

# 钢筋混凝土柱非线性特性的分析方法

张 勤<sup>1</sup>, 贡金鑫<sup>1</sup>, 姜凤娇<sup>1,2</sup>, 朱绩超<sup>1,3</sup>

(1. 大连理工大学 建设工程学部, 辽宁 大连 116024; 2. 大连海洋大学, 辽宁 大连 116023;  
3. 大连交通大学, 辽宁 大连 116028)

**摘 要:**准确评估钢筋混凝土柱的抗震性能,对于保证混凝土结构地震作用下的安全性具有重要意义。为采用 Pushover 方法合理评估钢筋混凝土柱的抗震性能,通过对 PEER 钢筋混凝土柱抗震性能试验数据库中数据的分析,提出了 1 种确定弯剪荷载下柱荷载-变形曲线、卸载刚度和再加载刚度的计算方法,并给出了按滞回环面积等效确定等效阻尼比的公式。柱的荷载-变形曲线是以传统的弯曲截面分析为基础、考虑剪力和柱端钢筋拔出的滑移影响而进行修正得到的;卸载刚度和再加载刚度是分别对其与柱割线刚度的关系进行统计分析确定的。最后以一单自由度体系为例说明了按模型建立柱的“能力曲线”以及对柱进行 Pushover 分析的方法,并就剪跨比、轴压比以及配筋率等参数对柱抗震性能的影响进行了分析。

**关键词:**钢筋混凝土柱;抗震性能;Pushover 分析;荷载-变形曲线;等效阻尼比

**中图分类号:** TU375.3    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1674-4764(2011)06-0051-08

## Analysis Method for Nonlinear Properties of Reinforced Concrete Columns

ZHANG Qin<sup>1</sup>, GONG Jin-xin<sup>1</sup>, JIANG Feng-jiao<sup>1,2</sup>, ZHU Ji-chao<sup>1,3</sup>

(1. Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024 Liaoning, P. R. China;  
2. Dalian Ocean University, Dalian 116023 Liaoning, P. R. China; 3. Dalian Jiaotong University, Dalian 116028 Liaoning, P. R. China)

**Abstract:** Accurate assessment of seismic performance of reinforced concrete columns (RC columns) is significant to ensure the safety of reinforced concrete structure subjected to earthquake action. In order to derive a reasonable prediction by Pushover analysis, a calculation method for determining lateral load-deformation curve, unloading rigidity and reloading rigidity of RC columns subjected to combined flexural and shear force is proposed based on test data analysis in the PEER (Pacific Earthquake Engineering Research Center) Structural Performance Database, and the formula for calculating the equivalent damping ratio according to hysteresis loop area is also provided. In this paper, conventional section analysis techniques are employed for modeling the flexural behavior of lateral load-deformation relationship, and the modified formulas with actual data analysis are implemented for modeling the effect of shear and slip of the longitudinal bars at columns end. Unloading rigidity and reloading rigidity of the columns are determined by statistical analysis on relations between themselves and secant rigidity of the columns respectively. Finally, a single-degree of freedom (SDOF) system is taken as an example to illustrate the applications of the proposed model for developing the corresponding “capacity curve” and performing pushover analysis on columns. The influences of primary parameters, such as shear-span ratio, axial load ratio, reinforcement ratio and stirrup ratio, on seismic performance of columns are also analyzed.

**Key words:** reinforced concrete column; seismic performance; Pushover analysis; lateral load-deformation curve; equivalent damping ratio

收稿日期: 2011-03-02

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(90815027)

