

# 预制带肋底板混凝土双向叠合板极限承载力

吴方伯, 黄海林, 陈伟, 周绪红

(湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082)

**摘要:**为适应复杂荷载条件及不同的楼盖跨度,对预制带肋底板的结构体系进行了拓展。基于塑性绞线理论,推导了均布荷载作用下常见边界条件预制带肋底板混凝土双向叠合板(双向叠合板)的极限承载力与塑性绞线形成位置,提出了双向叠合板正交2个方向单位宽度极限弯矩的简化计算公式,进行了均布荷载作用下四边简支与四边固支双向叠合板2个算例的塑性极限分析,结果表明:基于该文给出的极限承载力公式的计算结果与试验结果吻合较好。

**关键词:**组合结构;预制混凝土;双向叠合板;预制带肋底板;极限承载力;塑性绞线法

**中图分类号:**TU313.3   **文献标志码:**A   **文章编号:**1674-4764(2011)05-0034-07

## Ultimate Bearing Capacity of Concrete Two-way Composite Slabs with Precast Concrete Ribbed Panels

WU Fang-bo, HUANG Hai-lin, CHEN Wei, ZHOU Xu-hong

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, 410082, P. R. China)

**Abstract:** New types of precast concrete ribbed panels are developed in order to adapt to the complex loading conditions and different floor spans. Based on the yield line theory, equations for the ultimate bearing capacity and yield patterns of two-way composite slabs of different edge conditions and under uniformly distributed loading are developed, and the simplified formulas for the ultimate moment per unit width are proposed. The plastic limit analyses of two examples on the simple support and the fixed support are conducted, and the calculation results show good agreement with the experimental data.

**Key words:** composite structures; precast concrete; two-way composite slabs; precast ribbed panels; ultimate bearing capacity; yield line theory

传统混凝土叠合板采用预制实心平板作为永久性底模<sup>[1-2]</sup>,其厚度较大,导致垂直预制实心平板长度方向的叠合板有效厚度过小,不宜双向配筋,故荷载传递主要采用单向板传力模式。

针对混凝土叠合板的双向配筋问题,国内外学者作了大量的研究。聂磊(1998)等<sup>[3]</sup>通过预制构件板侧预留横向钢筋的双向配筋叠合板拼接试验,提出了相应的内力和配筋计算方法。徐天爽和徐有邻(2003)<sup>[4]</sup>对叠合板板侧各种拼接缝的构造及传力性

能进行了试验研究,提出了合理的整理式拼缝构造形式及计算方法。借助以上2种拼缝处理方法,混凝土叠合板能够较好的实现双向受力、整体性较好,但拼缝处理麻烦、施工速度慢,影响了推广应用。为此,国内外学者<sup>[5-6]</sup>提出将预制实心平板改进为带肋的预制板件,提高了预制板件的刚度和承载力,增加了预制板件与叠合层的粘结力,且可将底板变得更薄、减轻自重,但由于垂直预制板件长度方向难以配筋,故仍按单向板进行设计,垂直于底板板长方向的

收稿日期:2011-03-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50978090);湖南省研究生科研创新项目(CX2010B143);湖南大学研究生创新基金-湖南大学博士学位论文选题资助计划项目

作者简介:吴方伯(1959-),男,教授,博士生导师,主要从事组合结构及新型结构体系的开发研究,(E-mail) wfbprof@163.com。

抗裂性不好。为更好的实现双向受力效应,钱永梅(2002)等<sup>[7]</sup>将预制构件肋内预留圆孔,以便在浇注叠合层前穿入钢筋,并通过试验论证了这种叠合板的双向受力性能,验证了构造措施的有效性及刚度和极限承载力计算公式的可行性,但并未给出均布荷载作用下其它常见边界条件叠合板的极限承载力计算公式。文献[8-10]提出以预制预应力混凝土矩形肋底板(以下简称预制底板)为永久性模板,在板肋预留矩形孔洞中布设横向穿孔钢筋及在底板拼缝处布置折线形抗裂钢筋,再浇注混凝土叠合层形成预制带肋底板混凝土双向叠合楼(以下简称双向叠合板)。

为适应复杂荷载条件及不同的楼盖跨度,该文首先对预制底板结构体系进行了拓展。针对均布荷载作用下常见边界条件的双向叠合板,依据塑性绞线理论,推导了均布荷载作用下常见边界条件双向叠合板的极限承载力与塑性绞线的形成位置,提出

了双向叠合板正交 2 个方向单位宽度极限弯矩的简化计算公式,进行了均布荷载作用下四边简支与四边固支双向叠合板 2 个算例的塑性极限分析。

## 1 预制底板结构体系拓展

预制底板可设计为矩形肋预制底板和 T 形肋预制底板。矩形肋预制底板,主要适用跨度为 2 400~6 000 mm,底板厚度一般不小于 30 mm,T 形肋预制底板,主要适用跨度为 6 000~9 000 mm,底板厚度一般不小于 40 mm。预制底板根据板肋截面形式及数目主要分为 12 种类型,如图 1 所示,但目前采用较多的还是单矩形肋预制底板<sup>[11-12]</sup>。由于采用了预制底板,双向叠合板在平行板肋方向(强方向)的刚度得到了明显加强,而在垂直板肋方向(弱方向)由于存在一系列拼缝,削弱了该方向的刚度,故双向叠合板正交 2 个方向的刚度差别较大,呈正交构造异性板特征<sup>[13]</sup>。

