度的增加,土样含水量并非一直是减小的,有时反而是增大的,这主要是由于土体密实度、水分和土体孔隙中的气体不均衡所致。

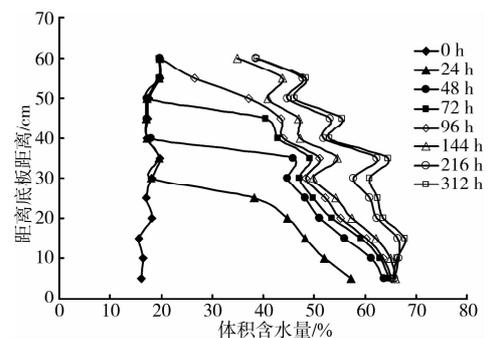


图4 不同时刻含水量随试样高度的变化曲线

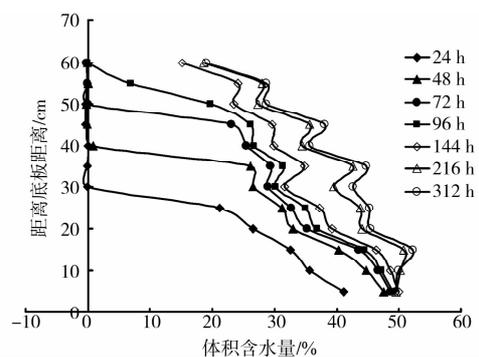


图5 不同时刻含水量变化值随试样高度的变化曲线

土体终态时含水量之所以自上而下逐渐增大,是因为土体的基质势与其含水量是呈正比的,亦即基质势越大,其相应的含水量也越大。以试件底部为重力势能零基准面,向上为正,则土体中任一点水的重力势能均是正值;基质势则为负值,用负水头表示。随着土体中水分高度的降低,其重力势能必定减小,因而基质势也应相应的增大,才能在土体中与重力势能达到平衡。因此,随着试件高度的减小,土柱中的含水量是逐渐增大的。

1.4.2 毛细上升高度 常温下土柱中毛细上升高度亦即浸润面上升高度与时间的关系曲线见图6。图中显示,随着时间的增长,毛细上升高度增加的幅度越来越缓,最终趋向于一个稳定数值。由此表明,毛细水运动的速率随毛细上升高度的增加是逐渐衰减的。另外,由于土柱尺寸的限制,至试验结束时毛细水仍有继续上升的趋势,因而无法获得毛细水上升稳定后的最终高度。

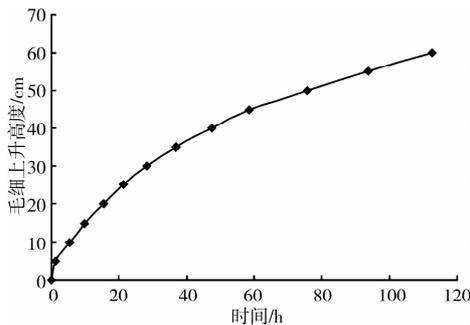


图6 毛细上升高度与时间关系曲线

毛细上升高度与时间呈幂函数增加关系,经回归得计算公式:

$$h = 1.563t^{0.8795} \quad (1)$$

式中:  $h$  为毛细上升高度, cm;  $t$  为时间, h。

1.4.3 水通量 水通量是指单位时间内通过单位面积土体的水量,具有速度的量纲,单位  $\text{mL}/\text{cm}^2 \cdot \text{h}$  或  $\text{cm}/\text{h}$ 。在试验中,它的物理意义指的是试样底部透水板处的渗流速度。

水通量与时间的关系曲线见图7。从图7可以看出,随着时间的增长,水通量是逐渐减小的,亦即水通量随毛细上升高度的增加是逐渐衰减的。水通量与时间的关系可以用对数函数来进行描述,经回归得计算公式:

$$q = -0.0875 \ln(t) + 0.4637 \quad (2)$$

式中:  $q$  为水通量,  $\text{mL}/\text{cm}^2 \cdot \text{h}$ ;  $t$  为时间, h。

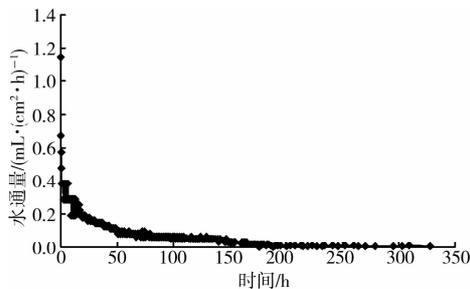


图7 水通量与时间的关系曲线

分析其原因,试验中水通量反映的是试件底部透水板处的渗流速度,根据白金汉-达西定律<sup>[14]</sup>,渗流的速度决定于土水势能梯度,由于重力势能的梯

度是不变的,因而渗流的速度主要决定于基质势能梯度。随着时间的增长,试件底部土体逐渐趋向于饱和,其基质势能梯度是逐渐减小的,因此出现了水通量随着时间的增长而减小的现象。