作者简介: 张勤(1983-),男,博士生,主要从事钢筋混凝土结构抗震研究, (E-mail) zhangqin8190@163.com。

贡金鑫(通讯作者),男,教授,博士生导师,主要从事工程结构可靠度及钢筋混凝土结构抗震研究, (E-mail) gong\_jx\_vip@eyou.com。

在轴向和水平荷载作用下,钢筋混凝土柱的总侧向变形由弯曲变形、剪切变形和柱底部的纵筋滑移变形组成<sup>[1-2]</sup>。对于弯曲变形,可通过截面分析得到的弯矩-曲率关系及塑性铰模型计算;而对于其他两种变形,尤其是剪切变形的计算则相对复杂得多,国内外对此进行的研究也不多。文献[3-5]分别采用不同的分析方法来建立包含剪切影响的柱荷载-变形关系,但这些方法的分析过程均非常复杂且存在着大量的迭代计算,在实际工程应用中存在着一定的局限性。为此,根据钢筋混凝土柱的受力特点,提出一种简化的荷载-变形曲线和卸载刚度计算方法,即首先按传统的弯曲截面分析和塑性铰模型确定柱的荷载-弯曲变形曲线,再通过对柱试验结果的统计分析,给出考虑柱剪切和纵筋滑移变形综合影响的修正系数,进而得到柱荷载-变形的全曲线;同时通过对试验结果的分析,给出卸载刚度与柱初始刚度的关系。最后采用该文提出的模型,以一单自由度体系为例进行 pushover 分析,研究了剪跨比、轴压比等参数(反映剪力的影响)对柱地震变形反应的影响。

## 1 弯曲荷载-变形曲线计算

主要研究弯曲破坏和弯剪破坏柱。在实际工程中,柱的剪力和弯矩总是同时存在的,所以弯曲破坏也只是以弯曲作用为主,剪力起的作用小,可以忽略,但难以取得忽略剪力的界限。在分析中,所有柱均以弯剪破坏看待,弯曲起主要作用时考虑剪切修正的系数小,剪切作用明显时修正的系数大。

### 1.1 材料本构关系

1) 钢筋应力-应变关系采用 Esmaily & Xiao<sup>[6]</sup> 的三段强化模型,并认为钢筋受压时的本构关系与受拉时相同。

2) 保护层混凝土采用 Marder 等<sup>[7]</sup> 的应力-应变模型;核心混凝土采用 Saatcioglu-Razvi 约束混凝土模型<sup>[8-9]</sup>。

### 1.2 弯曲荷载-变形曲线计算

柱顶弯曲变形  $\Delta_f$  与塑性铰区域曲率  $\varphi$  的关系为<sup>[10]</sup>:

$$\Delta_f = \begin{cases} \varphi \frac{H^2}{3} & \varphi \leq \varphi_y \\ \varphi_y \frac{H^2}{3} + (\varphi - \varphi_y) l_p \left( H - \frac{l_p}{2} \right) & \varphi > \varphi_y \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\varphi$  为柱塑性铰区的转动曲率;  $\varphi_y$  为构件的屈服曲率,对应于截面最外侧纵向受拉钢筋首次屈服时的曲率;  $l_p$  为塑性铰长度,按 Priestley & Park<sup>[11]</sup> 的

模型计算:

$$l_p = 0.08H + 0.022f_y d \quad (2)$$

式中,  $f_y$  为纵筋屈服强度;  $d$  为纵筋直径,  $H$  为柱高。

考虑  $P-\Delta$  效应的影响,柱的水平荷载按下式计算:

$$F = (M - P \cdot \Delta_f) / H \quad (3)$$

式中,  $P$  为柱所受的初始轴向压力;  $\Delta_f$  为柱顶的弯曲变形。

## 2 弯剪荷载-变形曲线计算

### 2.1 基本方法

钢筋混凝土柱的总侧向变形由弯曲变形、剪切变形和滑移变形组成。对于弯剪破坏的柱,总侧向变形中的剪切变形分量所占的比例较大,特别是在混凝土开裂和纵筋屈服后,总的特征是,混凝土开裂后剪切变形加大,接近或超过按弯曲变形计算的值,纵筋屈服后承载力降低,明显小于按弯曲计算的值,如图 1 所示。本文分析采用的方法是,纵筋屈服前修正按弯曲理论计算的变形,纵筋屈服后修正按弯曲理论计算的承载力,即

纵筋屈服前的水平位移和荷载为:

$$\Delta_T = k_\Delta (\chi) \frac{H^2}{3} \varphi, F_{Tf} = F_f \quad (4)$$

纵筋屈服后的水平位移和荷载为:  $\Delta_T = k_\Delta (\chi) \cdot \frac{H^2}{3} \varphi_y + (\varphi - \varphi_y) l_p \left( H - \frac{l_p}{2} \right)$ ,  $F_{Tf} = k_F (\mu_\Delta) F_f$  (5)

