2011年10月

施工缝模型及在钢筋混凝土柱非线性分析中的应用

李英民^{a,b},于 靖^a,夏洪流^{a,b}

(重庆大学 a. 土木工程学院;b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室,重庆 400045)

摘 要:提出用零长度截面单元模拟施工缝,并基于纤维模型推导了单元刚度矩阵,给出完整的单元描述。在此基础上,进一步提出用以模拟带缝柱的纤维杆元模型,即由一个非线性梁柱子单元端部附加零长截面子单元组成。通过 OPENSEES 非线性分析软件平台,建模分析了钢筋混凝土带缝柱在拟静力试验下的非线性反应行为,计算结果与试验结果吻合较好,验证了该模型的有效性,为以后在混凝土结构或构件的非线性分析中考虑施工缝的影响提供依据。

Construction Joint Modeling and its Application in Nonlinear Analysis of RC Columns

LI Ying-min^{*a*,*b*}, YU Jing^{*a*}, XIA Hong-liu^{*a*,*b*}

(a. School of Civil Engineering; b. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area of Ministry of Education, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: A zero-length-section element is proposed to model the construction joint. Based on fiber model theory, the qualitative description and the stiffness matrix of zero-length-section element are listed. Furthermore, a fiber line element model is derived which is constructed by a zero-length-section element at the end of a nonlinear beam-column element. Investigation of the static nonlinear responses of a cantilever column with construction joint by finite element procedure OPENSEES is played. It is shown that the model proposed here is reasonable and efficient in the nonlinear numerical analysis of reinforced concrete members with construction joint.

Key words: construction joints; zero-length-section element; RC column with construction joint; fiber line element model; nonlinear analysis

施工缝作为混凝土浇筑不连续部位,试验表明 其抗拉和抗剪强度均远低于整浇混凝土^[1-3]。已有 震害现象和试验表明^[4],由于施工缝留设的位置一 般在柱底部或梁柱交界面,属于结构中受力较大且 复杂的部位,在地震过程中一旦出现较大的竖向和 水平地震分量,极有可能因施工缝的存在而导致控 制截面的受力状态与按整浇设计时预想的不同,甚 至处于拉剪的不利受力状态而在该部位造成提前破 坏,使构件达不到预期的承载力、延性和耗能能力。 课题组曾对整浇柱和在底部设施工缝的带缝柱 2 种类型构件进行拟静力试验^[5],结果表明,同等条 件下带缝柱与整浇柱的裂缝发展过程和破坏机理明 显不同;施工缝对柱抗震性能的影响与轴压比和剪 跨比有很大的关系;混凝土接缝面之间的摩擦力和 抗剪能力均与轴向荷载的大小有关;施工缝有割裂 力在上下混凝土间的传递和利用缝面摩擦力增大耗 能能力 2 种效应,具体哪种效应起控制作用主要取 决于接缝面法向应力和切向剪力的相对大小。

收稿日期:2011-03-02

基金项目:重庆市科技攻关项目(CSTC,2010AB0007);国家自然科学基金资助项目(90815011)

作者简介:李英民(1968-),男,教授,博士生导师,从事地震工程及结构抗震等研究,(E-mail)livingmin@cqu.edu.cn。

鉴于施工缝的受力特点及存在的问题,应该在 对现浇钢筋混凝土结构建模时予以体现。但是目前 关于施工缝的研究仅限于试验层面,有关施工缝模 型的研究则鲜见报道。如果要在混凝土结构整体建 模分析中考虑其影响,就必须给出合理的数值模型。

张卫东等人^[6]运用 ANSYS 软件对 2 榀施工缝 位置不同的 2 层 2 跨框架进行计算分析,比较了施 工缝所处位置对混凝土结构骨架曲线、刚度退化等 抗震性能的影响,分析结果表明施工缝所处位置对 结构的抗震性能影响是比较明显的。文中仅提到采 用 Combin39 弹簧单元组合模拟施工缝,但是并没 有给出具体说明。段云岭等^[7]提出一种材料非线性 的接缝数值模型,用以模拟新旧混凝土及岩体与混 凝土的交界面。而施工缝处有钢筋穿过截面,与文 中的界面明显不同。

为了在混凝土结构或构件的非线性分析中考虑 施工缝的影响,该文在总结施工缝处力的传递机理 基础上,推导建立了施工缝模型,并在此基础上进一 步推导建立了可以用来模拟带缝柱的纤维杆元模 型,最后通过 OPENSEES 非线性分析软件平台验 证了新建模型的有效性。