### 1.5 非饱和土体水分迁移动力分析

土中水分迁移变化的动力为土体水的土水势差,土水势由重力势、压力势、基质势、溶质势和温度势构成。试验应用马氏瓶消除了压力差,且在压实土体的过程中采用了振动压实,土体空隙中基本不存在气压,因而压力势可以忽略不计。由于试验所用水为纯水,不含有其他溶质,因此溶质势也可以忽略。此外,由于试验是在常温下进行,因而温度势也可以忽略不计。这样,试验中水分迁移的土水势差主要由重力势和基质势组成。

试验过程中土体内部水分之所以会发生由下向上的迁移,是由于土中水分势能不平衡的结果,土体内部的水分总是由势能高的一侧向势能低的一侧迁移。土中水分迁移的运动方程可以由修正的达西定律亦即白金汉-达西定律给出:

$$V = -K(\theta) \nabla \psi \quad (3)$$

式中:  $V$  为渗流速度;  $\theta$  为土体体积含水量;  $K(\theta)$  为非饱和土体渗透系数;  $\psi$  为土水总势能。

土水总势能可以表示为重力势与基质势的和,即:

$$\psi = \psi_m + z \quad (4)$$

式中:  $\psi_m$  为基质势;  $z$  为重力势。

将式(4)代入式(3),达西定律又可表示为:

$$V = -K(\theta) (\nabla \psi_m + 1) \quad (5)$$

由于试验中水分的运动为一维非饱和土体的垂直流动,因此其运动方程又可写为:

$$V = -K(\theta) \left( \frac{d\psi_m}{dz} + 1 \right) \quad (6)$$

式(6)便是次试验中水分迁移的运动方程。下面基于此方程,对水分迁移的特征进行分析。

以试件底部为重力势能零基准面,向上为正,则土中任一点水的重力势能均是正值,即  $z \geq 0$ ; 基质势则为负值,用负水头表示,即  $\psi_m \leq 0$ 。当土中水分迁移停止,即  $V = 0$  时,由式(6)可以推得:

$$\frac{d\psi_m}{dz} + 1 = 0 \quad (7)$$

式(7)又可以表示为:

$$d\psi_m = -dz \quad (8)$$

式(8)表明,当水分迁移停止,系统处于平衡稳定状态时,基质势增量  $d\psi_m$  与重力势增量  $dz$  的数值互为相反数。

由于试件底部为饱和土体,其基质势  $\psi_m = 0$ 。由前面的分析可知,试件底部的重力势也为零,即  $z = 0$ 。因此,试件底部的土水势  $\psi = 0$ 。结合式(8),当水分迁移停止时,土中各点水分的总势能  $\psi = 0$ 。基于此,由式(4)可以得到:

$$\psi_m + z = 0 \quad (9)$$

式(9)表明,当水分迁移停止时,土中水分的基质势与重力势的数值互为相反数,亦即基质势与重力势达到平衡时,水分不再上升,水分迁移停止。当基质势的绝对值大于重力势时,则土体中的水分就呈上升趋势,体现在湿润锋面向上迁移。

## 2 等温条件下非饱和土体水分迁移过程数值分析

### 2.1 数学模型

根据白金汉-达西定律,非饱和土体中水分流动所应满足的运动方程可以表示如下:

$$\begin{aligned} V &= -K(\theta) \nabla \psi \\ &= -K(\theta) \nabla (\psi_m + z) \\ &= -K(\theta) \nabla \left( \frac{p}{r_w} + z \right) \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $p$  为孔隙负压;  $r_w$  为水的容重。

根据质量守恒定律,非饱和土体二维形式的连续性方程可以表示如下:

$$-\left[ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (11)$$

式中:  $V_x, V_y$  分别为  $x, y$  2 个方向上的渗流速度;  $t$  为时间。

将运动方程(10)式代入连续性方程(11)式中,非饱和土体二维形式的水分迁移方程可以表示如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{1}{r_w} \frac{\partial}{\partial x} \left[ K(\theta) \frac{\partial p}{\partial x} \right] \\ &+ \frac{1}{r_w} \frac{\partial}{\partial y} \left[ K(\theta) \frac{\partial p}{\partial y} \right] + \frac{\partial K(\theta)}{\partial y} \end{aligned} \quad (12)$$