式中,  $k_\Delta (\chi)$  为纵筋屈服前剪切、滑移变形的修正系数;  $F_f$  为变形为  $\Delta_T$  时按弯曲理论计算的柱的水平荷载;  $k_F (\mu_\Delta)$  为纵筋屈服后考虑剪切及滑移影响的荷载修正系数。

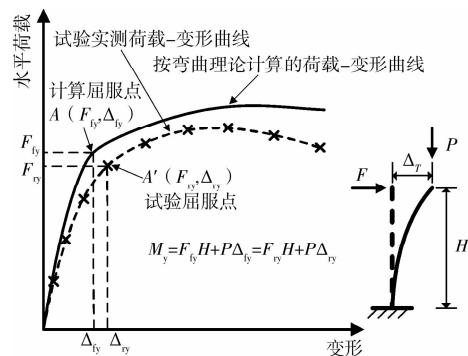


图 1 计算曲线与试验曲线比较

### 2.2 纵筋屈服前变形的修正

纵筋屈服前可认为柱处于弹性反应阶段,该阶段的总侧向变形  $\Delta_T$  和弯曲变形  $\Delta_f$  之间的关系可采

用系数  $k_{\Delta}(\chi)$  来修正。系数  $k_{\Delta}(\chi)$  考虑了剪切及滑移变形的影响并与反映柱基本特征的参数  $\chi$  有关,可通过柱实际屈服位移  $\Delta_T$  和计算的屈服位移  $\Delta_{fy}$  之间的关系来建立,即:

$$\Delta_T = k_{\Delta}(\chi)\Delta_{fy} = \frac{\Delta_{ry}}{\Delta_{fy}}\Delta_{fy} \quad (6)$$

式中,  $\Delta_{fy}$  为按弯曲理论计算的柱屈服位移,对应于截面最外侧纵向受拉钢筋首次屈服时的位移,按式(1)计算;  $\Delta_{ry}$  为柱实际屈服位移,对应于弯矩为  $M_y$  时试验骨架曲线上的实测位移( $M_y$  为按弯曲理论计算的屈服弯矩,对应于截面最外侧纵向受拉钢筋首次屈服时的弯矩,由截面分析得到),  $\Delta_{ry}$  的计算过程如图1所示;  $k_{\Delta}(\chi)$ , 是关于参数  $\chi$  的函数。

从 PEER 结构抗震性能试验数据库<sup>[12]</sup> 中选取了 34 根钢筋混凝土柱试件进行分析,可得:

$$k_{\Delta}(\chi) = \frac{\Delta_{ry}}{\Delta_{fy}} = 0.147\chi + 1, \quad (7)$$

$$\chi = \frac{(\rho_s f_y)^{1.5}}{(n + 0.01)^{0.2} \rho_c^{0.1} \lambda^2}$$

式中,  $\lambda$  为柱剪跨比;  $n$  为柱轴压比;  $\rho_s$ 、 $f_y$  分别为纵筋配筋率和屈服强度。屈服位移比值 ( $\Delta_T/\Delta_{fy}$ ) 与参数  $\chi$  的关系如图2所示。  $\Delta_T/\Delta_{fy}$  的平均值为 1.007; 标准差为 0.187。

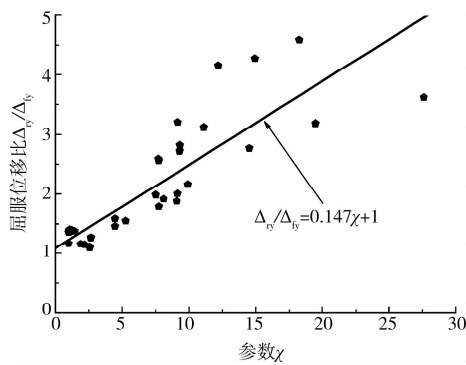


图2 屈服位移比 ( $\Delta_T/\Delta_{fy}$ ) 与参数  $\chi$  的关系

### 2.3 纵筋屈服后承载力的修正

纵筋屈服后柱进入弹塑性反应阶段,通过建立柱水平荷载  $F_f$  的修正系数  $k_F(\mu_{\Delta})$  来考虑剪切及滑移的影响,即以式(4)修正后的荷载-变形曲线为基础,在相同的变形下,柱的水平荷载按下式计算:

$$F_{Tf} = k_F(\mu_{\Delta})F_f \quad (8)$$

式中:  $F_{Tf}$  为变形为  $\Delta_{Tf} = \Delta_T$  时考虑剪切及滑移影响计算的柱的水平荷载;  $k_F(\mu_{\Delta})$  根据试验结果确定为相同变形下柱的实际水平荷载与按弯曲理论计算的荷载之比,与柱的相对位移系数  $\mu_{\Delta}$  ( $\mu_{\Delta}$  定义为柱屈服后的位移  $\Delta_T$  与实际屈服位移  $\Delta_{ry}$  的比值) 有关。