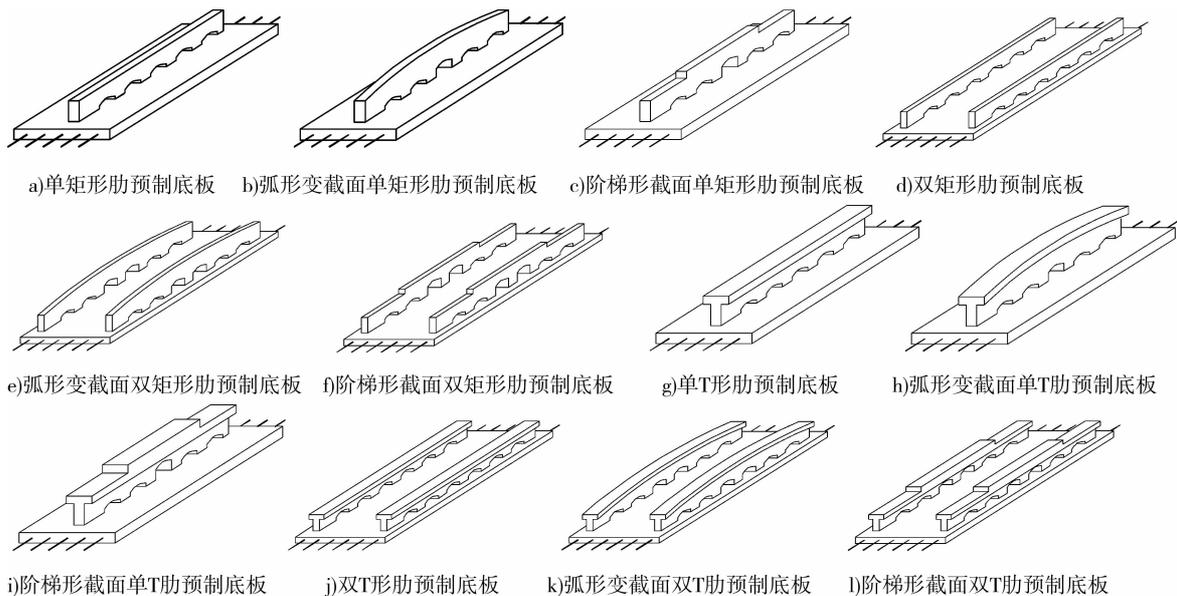


图 1 预制底板

## 2 双向叠合板极限承载力推导

双向叠合板已得到了广泛应用<sup>[11-12]</sup>,但目前其设计方法主要采用基于弹性薄板理论的线弹性分析方法<sup>[14-15]</sup>。塑性绞线理论用于钢筋混凝土现浇板的分析已有近 90 年历史,Ingerslev(1923)<sup>[16]</sup>通过假定荷载平衡以及塑性绞线上只有弯矩作用,第一次对四边简支钢筋混凝土矩形板进行塑性极限分析。Jones(1967)<sup>[17]</sup>与 Johansen(1972)<sup>[18]</sup>基于正交力矩法(normal moment method)推导了各种不同边界条件下的矩形现浇板的塑性绞线方程,仍然假定塑

性绞线上只有弯矩作用。Valentín Quintas(2003)<sup>[19]</sup>提出一种斜交力矩法(skew moment method),塑性绞线上同时考虑弯矩与扭矩的作用,采用该方法时需要定义新的极限平衡方程且能得到更准确的结果。

塑性绞线理论在现浇板中的应用较为成熟,对于双向叠合板,由于正交 2 个方向的有效厚度不同,相同条件下双向叠合板的极限承载力与塑性绞线形成位置与现浇板差异较大,尚未有文献采用塑性绞线理论对其极限荷载进行探讨。

由于双向叠合板在破坏时可形成与现浇钢筋混

混凝土双向板类似的塑性铰线<sup>[7]</sup>,本文首先假设 9 种常见边界条件下双向叠合板的破坏机构为图 2 所示形状,临近于完全破坏状态,此时板承受的均布荷载

为  $q$ ,外力和内部的极限弯矩仍处于平衡状态。图 2 中双向叠合板短边跨长为  $l_x$ ,长边跨长为  $l_y$ ,令  $l_y = nl_x$ ,则  $n \geq 1$ 。预制底板沿短跨方向布置。