1 施工缝的模型化

1.1 施工缝模型的基本描述

施工缝是不连续浇筑在新旧混凝土交接处形成 的界面,严格按照规范要求施工形成的施工缝沿轴 向没有长度,是存在于混凝土内部的一个受力相对 薄弱面,可以用一个沿轴向没有尺寸的零长度截面 单元来模拟,如图1(a)所示。

由施工缝处的传力特点可知^[4],接缝面处的受 力是由混凝土和纵向钢筋2部分来承担,混凝土法 向不能承受拉应力,只能传递压力和剪力;纵筋在此 处连续,参与拉、压、剪应力的传递;箍筋由于其所处 的方向与缝平行,一般对施工缝的力学性能影响不 大,可忽略不计。

轴力变化对施工缝力学性能的影响至关重要, 在建立施工缝模型时必须能准确体现这一点。轴力 的影响主要表现在以下几个方面:如果轴向受较大 压力,缝面的法向应力足以弥补新旧混凝土粘结差 的弱点,则施工缝的不利影响较轻微;如果轴向压力 较小或者转为轴向受拉,则施工缝处表现为明显的 薄弱部位;施工缝处抗剪机理与整浇部分不同,主要 由界面骨料咬合力和纵筋销栓力提供,而界面骨料 咬合力又与轴力有关;另外,在循环荷载作用下,施 工缝处纵筋滑移较大,而轴力变化对纵筋滑移规律 有明显影响。

考虑到纤维模型是根据沿截面离散的各纤维材 料的单轴应力应变关系来确定整个截面的力与变形 关系,能更为客观、真实地模拟截面的实际受力性 能,并且能模拟变化轴力的影响以及轴力与弯矩的 耦合作用。在选用研究相对比较成熟的钢筋和混凝 土材料本构关系的基础上,纤维模型是目前在精度 与效率之间平衡最好的方法。因此,本文提出的施 工缝模型以纤维模型为基础,同时考虑剪力和纵筋 滑移的影响,示意图见图1。



图1 施工缝模型示意图

1.2 施工缝模型的单元刚度矩阵推导

一个界面完整的力学状态能够由力向量、变形 向量和刚度矩阵确定。设施工缝面的力向量为 $\{p\} = \{N \ M_y \ M_z \ V_y \ V_z\}^T$,变形向量为 $\{d\} = \{\epsilon \ \varphi_y \ \varphi_z \ \gamma_y \ \gamma_z\}^T$,暂不考虑扭矩的作 用,则有如下关系式成立:

$$\{p\} = [k_s] \{d\}$$
⁽¹⁾

其中 [k,]为施工缝面刚度矩阵。由上述基本描述可知,缝面的轴力和弯矩是相互耦合的,而剪力与轴力

和弯矩互不耦合。则可以认为刚度矩阵的形式如下:

1

-1

$$\begin{bmatrix} k_{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & 0 & 0 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & 0 & 0 \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{55} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{G} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{S} \end{bmatrix}$$
(2)

只要求出子矩阵G和S,即可得到施工缝面完

2

整的刚度矩阵。子矩阵 G 可以由传统的纤维模型集成方法得到^[8];子矩阵 S 为解耦的剪切刚度矩阵,可以由基于截面的剪切滞回曲线^[5]的斜率计算得到。

设坐标系 x 轴沿构件的长度方向,局部 yz 坐标 系的原点位于截面形心处,如图 1 所示。设纤维截 面的变形向量为 $\{d^*\} = \{\varepsilon_0 \quad \varphi_y \quad \varphi_z\}^T$,分别对应 为轴向应变和绕 y、z 轴的曲率。根据平截面假定, 截面上坐标为 (y,z) 处纤维的应变为

 $\varepsilon(y,z) = \varepsilon_0 - z \cdot \varphi_y + y \cdot \varphi_z = [H] \{d^*\} (3)$ 其中 [H]= [1 - z y]。则相应的应力为

$$\sigma(y,z) = E(y,z)\varepsilon(y,z) \tag{4}$$

其中 E(y,z)可由纤维材料应力-应变本构曲线确 定。沿整个截面积分即可得到截面力

$$\{p^*\} = \int_{A} [H]^{\mathrm{T}} E(y,z) [H] \mathrm{d}A * \{d^*\}$$
(5)