通过对纵筋屈服后柱试验骨架曲线与所计算的荷载-变形曲线的比较,得到各试验柱荷载修正系数  $k_F(\mu_{\Delta})$  与相对位移系数  $\mu_{\Delta}$  的关系(图3):

$$k_F(\mu_{\Delta}) = \cos[\psi(\mu_{\Delta} - 1)] \psi(\mu_{\Delta} - 1) \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \quad (9)$$

式中,  $\psi$  为试验确定的系数,与影响柱剪切及滑移变形的因素有关,经对 34 个柱试件的分析,可按式(10)计算:

$$\psi = \left[ \frac{(n + 0.2)(\rho_s f_y)^{1.5}}{4(\rho_c f_{ry})^{0.8} \lambda^2} \right] \quad (10)$$

式中,  $f_{ry}$  为箍筋屈服强度。

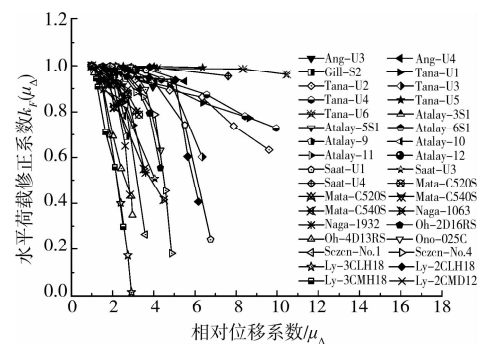


图3 荷载修正系数  $k_F(\mu_{\Delta})$  与相对位移系数  $\mu_{\Delta}$  的关系

### 2.4 与试验结果的比较

试验柱荷载-变形曲线的计算结果及试验结果如图4所示。曲线1是按弯曲理论计算的荷载-弯曲变形曲线;曲线2是在曲线1基础上采用式(4)和式(5)修正后的荷载-变形曲线。由图4中的比较可知,修正后的曲线(曲线2)能较好反映柱的真实受力特性,与试验得到的骨架曲线总体吻合较好,曲线趋势基本一致。需要说明的是,图4中试件 Sezen-No.1 和试件 Sezen-No.4 的截面及各种参数基本是相同的,但二者滞回曲线的包络线相差很大,其中有很多随机因素起作用,所以准确确定包含剪切影响的构件荷载-变形特性事实上是比较困难的。

## 3 柱等效阻尼比计算

按能力谱方法计算结构地震下水平变形时,等效粘滞阻尼可由下式表示:

$$\zeta_{eq} = \zeta + \zeta_{eff} \quad (11)$$

式中,  $\zeta_{eq}$  为等效粘滞阻尼;  $\zeta$  为结构固有的粘滞阻尼,  $\zeta = 0.05$ ;  $\zeta_{eff}$  为滞回阻尼经计算得到的等效粘滞阻尼。

$\zeta_{eff}$  按下式计算:

$$\zeta_{eff} = \frac{1}{4\pi} \frac{A_{hs}}{A_{se}} \quad (12)$$

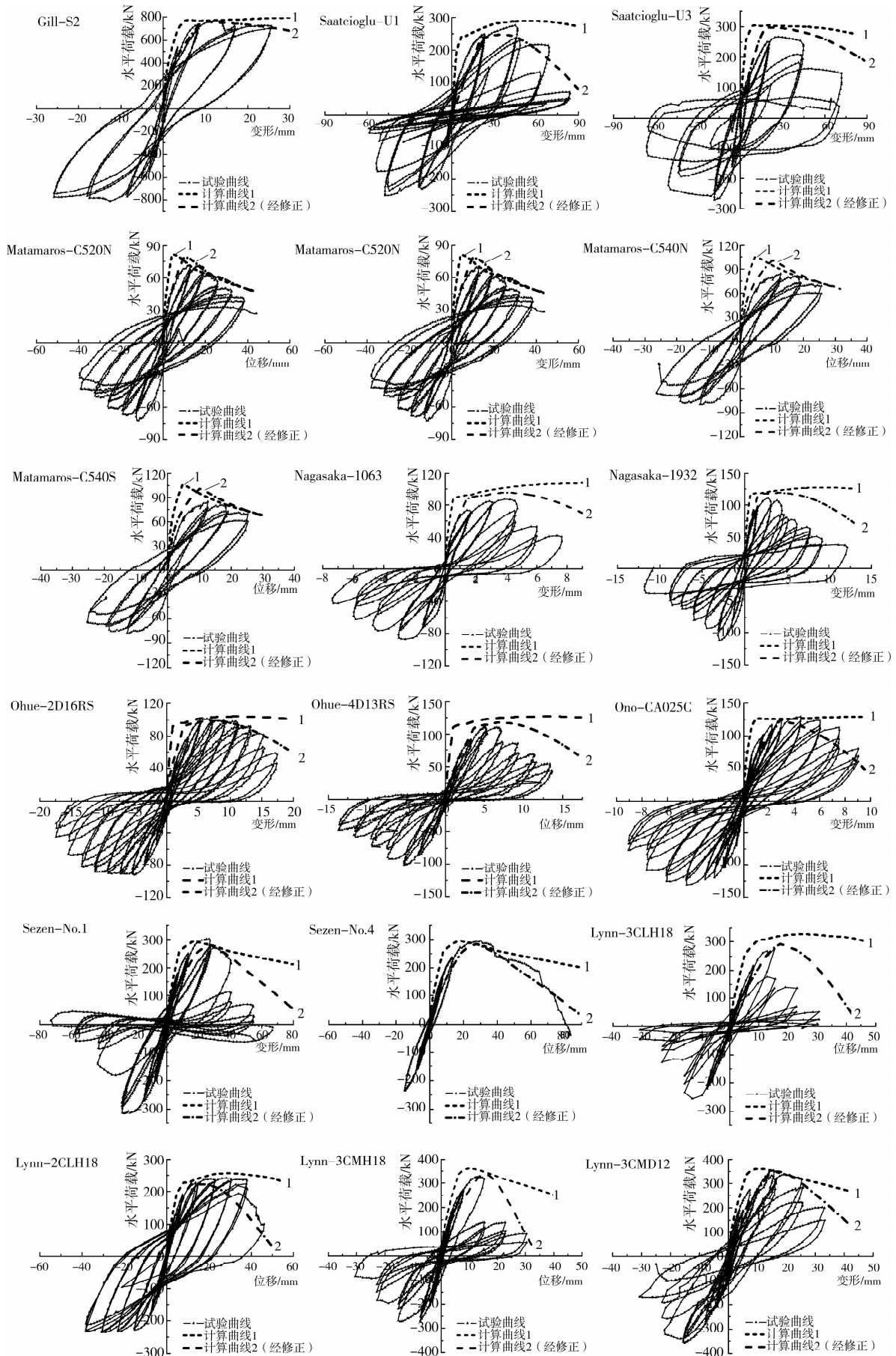


图 4 柱荷载-变形曲线计算结果与试验结果比较

式中,  $A_{hs}$  为图 5 中  $dcfgba$  所围的面积;  $A_{se}$  为最大应变能, 等于图 5 中三角形  $Odh$  所围面积。

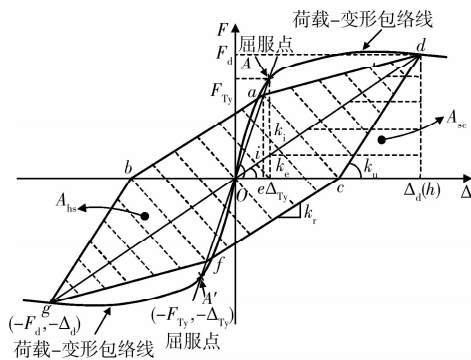


图 5 确定等效阻尼比的滞回环

通过对柱试件滞回曲线的分析, 卸载刚度  $k_u$  可按下式计算:

$$k_u = [1 - 0.4114(\ln\mu_\Delta)^{1.2}\mu_\Delta^{-0.4135}]k_i \quad (13)$$

式中,  $k_i$  为柱初始侧向刚度, 定义为屈服点处的割线刚度;  $\mu_\Delta$  为柱侧向位移为  $\Delta_d$  时的相对位移系数。卸载刚度  $k_u$  与柱相对位移延性系数  $\mu_\Delta$  的关系如图 6 所示。