上述方程中,既含有含水率  $\theta$ ,又含有孔隙负压  $p$ ,为了能够获得问题的解,需要引入 1 个补充方程:

$$p = p(\theta) \quad (13)$$

上述方程所表示的是非饱和土体孔隙负压与体积含水量之间的定量关系,即为非饱和土体的水分特征曲线。

水分迁移方程(12)、补充方程(13)及一定的初始条件和边界条件组成了描述等温条件下非饱和土体液态水迁移问题的数学模型。由于这一问题的主控制方程(12)是一个两阶非线性的偏微分方程,目前无法用解析法或半解析法求解,需要利用有限元方法进行数值求解。

### 2.2 数值计算模型与参数

2.2.1 数值模型 基于等温条件下土体水分迁移试验的试样尺寸,计算过程中土体高度取为 62 cm,直径为 20 cm。另外,考虑到模型的轴对称特性,计算中为了减少单元和节点数目,可取其中一个轴对称平面进行计算,其网格划分的剖面图如图 8 所示,模型中共有 26 个单元和 109 个节点。



图 8 数值计算网格模型

2.2.2 边界条件及初始条件 由于土柱底端为自由补水边界,因此其孔压为零(第一类边界条件),可以表示为:

$$p = 0 \quad (14)$$

土柱其余 3 个边界可以视为不排水边界,亦即边界上法向流速为零,用公式可以表示为:

$$lv_x + mv_y = \bar{v}_n = 0 \quad (15)$$

式中:  $l, m$  分别为边界外法线方向余弦;  $v_x, v_y$  分别为  $x, y$  2 个方向上的渗流速度;  $\bar{v}_n$  为外法向流速。

若代入达西定律(10)式,则为:

$$-\frac{k}{r_w} \left( l \frac{\partial p}{\partial x} + m \frac{\partial p}{\partial y} \right) - km = \bar{v}_n = 0 \quad (16)$$

由于在土水特征曲线测试过程中,所测得的土水特征曲线上最小的体积含水量为 0.252,因此初始体积含水量取为 0.252。基于所测得的土水特征曲线,初始孔隙水压力取为  $-1\ 418.46$  kPa。另外,试验过程中土柱的初始体积含水量约为 0.20,这与计算过程中所取的初始体积含水量有一定偏差,但是初始条件的选取只对水分迁移早期含水量的分布有一定影响,随着迁移过程的进行,初始条件的影响逐渐减弱以至消失。

2.2.3 参数确定 计算模型所采用的土水特征曲线由日立高速冰冻离心机法测得的土水特征曲线经过拟合分析得到<sup>[15]</sup>,见图 9。值得注意的是,试验测得的土水特征曲线为脱水曲线,而本计算模型所描述的为吸水过程,应当采用吸湿曲线。由于试验条件的限制,无法获得吸水过程中的土水特征曲线,在本模型中假定吸湿曲线和脱水曲线重合,暂不考虑土水特征线的滞回特性。