其中 $\{p^*\} = \{N \mid M_y \mid M_z\}^T$ 为纤维截面力向量。则纤维截面刚度矩阵为

$$G = \int_{A} [H]^{\mathrm{T}} E(y,z) [H] dA =$$

$$\begin{bmatrix} \int_{A} E(y,z) dA & -\int_{A} E(y,z) z dA & \int_{A} E(y,z) y dA \\ \int_{A} E(y,z) z dA & -\int_{A} E(y,z) z^{2} dA & \int_{A} E(y,z) y z dA \\ \int_{A} E(y,z) y dA & -\int_{A} E(y,z) y z dA & \int_{A} E(y,z) y^{2} dA \end{bmatrix}$$
(6)

子矩阵 S 可以由基于截面的剪切滞回曲线计算 得到

$$S = \begin{bmatrix} \frac{dV_{y}(\gamma)}{d\gamma} & 0\\ 0 & \frac{dV_{z}(\gamma)}{d\gamma} \end{bmatrix}$$
(7)

2 带缝柱模型

2.1 带缝柱模型的基本描述

底部设施工缝的带缝柱可以用一个新建的纤维 杆元模型来模拟。纤维杆元模型由2个子单元组合 而成,一个是位于柱根部用来模拟施工缝的零长度 截面子单元,另一个是用来模拟构件长度内弯曲效 应的非线性梁柱子单元,如图2所示。

2.2 带缝柱模型的刚度矩阵推导

根据带缝柱模型的特点,可以先确定2个子单元 的刚度矩阵,然后按照静力凝聚的方法组合形成纤维 杆元模型的刚度矩阵。零长度截面子单元的刚度矩 阵及单元状态确定方法如前所述。下面针对非线性 梁柱子单元,基于柔度法推导它的单元刚度矩阵。



图 2 带缝柱模型示意图

1)非线性梁柱子单元

沿单元长度上设置多个积分控制截面,在分别 确定了各控制截面的截面抗力和截面刚度矩阵以 后,按照一定的数值积分方法(如 Gauss-Legendre 积分方法和 Gauss-Lobatto 方法)沿杆长积分即可 得到非线性梁柱子单元的抗力和刚度矩阵的。具体 步骤如下:

设第 i 个积分点处的截面刚度为 [k(x)],推 导方法与上述零长度截面刚度矩阵 [k,]相同,但是 计算时所选用的材料本构关系有所不同,主要是因 为施工缝和整浇部分的截面两者受力特点不同。具 体表现在混凝土和钢筋纤维材料本构不同,并且基 于截面的剪切本构也不相同。施工缝处混凝土受拉 强度为零,而此处积分截面要考虑混凝土受拉强化 效应;施工缝处的钢筋考虑滑移的影响,而此处无需 考虑;施工缝的剪切滞回曲线是试验中得到的实测 数据,而此处积分控制截面由于所属非线性梁柱单 元的主要功能是用来模拟构件长度内弯曲效应的, 可以不考虑剪切的影响,或者取剪切本构为理想 弹性。

设非线性梁柱子单元的力向量为 $\{p_l\} =$ $\{N \ M_y \ M_z \ V_y \ V_z\}^{T}$,位移向量为 $\{d_l\} =$ $\{u \ w_y \ w_z \ v_y \ v_z\}^{T}$,则有如下关系式成立 $\{d_l\} = [f_l]\{p_l\}$ (8)

其中 [f_i] 为非线性梁柱子单元的柔度矩阵。

下面讨论单元力学描述时,把单元消除刚体位 移后的状态简化为一根悬臂梁来分析。利用结构力 学上常用的截面法,即可得到杆端力和截面力的关 系,如图 3 所示。轴向坐标为 *x* 的第 *i* 个截面的力 向量与杆端力有下面的关系

$$\{p(x)\} = [b(x)]\{p_l\}$$
(9)

其中 {p(x)} 为截面i的力向量, [b(x)] 为力的形函数, 表达式如下

(10)

$$\{p(x)\} = \{N(x) \quad M_y(x) \quad M_z(x) \quad V_y(x) \quad V_z(x)\}^{\mathrm{T}}$$



图 3 杆端力和截面力的关系

$$\begin{bmatrix} b(x) \end{bmatrix} = \begin{cases} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & L_x \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{cases}$$
(11)