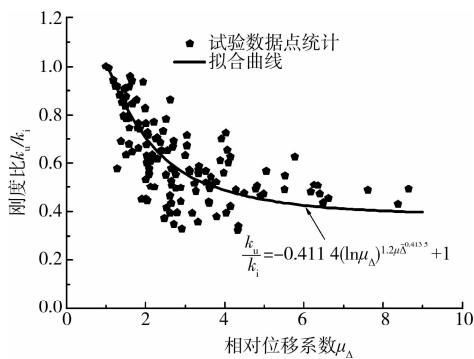


图 6 卸载刚度  $k_u$  与柱相对位移系数  $\mu_\Delta$  的关系

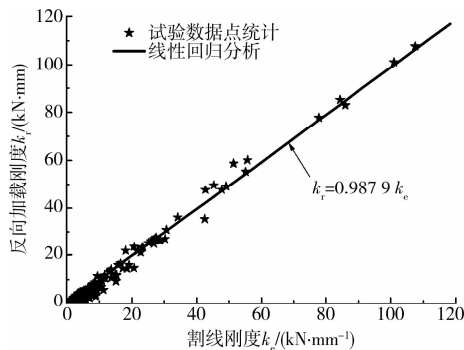


图 7 滞回曲线的割线刚度  $k_e$  和再加载刚度  $k_r$  的比较

图 7 为柱试验滞回曲线在不同位移反应时的割线刚度  $k_e$  和反向加载刚度  $k_r$  计算结果的比较, 通过对二者关系的回归分析, 比例系数为 0.987 9, 可认为滞回曲线的反向加载刚度  $k_r$  与割线刚度  $k_e$  相等, 即:

$$k_r = k_e = \frac{F_d}{\Delta_d} \quad (14)$$

式中,  $\Delta_d$  为柱的侧向反应位移,  $F_d$  为与  $\Delta_d$  对应的侧向荷载。

根据图 5 并联合式(11)~式(14), 得到钢筋混凝土柱等效阻尼比  $\zeta_{eq}$  的计算公式如下:

$$\zeta_{eq} = 0.05 + \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{k_e}{k_u}\right) + \frac{1}{2\pi} \frac{k_i}{k_e - k_e} \left(1 - \frac{k_e}{k_u}\right)^2 \quad (15)$$

## 4 柱抗震拟静力分析实例

### 4.1 抗震性能分析

图 8 所示为钢筋混凝土单自由度体系, 上部结构的集中质量  $M=10^5$  kg。柱截面尺寸为 650 mm × 650 mm; 混凝土等级为 C45, 轴心抗压强度设计值为 21.2 MPa, 纵筋屈服强度设计值为 360 MPa, 极限强度为 500 MPa; 横向钢筋屈服强度设计值为 300 MPa; 混凝土保护层厚度为 30 mm; 初始轴向压力为 1 000 kN。柱截面形式及配筋如图 9 所示。结构所在位置的场地类别为 III 类, 设计地震分组为第 2 组, 抗震设防烈度为 8 度, 采用罕遇地震烈度。

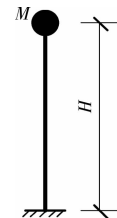


图 8 柱计算模型

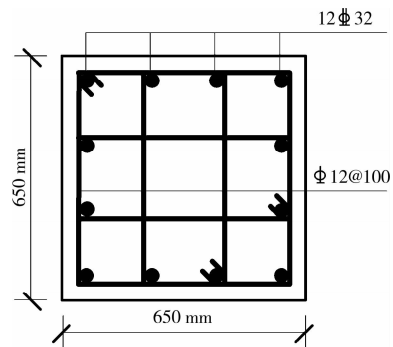


图 9 柱截面形式及配筋示意图

假定柱高  $H=3\ 250$  mm, 在集中质量处施加水平力对柱进行推覆, 该方法得到的荷载-变形曲线如图 10 所示。图中 A 点为柱的屈服点, 屈服位移为 0.025 58 m, 屈服剪力为 289 543.2 N; D 点为假定的柱最大位移反应点。