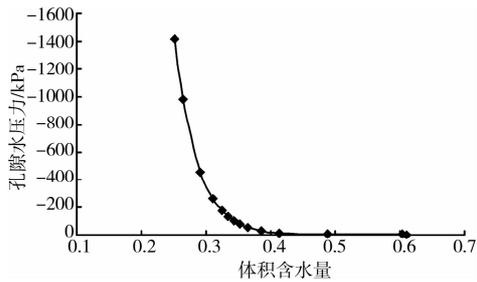


图 9 土-水特征曲线

计算过程中所采用的非饱和渗透系数如图 10 所示。

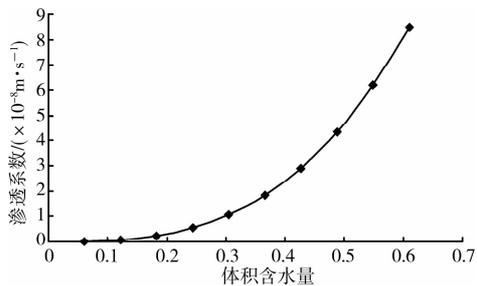


图 10 渗透系数随体积含水量的变化

### 2.3 计算结果分析

**2.3.1 体积含水量** 通过含水量计算值与实测值的比较图 11 可以看出:在水分迁移过程早期,由于初始条件取值的影响,试件含水量计算值与实测值之间差异明显。随着水分迁移过程的进行,计算值曲线和试验值曲线基本吻合,这证明了应用此计算模型来模拟土体内部水分场的变化是可行的。值得注意的是,在距离底板 35 cm 处,含水量计算值和实测值之间有较大差异,误差在 10% 左右。分析误差产生的原因,一是由于在水分迁移试验过程中,在土体配制、数据采集和记录等方面存在很多人为因素和仪器误差,造成试验结果本身存在一定误差;二是由于非饱和土体水分运动参数的测试结果存在很大的随机性,尤其是渗透系数,其数值变化的数量级很大,在试验过程中很难获得其准确的数值。因此,计算结果必然存在一定的误差。由此造成了计算结果和试验结果之间存在一定的差异。

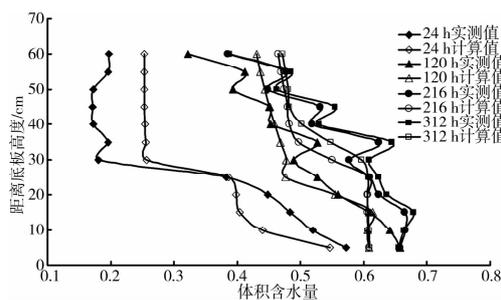


图 11 试样中含水量计算值与实测值的比较

综合上面的分析可以得出,应用二维非饱和土体水分迁移的计算模型来模拟底部补水试样的含水量随时间的变化过程是可行的。另外,此模型也可以用来模拟考虑地下水发育时路基水分场分布的变化过程,为分析地下水对路基工作状态的影响提供参数。

**2.3.2 孔隙水压力** 由于水分迁移过程早期和后期土中孔隙水压力的数值相差较大,为了能够更清晰的揭示不同时刻孔隙水压力沿试样高度的分布规律,将早期和后期土中孔隙水压力沿试样高度的分布曲线作在 2 个图中,分别见图 12 和图 13。从图中可以看出,在水分迁移的整个过程中,土中孔隙水压力由土柱底端向上逐渐减小,这是因为随着时间的推移,湿润锋面由底部逐渐向上迁移,含水量也由试件的底部向顶部逐渐减小,由此造成了孔隙水压力由试件底部向顶部逐渐减小。此外,在水分迁移过程早期,土体内部孔隙水压力的变化比较明显且变化速率较快;随着时间的推移,在水分迁移过程后期土体内部孔隙水压力的分布变化不明显且变化速率较小,当渗流稳定时( $t=312$  h),孔隙水压力沿着试样高度呈线性分布,此时孔压和水的重力达到平衡,水分迁移过程停止。分析其原因是,水分迁移过程早期试样内部含水量的变化大,变化速度较快;随着迁移过程的进行,后期试样内部含水量的变化范围逐渐减小,变化速度逐渐变慢。

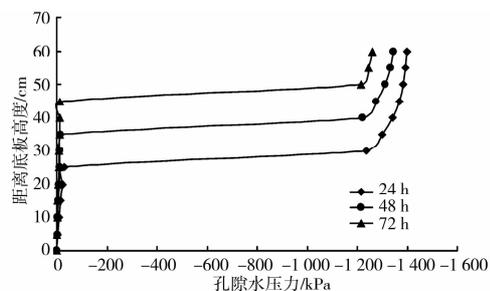


图 12 水分迁移过程早期不同时刻孔隙水压力分布曲线

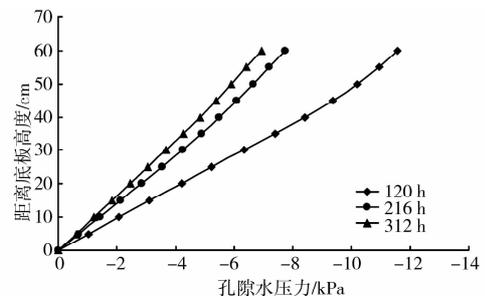


图 13 水分迁移过程后期不同时刻孔隙水压力分布曲线

## 3 结论

1)对沈哈高速铁路沿线粘质黄土进行等温过程

水分迁移的试验研究揭示出,在试件中引起水分迁移最主要的因素是基质势和重力势;土体中各点的含水体积分数从试件底部开始到试件顶部逐渐减小;随着时间的增长,毛细上升高度增加的幅度越来越缓且最终趋于一个稳定数值,由此表明,毛细水运动的速率随毛细上升高度的增加是逐渐衰减的;水通量与时间呈递减关系,亦即水通量随毛细上升高度的增加是逐渐减小的。进一步基于试验资料的分析,得到毛细上升高度与时间呈幂函数增加关系;水通量与时间呈对数函数递减关系。