其中 L_x 为截面 *i* 在 *x* 轴上的位置,见图 3。这里的 形函数是建立在小变形的假定上,在理论上是足够 精确的,与位移形函数不同,进入强非线性以后仍可 严格满足。

根据最小余能原理,整个杆件的余能的一阶变 分与位移量无关,即

$$\delta \coprod^{*} = \int_{0}^{L} \{d(x)\}^{\mathsf{T}} \delta\{p(x)\} dx - \{d_{l}\}^{\mathsf{T}} \delta\{p_{l}\} = \left(\int_{0}^{L} \{d(x)\}^{\mathsf{T}} [b(x)] dx - \{d_{l}\}^{\mathsf{T}} \right) \delta\{p_{l}\}$$
(12)

由最小余能原理有 $\delta \coprod = 0$, 而 $\delta \{ p_l \}$ 是任意的力增量, 不会恒为零, 则有

$$\{d_{l}\} = \int_{0}^{L} [b(x)]^{\mathrm{T}} \{d(x)\} \mathrm{d}x$$
 (13)

其中 $\{d(x)\}$ 为截面 i 的变形向量。

设 [f(x)] 为截面 *i* 的柔度矩阵, $[f(x)] = [k(x)]^{-1}$,则有

$$\{d(x)\} = [f(x)]\{p(x)\}$$
(14)
结合公式(8)、(9)和(13),可以得到
$$\{d_l\} = [f_l] \times \{p_l\} = \int_0^L [b(x)]^T \{d(x)\} dx$$
$$= \int_0^L [b(x)]^T [f(x)]\{p(x)\} dx$$
$$= \int_0^L [b(x)]^T [f(x)] [b(x)]\{p_l\} dx$$
$$= \int_0^L [b(x)]^T [f(x)] [b(x)] dx * \{p_l\} dx$$
(15)

首尾两式相减,得到

经分析可知非线性梁柱子单元的柔度矩阵 [f_i]和刚度矩阵 [k_i]均为5×5阶。

2)纤维杆元模型

新建的纤维杆元模型由端部的零长度截面子单 元和上部的非线性梁柱子单元组成,如图 2 所示。 自下往上共有 3 个结点 *i、j* 和*k*,其中结点 *i* 和*j* 的 坐标相同,*ij* 段组成零长度截面子单元 1,*jk* 段组 成非线性梁柱子单元 2。纤维杆元的刚度矩阵可以 由 2 个子单元的刚度矩阵利用矩阵位移法中单刚组 装总刚的方法求得^[12]。

{F}和 {δ}分别表示结点力向量和位移向量, 取 2 个子单元为隔离体,可以建立结点力和结点位 移的关系式

$$\begin{cases} \Delta F_i^1 \\ \Delta F_j^1 \end{cases} = \begin{bmatrix} k_{ii}^1 & k_{ij}^1 \\ k_{ji}^1 & k_{jj}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i^1 \\ \Delta \delta_j^1 \end{bmatrix}$$
(19)

$$\frac{\Delta F_{j}^{2}}{\Delta F_{k}^{2}} = \begin{bmatrix} k_{ji}^{2} & k_{jk}^{2} \\ k_{kj}^{2} & k_{kk}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_{j}^{2} \\ \Delta \delta_{k}^{2} \end{bmatrix}$$
(20)

由变形协调条件 {
$$\Delta\delta_{j}^{1}$$
} = { $\Delta\delta_{j}^{2}$ },可得
({ ΔF_{i} }) 〔 { ΔF_{i}^{1} } 〕

于是有

$$\begin{cases} \{\Delta F_{i}\} \\ \{\Delta F_{j}\} \end{cases} = \\ \left[\begin{bmatrix} k_{i}^{1} & 0 \\ 0 & [k_{k}^{2}] \end{bmatrix} - \left\{ \begin{bmatrix} k_{ij}^{1} \\ [k_{kj}^{2}] \end{bmatrix} \right\} \cdot \begin{bmatrix} f_{ij} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{ij}^{1} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} k_{jk}^{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \right] \cdot \\ \left\{ \Delta \delta_{i} \right\} \\ \left\{ \Delta \delta_{k} \right\} \end{cases}$$
(23)