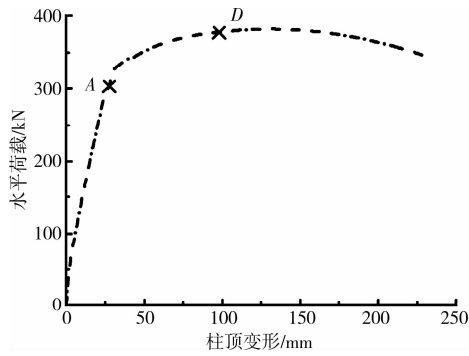


图 10 柱荷载-变形曲线

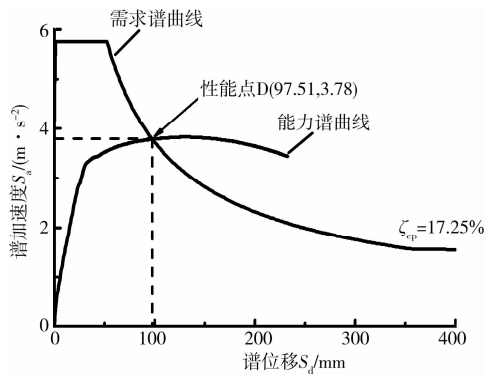


图 11 A-D 坐标系中的目标位移

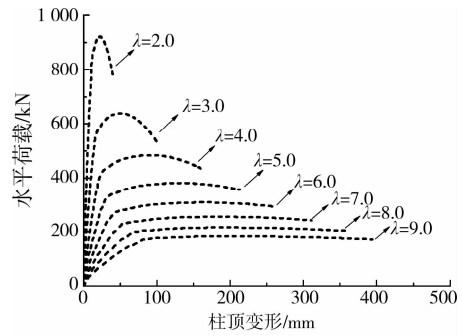
采用中国《建筑抗震设计规范》<sup>[13]</sup> (GB 50011—2010) 中的地震加速度反应谱进行分析, 图 11 示出了 A—D 坐标系中求得的目标位移。假定柱弹塑性层间位移角限值为 1/30, 而分析得到的柱层间位移角值  $\theta = 0.097\ 51/3.25 \approx 1/33.3$ , 小于规定的限值, 因而满足罕遇地震作用下 8 度设防的抗震要求。

#### 4.2 抗震性能影响因素分析

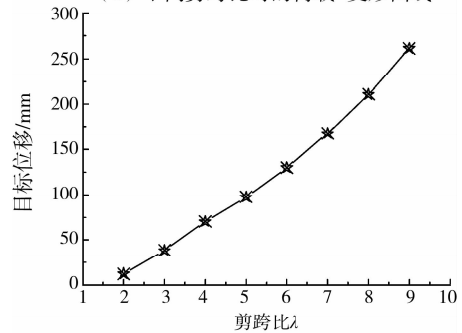
下面以上述算例中的柱为“基准柱”, 变化某一参数, 研究其他参数对目标位移的影响。

4.2.1 剪跨比 由图 12(a) 可以看出, 柱的水平刚度和承载力均随剪跨比的减小而提高, 而延性则不断下降, 说明柱由延性较好的弯曲破坏逐渐转为脆性的剪切破坏。由图 12(b) 可以看出, 剪跨比越大, 最大位移反应越大。

4.2.2 轴压比 由图 13(a) 可看出, 随轴压比不断增大, 柱荷载-变形曲线先上升后下降。由 13(b) 图可看出, 当轴压比较小时 ( $n < 0.2$ ), 柱在给定地震作用下的最大位移反应随轴压比的增大而增大, 表明柱在给定地震作用下的反应不断增强; 轴压比继续增加 ( $n > 0.2$ ), 由于柱的延性降低以及荷载-变形曲线在塑性阶段下降明显, 使得柱能力曲线始终位于该地震反应需求曲线之下, 因而无法求得给定地震作用下的最大位移反应, 即柱不能抵御该地震作用。