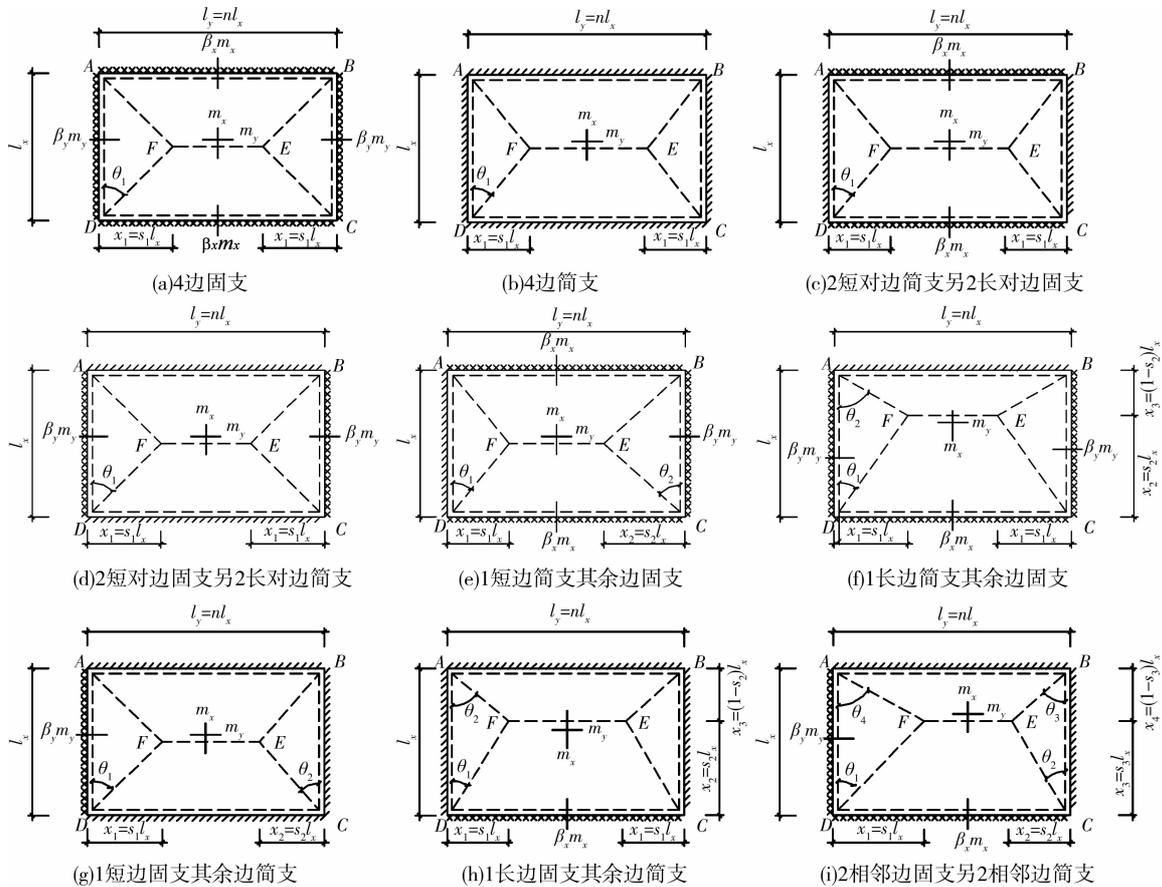


图 2 均布荷载作用下常见边界条件双向叠合板的破坏机构

### 2.1 2 相邻边固支另 2 相邻边简支双向叠合板

均布荷载下 2 相邻边固支另 2 相邻边简支双向叠合板产生的破坏机构如图 2(i)所示。塑性破坏机构的位置可由  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_4$  或  $s_1$ 、 $s_2$ 、 $s_3$  确定。板跨中处长边和短边方向单位宽度内的极限弯矩分别为  $m_y$  和  $m_x$ ,板支座处长边和短边方向单位宽度内的极限弯矩分别为  $m'_y$  和  $m'_x$ 。令短边、长边方向支座极限弯矩与跨中极限弯矩关系为  $m'_x = \beta_x m_x$ 、 $m'_y = \beta_y m_y$ ,短边、长边方向跨中极限弯矩关系为  $m_y = \alpha m_x$ 。根据虚功原理,在极限均布荷载  $q$  的作用下形成破坏机构时板中点产生虚位移为 1,任意点虚位移为  $\omega(x, y)$ ,外力所做功与内力(塑性铰上的极限弯矩)所做功两者相等。则:

极限均布荷载  $q$  所作的外功为<sup>[17]</sup>:

$$W_e = q \sum_n \iint_{A_n} \omega(x, y) dA_n = q \left[ \frac{l_x}{2} \times l_y - \frac{1}{3} \times \frac{l_x}{2} \times (s_1 + s_2) l_x \right]$$

$$\begin{aligned} &= \frac{ql_x}{6} [3l_y - (s_1 + s_2)l_x] \\ &= \frac{ql_x^2}{6} [3n - (s_1 + s_2)] \end{aligned} \quad (1a)$$

式中,  $A_n$  ( $n=1,2,3,4$ )为塑性铰线分割的各板块面积。

内力功可根据各塑性铰上的极限弯矩在相对转角上所作功来计算<sup>[17]</sup>:

$$\begin{aligned} W_i &= - \sum m_i l_i \gamma_i = - \left[ m_x l_y \left( \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} \right) + m'_x l_y \frac{1}{x_3} + m_y l_x \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) + m_y' l_x \frac{1}{x_1} \right] \\ &= - \left[ n \left( \frac{1 + \beta_x}{s_3} + \frac{1}{1 - s_3} \right) + \alpha \left( \frac{1 + \beta_y}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right) \right] m_x \end{aligned} \quad (1b)$$

由  $W_e + W_i = 0$ ,得:

$$q = \frac{6m_x}{l_x^2} \frac{n \left( \frac{1 + \beta_x}{s_3} + \frac{1}{1 - s_3} \right) + \alpha \left( \frac{1 + \beta_y}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right)}{3n - (s_1 + s_2)} \quad (2)$$