由此得纤维杆元模型的刚度矩阵为

第5期

可见,在求出2个子单元的刚度矩阵的基础上, 即可通过上式凝聚形成纤维杆元的刚度矩阵。值得 说明的是,上述2个子单元的刚度矩阵推导时,均是 假定在基于消除刚体位移后的状态,2个子刚度矩 阵的阶数均为考虑两端结点自由度时的一半,静力 凝聚时要注意到这一点。

3 基于 OPENSEES 的非线性数值分析 及与拟静力试验的对比

3.1 材料本构关系

上述模型的建立是基于纤维截面模型,因此钢筋和混凝土2种纤维材料本构关系的选取对整个数 值分析的结果至关重要。混凝土的本构关系选用修 正的 Kent-Park 模型^[9-10],该模型受压骨架曲线分3 段进行描述,可以通过修改混凝土受压骨架曲线的峰 值应力应变以及软化段斜率来考虑横向箍筋的约束 影响,是简化与精确之间一种很好的平衡。

钢筋的应力应变关系采用最初由 Menegotto 和 Pinto 所建议后经 Filippou 等人修正以考虑等向应 变硬化影响的本构模型^[11]。此本构模型由于采用 了应变的显函数表达形式因而在计算上非常有效 率,同时又保持了与钢筋反复加载试验结果的非常 好的一致性,可以反映 Bauschinger 效应。钢筋的滑 移本构和定参方法参照文献[15]。

3.2 基于 OPENSEES 的非线性数值分析

应用上述纤维杆元模型,对一根悬臂带缝柱进 行非线性数值分析。该带缝柱模型取自课题组已完 成拟静力系列试验中的试件 DF-4,施工缝设在柱根 部距底梁 3 cm 处,构件截面 300 mm×300 mm,混 凝土强度等级 C30,柱顶轴向荷载 216 kN。

数值计算软件选用美国加州大学伯克利分校研 发的 OPENSEES (Open System for Earthquake Engineering Simulation)程序^[9,13]。该程序内部源 码完全开放并具有面向对象编程的特点,用户可以 根据实际情况,自主加入新的单元类型、改进材料的 本构关系、实现更高效的迭代方法等。核心代码按 功能可分为 3 大模块,即建立有限元模型、进行(非) 线性分析和控制输出计算结果。下面按照 OPENSEES 中建模的流程说明如何应用该文新建 模型进行非线性分析。 1)定义结点i、j和k,其中结点i和j的坐标完 全相同(见图 2);2)定义 5种不同类型的材料:混凝 土材料 Concrete01 和 Concrete02,钢筋材料 Steel02,钢筋滑移材料 uniaxialMaterial Bond_ SP01,剪切滞回材料 Hysteretic Material,理想弹性 材料 Uniaxial Elastic Material;3)定义 2种截面 AggregateSection1和 AggregateSection2;4)定义 2 个单元:结点i和j组成单元 ZeroLengthSection Element,赋予它截面 AggregateSection1。结点j和k组成单元 NonLinear Beam-Column Element, 赋予它截面 AggregateSection2;5)分析类型定义 Static;6)积分类型定义 Displacement Control;7)算 法定义 Newton-Raphson Algorithm 和 Modified Newton Algorithm; 8)收敛准则选择 Norm Displacement Increment。

3.3 数值分析与拟静力试验的对比

控制输出结点 k 在加载方向上的力与位移,即 可得到滞回曲线。对试件 DF-4 按照提出的方法和 传统的不考虑施工缝影响的方法分别建模计算,数 值计算结果与试验结果的对比见下图 4。



图 4 试件 DF-4 滞回曲线的试验与数值计算对比

按照提出的模型计算的构件正反向(即推和拉) 最大荷载分别是 95 kN 和-96 kN;按照传统模型 (即不考虑施工缝)计算的构件正反向最大荷载分别 是 94 kN 和-95 kN;而试验值分别是 100 kN 和 -103 kN。可见,就最大荷载而言,2 种模型的计算 值很接近,均与试验结果相差不大。

但是,2种模型在模拟滞回曲线的走势规律上 差别较大,其中该文提出的模型与试验结果吻合较 好。主要原因在于传统模型忽略施工缝的影响,无 法考虑沿施工缝的剪切错动以及缝面开裂后钢筋较 大滑移所造起的捏缩现象。滞回环所包括的面积可 以用来衡量构件的耗能性能,因此,有理由认为,应 用传统模型进行数值计算会高估构件的耗能能力。