2)通过建立二维非饱和土体水分迁移控制方程,应用有限元法对等温开放系统下非饱和土体水分迁移变化过程进行数值模拟的结果表明,含水量计算值曲线与试验值曲线基本吻合,表明该模型可应用于模拟地下水在路基中的上升过程。在水分迁移的整个过程中,土中孔隙水压力由土柱底端向上逐渐减小。此外,在水分迁移过程早期,土体内部孔隙水压力的变化比较明显且变化速率较快;随着时间的推移,在水分迁移过程后期土体内部孔隙水压力的分布变化不明显且变化速率较小,当渗流稳定时,孔隙水压力沿着试样高度呈线性分布。

#### 参考文献:

- [1] 王铁行,李宁,谢定义. 非饱和黄土重力势、基质势和温度势探讨[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(5): 715-718.  
WANG TIE-HANG, LI NING, XIE DING-YI. Gravitational potential, matrix suction and thermal potential of unsaturated loess soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(5): 715-718.
- [2] 毛雪松,侯仲杰,马翥. 非饱和土体补水过程水分迁移数值分析[J]. 中外公路, 2006, 26(3): 36-38.  
MAO XUE-SONG, HOU ZHONG-JIE, MA BIAO. Numerical analysis on moisture migration of unsaturated soil with water supply condition[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2006, 26(3): 36-38.
- [3] 邵明安,王全九,黄明斌. 土壤物理学[M]. 北京:高等教育出版社, 2006.
- [4] 王铁行,王晓峰. 密度对砂土基质吸力的影响研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(6): 979-982.  
WANG TIE-HANG, WANG XIAO-FENG. Influence of density on matrix suction of sandy soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(6): 979-982.
- [5] 刘巍然,高江平. 压实黄土路基中水分迁移的数值模拟[J]. 长安大学学报:自然科学版, 2006, 26(4): 5-7.  
LIU WEI-RAN, GAO JIANG-PING. Numerical modelling on water migration in loess subgrade [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2006, 26(4): 5-7.
- [6] 邵生俊,龙吉勇,杨生,等. 湿陷性黄土结构性变形特性分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(10): 1668-1672.  
SHAO SHENG-JUN, LONG JI-YONG, YANG SHENG, et al. Analysis of structural deformation properties of collapsible loess [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(10): 1668-1672.
- [7] 王铁行,罗少锋,刘小军. 考虑含水率影响的非饱和原状黄土冻融强度试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(8): 2378-2382.  
WANG TIE-HANG, LUO SHAO-FENG, LIU XIAO-JUN. Testing study of freezing-thawing strength of unsaturated undisturbed loess considering influence of moisture content [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(8): 2378-2382.
- [8] SALLY A S, SUSAN R B. Moisture migration during freeze and thaw of unsaturated soils: modeling and large scale experiments [J]. Cold Regions Science and Technology, 1997, 25(2): 33-45.
- [9] ASHA P, SMITHA R N. Centrifuge modeling of moisture in silty soil [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 126(8): 748-752.
- [10] ZEHE E, MAURER T. Modeling water flow and mass transport in a loess catchment [J]. Physics and Chemistry of the Earth B: Hydrology, Oceans and Atmosphere, 2001, 26(7/8): 487-507.
- [11] GUO L, JURY W A. Coupled production and transport of selenium vapor in unsaturated soil: evaluation by experiments and numerical simulation [J]. Journal of Contaminant Hydrology, 2001, 49(1/2): 67-85.
- [12] 朱明双. 高速公路路基土水分迁移试验研究[D]. 长春: 吉林大学, 2003: 22-52.
- [13] 王桂尧,李斌,付宏渊. 非饱和路基土水分迁移的室内试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 61-65.  
WANG GUI-YAO, LI BIN, FU HONG-YUAN. Experimental study of moisture migration of unsaturated soil in embankment [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 61-65.
- [14] MAO XUE-SONG, HOU ZHONG-JIE, MA BIAO. Affection of the seeping of accumulative water on the thermal stability of the subgrade along Qinghai-Tibet Highway [C] // Proceedings of the Eighth International Symposium on Permafrost Engineering, 2009: 63-69.
- [15] 许健. 季节冻土区路基土体冻胀机理及防治工程效果研究[D]. 兰州: 中国科学院, 2010: 30-50.