为求得最危险的塑性铰线形成位置或极限均布荷载的最小值,根据上限定理,可由极限均布荷载  $q$

为极小值的条件求出。

由  $\frac{dq}{ds_1} = 0$ , 经简化得:

$$\frac{dq}{ds_1} = \frac{6m_x}{l_x^2} \frac{[3n - (s_1 + s_2)]^{-\frac{\alpha(1+\beta_y)}{s_1^2}} + n\left(\frac{1+\beta_x}{s_3} + \frac{1}{1-s_3}\right) + \alpha\left(\frac{1+\beta_y}{s_1} + \frac{1}{s_2}\right)}{[3n - (s_1 + s_2)]^2} = 0 \quad (3a)$$

由  $\frac{dq}{ds_2} = 0$ , 经简化得:

$$\frac{dq}{ds_2} = \frac{6m_x}{l_x^2} \frac{[3n - (s_1 + s_2)]^{-\frac{\alpha}{s_2^2}} + n\left(\frac{1+\beta_x}{s_3} + \frac{1}{1-s_3}\right) + \alpha\left(\frac{1+\beta_y}{s_1} + \frac{1}{s_2}\right)}{[3n - (s_1 + s_2)]^2} = 0 \quad (3b)$$

由  $\frac{dq}{ds_3} = 0$ , 经简化得:

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{s_2}{s_3}\right) \quad (8b)$$

$$\frac{dq}{ds_3} = \frac{6m_x}{l_x^2} \frac{n\left(-\frac{1+\beta_x}{s_3^2} + \frac{1}{(1-s_3)^2}\right)}{3n - (s_1 + s_2)} = 0 \quad (3c)$$

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{s_2}{1-s_3}\right) \quad (8c)$$

由式(3c)解得:

$$\theta_4 = \arctan\left(\frac{s_1}{1-s_3}\right) \quad (8d)$$

$$s_3 = \frac{\sqrt{1+\beta_x}}{1+\sqrt{1+\beta_x}} \quad (4)$$

令:

联合式(3a)、式(3b)解得:

$$\alpha_q = 6 \times \frac{n\left(\frac{1+\beta_x}{s_3} + \frac{1}{1-s_3}\right) + \alpha\left(\frac{1+\beta_y}{s_1} + \frac{1}{s_2}\right)}{3n - (s_1 + s_2)} \quad (9a)$$

$$s_2 = \frac{1}{\sqrt{1+\beta_y}} s_1 \quad (5)$$

将式(4)、式(5)代入式(3a), 并令:

将式(9a)代入式(2)得:

$$\lambda_1 = \frac{2(1+\beta_y + \sqrt{1+\beta_y})}{2+\beta_x + 2\sqrt{1+\beta_x}},$$

$$q = \alpha_q \frac{m_x}{l_x^2} \quad (9b)$$

$$\lambda_2 = \frac{4(1+\beta_y)}{2+\beta_x + 2\sqrt{1+\beta_x}},$$

得含  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  的  $s_1$  方程:

式(9b)为双向叠合板的极限均布荷载计算公式,  $\alpha_q$  为双向叠合板的极限均布荷载系数。结合式(9a)、(7a)、(7b)、(7c)可见, 极限弯矩系数  $\alpha_q$  与双向叠合板的边长比  $n$ 、与跨中 2 个方向配筋相关的比值  $\alpha$ 、支座配筋系数  $\beta_x$  与  $\beta_y$  因素有关。

$$s_1^2 + \frac{\alpha\lambda_1}{n}s_1 - \frac{3\alpha\lambda_2}{4} = 0 \quad (6)$$

解方程(6), 取大于零的根为  $s_1$  的可能解, 得:

## 2.2 其它常见边界条件下双向叠合板极限承载力

$$s_1 = \frac{\alpha\lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2\lambda_2}{\alpha\lambda_1}} - 1 \right) \quad (7a)$$

令  $\lambda_3 = 1 + \beta_y$ , 代入式(5)有:

根据图 2 所示的破坏机构图, 参照均布荷载作用下 2 相邻边固支另 2 相邻边简支双向叠合板的求解步骤, 借助虚功原理同样可求得均布荷载作用下其它常见边界条件双向叠合板的极限承载力及塑性绞线的形成位置, 其计算结果如表 1 所示。

$$s_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_3}} s_1 \quad (7b)$$

将  $\lambda_3 = 1 + \beta_y$  代入  $\lambda_2 = \frac{4(1+\beta_y)}{2+\beta_x + 2\sqrt{1+\beta_x}}$ , 整

## 2.3 双向叠合板单位宽度极限弯矩的简化计算公式

理可得  $1 + \sqrt{1+\beta_x} = 2\sqrt{\frac{\lambda_3}{\lambda_2}}$ , 将其代入(4)式:

假设双向叠合板达到承载力极限状态时板内  $x$ 、 $y$  方向的受力钢筋均能达到屈服, 极限弯矩可采用以下简化计算方法。

$$s_3 = \frac{\sqrt{1+\beta_x}}{1+\sqrt{1+\beta_x}} = \frac{1+\sqrt{1+\beta_x}-1}{1+\sqrt{1+\beta_x}} = 1 -$$

$$\left. \begin{aligned} m_x &= A_{sx} f_{sx} \gamma_{sx} h_{0x} \\ m_y &= A_{sy} f_{sy} \gamma_{sy} h_{0y} \\ m'_x &= A'_{sx} f'_{sx} \gamma'_{sx} h'_{0x} \\ m'_y &= A'_{sy} f'_{sy} \gamma'_{sy} h'_{0y} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{1+\beta_x}} = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_3}} \quad (7c)$$