4 结 论

提出用零长度截面单元来模拟施工缝,在深入

分析施工缝受力特点的基础上,基于纤维截面模型 推导建立了零长度截面单元的刚度矩阵,并给出完 整的单元描述。在此基础上,进一步建立了可以用 来模拟带缝柱的纤维杆元模型,即由位于柱根部用 来模拟施工缝的零长度截面子单元和用来模拟构件 长度内弯曲效应的非线性梁柱子单元组合而成,并 推导了纤维杆元的刚度矩阵。最后通过 OPENSEES 非线性分析软件平台验证了新建模型 的有效性,为以后在混凝土结构或构件的非线性分 析中考虑施工缝的影响提供依据。

参考文献:

- [1] WATERS T. A study of the tensile strength of concrete across construction joints [J]. Magazine of Concrete Research, 1954, 6(18):151-153.
- [2] MONKS W L. Treatment of construction joints[J]. Concrete, 1974, 8(2):28-30.
- [3] 宋玉普,魏春明. 混凝土施工缝接缝面劈拉强度试验研 究[J]. 混凝土,2006,200(6):22-25. SONG YU-PU. WEI CHUN-MING. Experimental research on the splitting tensile strength for joint surface of concrete construction joint[J]. Concrete, 2006(6):22-25.
- [4]李英民,于婧,刘建伟. 现浇钢筋混凝土结构中施工缝 的模型化研究初探[J]. 西安建筑科技大学学报:自然科 学版,2010,42(2):196-200.

LI YING-MIN, YU JING, LIU JIAN-WEI. Simulative analysis of construction joints on RC structure [J]. Journal of Xi'an University of Architecture and Technology:Natural Science Edition,2010, 42(2): 196-200.

[5]于婧,李英民,夏洪流.带施工缝钢筋混凝土柱剪切恢 复力模型试验研究[J].建筑结构学报,2011,32(9):52-59.

YU JING, LI YING-MIN, XIA HONG-LIU. Hysteretic shear model for RC columns with construction joint [J]. Journal of Building Structure, 2011,32(9):52-59.

[6]张卫东,王振波,朱方之.施工缝位置对框架结构抗震性能的影响[J].低温建筑技术,2007,118(4):46-48.
ZHANG WEI-DONG, WANG ZHEN-BO, ZHU FANG-ZHI. Influence of position of construction joint on seismic-resistance behavior of reinforced concrete frame[J]. Low Temperature Architecture Technology, 2007, 118(4):46-48.

- [7]段云岭,刘华北. 材料非线性接缝模型[J]. 清华大学学 报:自然科学版, 2000, 40(8): 98-101. DUAN YUN-LING, LIU HUA-BEI. Material nonlinear joint model[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Techndogy, 2000, 40(8): 98-101.
- [8]秦从律,张爱晖. 基于截面纤维模型的弹塑性时程分析 方法[J]. 浙江大学学报:工学版,2005,39(7):1003-1008.
 QIN CONG-LV, ZHANG AI-HUI. Nonlinear time history analysis based on section fiber model [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2005, 39(7): 1003-1008.
- [9] SILVIA M, FRANK M K, MICHAEL H. Opensees Users Manual[R]. PEER, University of California, Berkeley, 2004.
- [10] SCOTT B D, PARK R, PRIESTLEY M J N. Stressstrain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates [J]. ACI Journal, 1982, 79:13-27.
- [11] TAUCER F F, SPACONE E, FILIPPOU F C. A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structure [R]. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA, 1991.
- [12] 吕西林,卢文生.纤维杆元模型在框架结构非线性分析中的应用[J].力学季刊,2006,27(1):14-22.
 LV XI-LIN, LU WEN-SHENG. Application of fiber line element model in nonlinear analysis of frame structures[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2006, 27(1):14-22.
- [13]齐虎,孙景江,林淋. OPENSEES 中纤维模型的研究
 [J].世界地震工程,2007,23(4):48-54.
 QI HU, SUN JING-JIANG, LIN LIN. Research on fiber model of OPENSEES [J]. World Earthquake Engineering, 2007,23(4):48-54.
- [14] MARINI A, SPACONE E. Analysis of reinforced concrete elements including shear effects [J]. ACI Structural Journal, 2006, 103(5): 645-655.
- [15] ZHAO JIAN, SRITHARAN S. Modeling of strain penetration effects in fiber-based analysis of reinforced concrete structures[J]. ACI Structural Journal, 2007, 104(2): 133-141.

(编辑 胡英奎)