根据破坏机构图 2(i), 有:

式中:  $A_{sx}$ 、 $A_{sy}$  及  $\gamma_{sx} h_{0x}$ 、 $\gamma_{sy} h_{0y}$  分别为板跨内截面  $l_x$  与  $l_y$  方向单位宽度内的纵向受力钢筋截面面积及其内力偶臂;  $A'_{sx}$ 、 $A'_{sy}$  与  $\gamma'_{sx} h'_{0x}$ 、 $\gamma'_{sy} h'_{0y}$  分别为

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{s_1}{s_3}\right) \quad (8a)$$

板支座截面  $l_x$  与  $l_y$  方向单位宽度内的纵向受力钢筋截面面积及其内力偶臂;  $f_{sx}$ 、 $f_{sy}$  分别为板跨内截面  $l_x$  与  $l_y$  方向钢筋抗拉强度设计值,  $f'_{sx}$ 、 $f'_{sy}$

分别为支座截面  $l_x$  与  $l_y$  方向钢筋抗拉强度设计值;  $\gamma_{sx}$ 、 $\gamma_{sy}$ 、 $\gamma'_{sx}$ 、 $\gamma'_{sy}$  为内力臂系数, 一般情况下可取  $\gamma_{sx} = \gamma_{sy} = \gamma'_{sx} = \gamma'_{sy} = 0.9 \sim 0.95$ , 于是有:

表 1 其它常见边界条件下双向叠合板极限承载力及塑性绞线的形成位置计算公式

边界条件	$s$ 或 $\theta$ 解	$\alpha_q$ 表达式	备注
4 边固支	$s_1 = \frac{\alpha \lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2}{\alpha \lambda_1}} - 1 \right); \theta_1 = \arctan(2s_1)$	$12 \times \frac{2n(1+\beta_x) + \frac{\alpha}{s_1}(1+\beta_y)}{3n - 2s_1}$	$\lambda_1 = \frac{1+\beta_y}{1+\beta_x}$
4 边简支	$s_1 = \frac{\alpha \lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2}{\alpha \lambda_1}} - 1 \right); \theta_1 = \arctan(2s_1)$	$12 \times \frac{2n + \frac{\alpha}{s_1}}{3n - 2s_1}$	$\lambda_1 = 1$ $\beta_x = 0$ $\beta_y = 0$
2 短对边简支 2 长对边固支	$s_1 = \frac{\alpha \lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2}{\alpha \lambda_1}} - 1 \right); \theta_1 = \arctan(2s_1)$	$12 \times \frac{2n(1+\beta_x) + \frac{\alpha}{s_1}}{3n - 2s_1}$	$\lambda_1 = \frac{1}{1+\beta_x}$ $\beta_y = 0$
2 短对边固支 2 长对边简支	$s_1 = \frac{\alpha \lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2}{\alpha \lambda_1}} - 1 \right); \theta_1 = \arctan(2s_1)$	$12 \times \frac{2n + \frac{\alpha}{s_1}(1+\beta_y)}{3n - 2s_1}$	$\lambda_1 = 1 + \beta_y$ $\beta_x = 0$
1 短边简支 其余边固支	$s_1 = \frac{\alpha \lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2 \lambda_2}{\alpha \lambda_1^2}} - 1 \right), s_2 = \left( \frac{2\lambda_1}{\lambda_2} - 1 \right) s_1$ $\theta_1 = \arctan(2s_1), \theta_2 = \arctan(2s_2)$	$6 \times \frac{4n(1+\beta_x) + \alpha \left( \frac{1}{s_1} + \frac{1+\beta_y}{s_2} \right)}{3n - (s_1 + s_2)}$	$\lambda_1 = \frac{1 + \sqrt{1+\beta_y}}{2(1+\beta_x)}$ $\lambda_2 = \frac{1}{(1+\beta_x)}$
1 长边简支 其余边固支	$s_1 = \frac{\alpha \lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2}{\alpha \lambda_1}} - 1 \right), s_2 = \frac{\lambda_2}{1+\lambda_2}$ $\theta_1 = \arctan\left(\frac{s_1}{s_2}\right), \theta_2 = \arctan\left(\frac{s_1}{1-s_2}\right)$	$6 \times \frac{n \left( \frac{1+\beta_x}{s_2} + \frac{1}{1-s_2} \right) + \frac{2\alpha}{s_1}(1+\beta_y)}{3n - 2s_1}$	$\lambda_1 = \frac{4(1+\beta_y)}{2+\beta_x + 2\sqrt{1+\beta_x}}$ $\lambda_2 = \sqrt{1+\beta_x}$
1 短边固支 其余边简支	$s_1 = \frac{\alpha \lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2 \lambda_2}{\alpha \lambda_1^2}} - 1 \right), s_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} s_1$ $\theta_1 = \arctan(2s_1), \theta_2 = \arctan(2s_2)$	$6 \times \frac{4n + \alpha \left( \frac{1+\beta_y}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right)}{3n - (s_1 + s_2)}$	$\lambda_1 = \frac{1+\beta_y + \sqrt{1+\beta_y}}{2}$ $\lambda_2 = 1 + \beta_y$
1 长边固支 其余边简支	$s_1 = \frac{\alpha \lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2}{\alpha \lambda_1}} - 1 \right), s_2 = \frac{\lambda_2}{1+\lambda_2}$ $\theta_1 = \arctan\left(\frac{s_1}{s_2}\right), \theta_2 = \arctan\left(\frac{s_1}{1-s_2}\right)$	$6 \times \frac{n \left( \frac{1+\beta_x}{s_2} + \frac{1}{1-s_2} \right) + \frac{2\alpha}{s_1}}{3n - 2s_1}$	$\lambda_1 = \frac{4}{2+\beta_x + 2\sqrt{1+\beta_x}}$ $\lambda_2 = \sqrt{1+\beta_x}$

$$\alpha = \frac{m_y}{m_x} = \frac{A_{sy} f_{sy} h_{0y}}{A_{sx} f_{sx} h_{0x}} \quad (11)$$

由于双向叠合板呈正交构造异性板特征<sup>[13]</sup>, 在相同情况下, 双向叠合板强方向分配的弯矩比现浇板短跨方向分配的弯矩大, 而板弱方向分配的弯矩较现浇板长跨方向分配的弯矩小, 因此双向叠合板的  $\alpha$  值比现浇楼板  $\alpha$  值要小, 且  $\alpha \leq 1$ 。

此外, 由于叠合板为二次受力构件, 计算板的负弯矩区段时只考虑第 2 阶段面层、吊顶等自重及第 2 阶段可变荷载在计算截面产生的弯矩设计值, 因此板面支座负弯矩钢筋配筋量同比现浇楼板要少, 从而双向叠合板的  $\beta_x$ 、 $\beta_y$  值也比相同条件下的现浇楼板  $\beta_x$ 、 $\beta_y$  值小, 其计算公式如下所示:

$$\beta_x = \frac{m'_x}{m_x} = \frac{A'_{sx} f'_{sx} h'_{0x}}{A_{sx} f_{sx} h_{0x}} \quad (12a)$$

$$\beta_y = \frac{m'_y}{m_y} = \frac{A'_{sy} f'_{sy} h'_{0y}}{A_{sy} f_{sy} h_{0y}} \quad (12b)$$

### 3 算例

#### 3.1 4 边简支情况

以文献[7]的试验模型为例计算双向配筋混凝土

叠合板极限承载力。基本参数为: 试验叠合板 4 边简支, 平面尺寸 3 000 mm × 3 000 mm, 板厚 100 mm, 预制构件肋内设直径 10 mm、中心距离 200 mm 的圆形孔洞。预制构件混凝土强度 C40, 板宽 600 mm, 底板厚 40 mm, 板长 3 000 mm, 肋宽 100 mm, 肋高 50 mm, 底板配 10 $\phi$ 5 钢筋, 横向穿孔受力钢筋为  $\phi$ 5@200。后浇层混凝土强度 C20, 探讨极限承载力  $q_u$  及塑性绞线形成位置。定义强方向为  $x$  方向。

于是有:  $l_x = l_y = 2 760$  mm,  $A_{sx} = 327.08$  mm<sup>2</sup>,  $A_{sy} = 98.13$  mm<sup>2</sup>,  $h_{0x} = 80$  mm,  $h_{0y} = 60$  mm,  $\gamma_{sx} = \gamma_{sy} = 0.95$ ,  $f_{sx} = f_{sy} = 380$  N/mm<sup>2</sup>

1) 确定楼板跨度比  $n$

$$n = \frac{l_y}{l_x} = 1.0$$

2) 确定参数  $\alpha$ 、 $\beta_x$ 、 $\beta_y$ 、 $\lambda_1$

$$m_x = A_{sx} f_{sx} \gamma_{sx} h_{0x} = 9.446 \text{ kN/m}$$

$$m_y = A_{sy} f_{sy} \gamma_{sy} h_{0y} = 2.125 \text{ kN/m}$$

$$\alpha = \frac{m_y}{m_x} = 0.225。$$

由表 1 可知, 对于 4 边简支双向叠合板有:  $\lambda_1 = 1.0$ ,  $\beta_x = \beta_y = 0$ 。

3) 确定塑性绞线形成位置

塑性绞线形成位置可由  $s_1$  或  $\theta_1$  确定,其中:

$$s_1 = \frac{\alpha\lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2}{\alpha\lambda_1^2}} - 1 \right) = 0.313$$

$$\theta_1 = \arctan(2s_1) = 32.05^\circ$$

4) 计算双向配筋叠合板极限承载力

$$\alpha_q = 12 \times \frac{2n + \frac{\alpha}{s_1}}{3n - 2s_1} = 13.743, \text{ 则:}$$

$$q = \alpha_q \left( \frac{m_x}{l_x^2} \right) = 17.042 \text{ kN/m}^2, \text{ 计算结果与试验}$$

结果  $18.39 \text{ kN/m}^2$  (试验加载  $16.09 \text{ kN/m}^2$ , 板自重  $2.3 \text{ kN/m}^2$ ) 比较接近,误差为  $7.33\%$ 。

### 3.2 4边固支情况

以文献[10]的试验模型为例计算预应力混凝土双向叠合板的极限承载力。

试验叠合板为4边固支,平面尺寸  $3910 \text{ mm} \times 5080 \text{ mm}$ ,板厚  $120 \text{ mm}$ ,预制底板肋内设长  $110 \text{ mm}$ 、高  $25 \text{ mm}$  以及中心距离  $200 \text{ mm}$  的矩形孔洞。预制构件混凝土强度为 C50,板宽  $500 \text{ mm}$ ,底板厚  $30 \text{ mm}$ ,板长  $3910 \text{ mm}$ ,肋宽  $200 \text{ mm}$ ,肋高  $55 \text{ mm}$ 。预制底板内配置 5 根 1570 级  $\phi^H 4.6$  螺旋肋高强预应力钢筋。横向穿孔钢筋、板支座负弯矩钢筋均采用 HPB235,横向穿孔受力钢筋为  $\phi 8@200$ ,板短跨、长跨方向支座负弯矩钢筋均为  $\phi 6@200$ 。后浇层混凝土强度 C20,探讨该楼板的极限承载力  $q_u$  及塑性绞线形成位置。定义强方向为  $x$  方向。于是有:

$$l_x = 3910 \text{ mm}, l_y = 5080 \text{ mm}, A_{s_x} = 166.11 \text{ mm}^2, A_{s_y} = 251.20 \text{ mm}^2, A'_{s_x} = A'_{s_y} = 141.30 \text{ mm}^2, h_{0_x} = 102 \text{ mm}, h_{0_y} = 90 \text{ mm}, h'_{0_x} = h'_{0_y} = 100 \text{ mm}, f_{s_x} = 1110 \text{ N/mm}^2, f_{s_y} = f'_{s_y} = f'_{s_x} = 210 \text{ N/mm}^2, \gamma_{s_x} = \gamma_{s_y} = \gamma'_{s_x} = \gamma'_{s_y} = 0.95。$$

1) 计算楼板跨度比  $n$

$$n = \frac{l_y}{l_x} = 1.30$$

2) 确定参数  $\alpha$ 、 $\beta_x$ 、 $\beta_y$ 、 $\lambda_1$

$$m_x = A_{s_x} f_{s_x} \gamma_{s_x} h_{0_x} = 17.867 \text{ kN/m}$$

$$m_y = A_{s_y} f_{s_y} \gamma_{s_y} h_{0_y} = 4.510 \text{ kN/m}$$

$$m'_x = A'_{s_x} f'_{s_x} \gamma'_{s_x} h'_{0_x} = 2.819 \text{ kN/m}$$

$$m'_y = A'_{s_y} f'_{s_y} \gamma'_{s_y} h'_{0_y} = 2.819 \text{ kN/m}$$

$$\alpha = \frac{m_y}{m_x} = 0.252, \beta_x = \frac{m'_x}{m_x} = 0.158, \beta_y = \frac{m'_y}{m_y} =$$

$0.625。$

$$\lambda_1 = \frac{1 + \beta_y}{1 + \beta_x} = 1.404。$$

3) 确定塑性绞线形成位置

塑性绞线形成位置可由  $s_1$  或  $\theta_1$  确定,其中:

$$s_1 = \frac{\alpha\lambda_1}{2n} \left( \sqrt{1 + \frac{3n^2}{\alpha\lambda_1^2}} - 1 \right) = 0.320$$

$$\theta_1 = \arctan(2s_1) = 32.61^\circ$$

4) 计算预应力双向叠合板极限承载力

$$\alpha_q = 12 \times \frac{2n(1 + \beta_x) + \frac{\alpha}{s_1}(1 + \beta_y)}{3n - 2s_1} = 15.806$$

$$q = \alpha_q \left( \frac{m_x}{l_x^2} \right) = 18.472 \text{ kN/m}^2, \text{ 文献[10]研究}$$

了双向叠合板在设计荷载作用下的力学性能,在最大荷载  $8.15 \text{ kN/m}^2$  作用下双向叠合板基本处于弹性阶段,加上叠合板自重  $2.75 \text{ kN/m}^2$ ,总荷载  $10.90 \text{ kN/m}^2$  约为计算结果  $18.472 \text{ kN/m}^2$  的  $59.0\%$ ,可见这种预应力双向叠合板的承载力具有较高的安全储备。

## 4 结 语

预制带肋底板混凝土双向叠合板已得到广泛应用,为适应更复杂受力情况或大跨楼盖结构,对预制带肋底板结构体系进行了拓展,由于预制底板肋内孔洞混凝土存在销栓效应以及接触面的增大,从而保证了预制底板与后浇层混凝土形成整体共同受力。该文按极限平衡法,借助虚功原理推导出常见边界条件下预制带肋底板混凝土双向叠合板的极限承载力计算公式,提出了这种双向叠合板正交 2 个方向单位宽度极限弯矩的简化计算方法,结果表明:

1) 2 个算例的计算结果与试验结果吻合较好,对于双向叠合板,可采用该文提出的计算公式进行极限承载力的计算及塑性绞线形成位置的确定。

2) 双向叠合板跨内 2 个方向的极限弯矩比  $\alpha$  及参数  $\beta_x$ 、 $\beta_y$  比相同条件下的现浇楼板的  $\alpha$  及  $\beta_x$ 、 $\beta_y$  值要小。

### 参考文献:

- [1] GB/T 16727—2007 叠合板用预应力混凝土底板[S]. 北京:中国标准出版社,2007.
- [2] 聂建国,陈必磊,陈戈,等. 钢筋混凝土叠合板的试验研究[J]. 工业建筑,2003,33(12):43-46.  
NIE JIAN-GUO, CHEN BI-LEI, CHEN GE, et al. Experimental study on shear behavior of reinforced concrete laminated slabs[J]. Industrial Construction, 2003, 33(12): 43-46.
- [3] 聂磊,袁建伟,黄赛超. 混凝土叠合双向板的内力和配筋计算[J]. 长沙交通学院学报,1998,14(3):79-83.  
NIE LEI, YUAN JIAN-WEI, HUANG SAI-CHAO. Calculation of internal force and the ratio of bar in concrete

- composite two-way slabs [J]. Journal of Changsha Communications University, 1998, 14(3): 79-83.
- [4] 徐天爽, 徐有邻. 双向叠合板拼缝传力性能的试验研究[J]. 建筑科学, 2003, 19(6): 11-14, 38.  
XU TIAN-SHUANG, XU YOU-LIN. An experimental study on transmission properties of joints between superposed slabs[J]. Building Science, 2003, 19(6): 11-14, 38.
- [5] 肖龙. 钢筋混凝土结构施工合理化的半预制结构体系[J]. 建筑技术开发, 1994, 21(4): 34-53.  
XIAO LONG. Assembled monolithic reinforced concrete structure systems with rationalization construction [J]. Building Technique Development, 1994, 21(4): 34-53.
- [6] 姜忻良, 岳建伟. 陶粒叠合层叠合板的承载能力研究[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2006, 38(6): 6-12.  
JIANG XIN-LIANG, YUE JIAN-WEI. Bearing capacities of ceram site concrete composite slabs with trough bottom plate[J]. Journal of Sichuan University: Engineering and Science Edition, 2006, 38(6): 6-12.
- [7] 钱永梅, 邹超英, 尹新生. 混凝土单向薄板叠合矩形板的双向受力效应试验研究[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 2002, 35(3): 30-34.  
QIAN YONG-MEI, ZOU CHAO-YING, YIN XIN-SHENG. Performance of rectangle slabs with unidirectional thin concrete slabs loaded in two directions[J]. Journal of Harbin University of C. E. & Architecture, 2002, 35(3): 30-34.
- [8] 吴方伯, 郑伦存, 曾垂军. PK 预应力混凝土叠合楼盖体系探讨[J]. 建筑技术开发, 2005, 32(4): 23-24.  
WU FANG-BO, ZHEN LUN-CUN, ZENG CHUI-JUN. Study of PK prestressed concrete composite floor [J]. Building Technique Development, 2005, 32(4): 23-24.
- [9] 曾垂军, 吴方伯, 刘锡军, 等. 新型叠合结构体系的设计与施工[J]. 建筑科学, 2006, 22(4): 67-71.  
ZENG CHUI-JUN, WU FANG-BO, LIU XI-JUN, et al. Design and construction of a new type composite structure system[J]. Building Science, 2006, 22(4): 67-71.
- [10] 吴方伯, 张微伟, 唐昭青. PK 预应力混凝土双向叠合楼盖的试验研究[J]. 建筑技术开发, 2007, 34(3): 11-13.  
WU FANG-BO, ZHANG WEI-WEI, TANG SHAO-QING. Experimental research on PK prestressed concrete composite slab[J]. Building Technique Development, 2007, 34(3): 11-13.
- [11] 周绪红, 吴方伯, 张敬书, 等. 新型单向预应力双向配筋混凝土叠合楼盖在震后重建中的应用[C]//2008年汶川地震建筑震害分析与重建研讨会论文集. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008: 448-454.
- [12] 周绪红, 吴方伯, 刘占科, 等. 新型装配整体式房屋结构体系[C]//2008年汶川地震建筑震害分析与重建研讨会论文集. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008: 455-462.
- [13] 胡肇滋, 钱寅泉. 正交构造异性板刚度计算的探讨[J]. 土木工程学报, 1987, 20(4): 49-61.  
HU ZHAO-ZI, QIAN YIN-QUAN. Research on calculation of structurally orthotropic plate rigidity[J]. China Civil Engineering Journal, 1987, 20(4): 49-61.
- [14] 周绪红, 张微伟, 吴方伯, 等. 预应力混凝土四边简支双向叠合板的设计方法[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(4): 54-57, 94.  
ZHOU XU-HONG, ZHANG WEI-WEI, WU FANG-BO, et al. Design method of prestressed concrete simply supported on four sides of two-way composite slab[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(4): 54-57, 94.
- [15] 周鲲鹏, 吴方伯. 四边简支矩形单向预应力双向叠合板的弹性设计方法[J]. 邵阳学院学报: 自然科学版, 2006, 3(1): 63-65.  
ZHOU KUN-PENG, WU FANG-BO. Elastic design method of rectangular unidirectional prestressed two-way concrete composite slab simply supported on four sides[J]. Journal of Shaoyang University: Science and Technology, 2006, 3(1): 63-65.
- [16] Ingerslev A. The strength of rectangular plates[J]. J. Inst. Estruct. Eng, 1923, December: 3-14.
- [17] JONES L L. Yield Line Analysis of Slabs [M]. London: Thames and Hudson, Chatto and Windus, 1967.
- [18] JOHANSEN K W. Yield-line Formulae for Slabs [M]. London: Cement and Concrete Association, 1972.
- [19] QUINTAS V. Two main methods for yield line analysis of slabs[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, 129(2): 223-231.

(编辑 胡英奎)