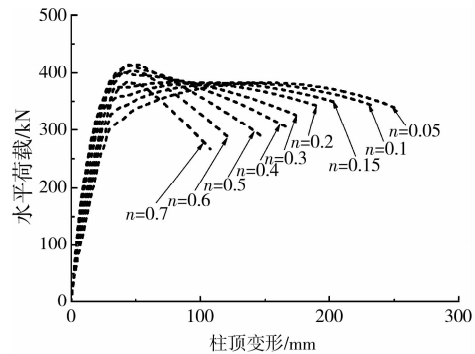


(a) 不同剪跨比时的荷载-变形曲线

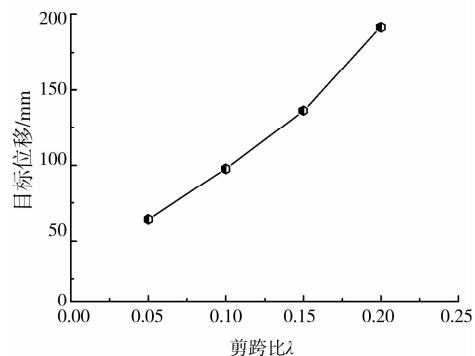


(b) 8 度罕遇地震下柱顶最大位移反应

图 12 剪跨比对柱抗震性能的影响



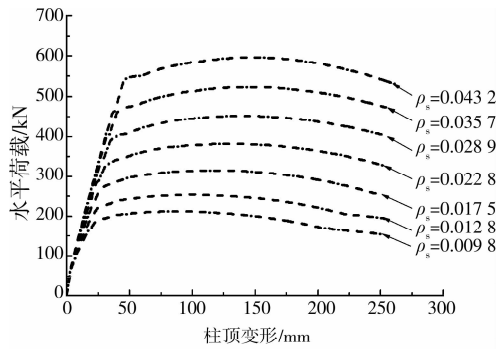
(a) 不同轴压比时的荷载-变形曲线



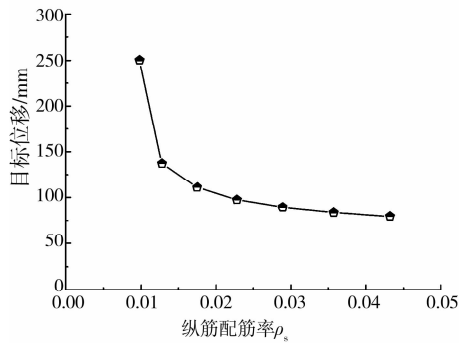
(b) 8 度罕遇地震下柱顶最大位移反应

图 13 轴压比对柱抗震性能的影响

4.2.3 纵筋配筋率 由图 14(a) 可看出, 随纵筋配筋率的增加, 柱的水平刚度及承载力均相应提高; 进入塑性变形阶段后的荷载-变形曲线先上升后下降, 并表现出较好的延性。由图 14(b) 可以看出, 配筋率越大, 柱的最大位移反应越小。



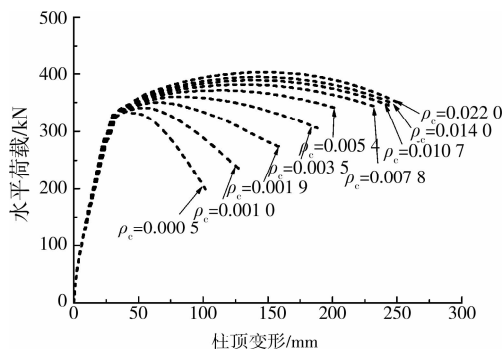
(a) 不同配箍率时的荷载-变形曲线



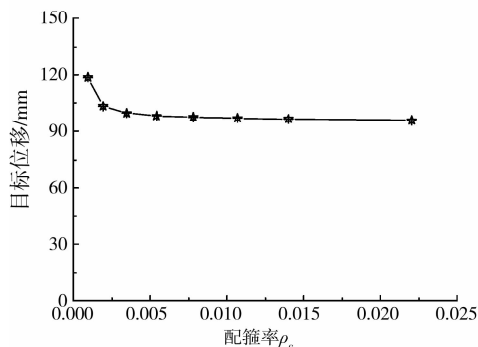
(b) 8度罕遇地震下柱顶最大位移反应

图14 纵筋配筋率对柱抗震性能的影响

4.2.4 配箍率 由图15(a)可以看出,随配箍率增加,柱的水平承载力不断提高,提高幅度呈递减趋势;而柱的屈服荷载和初始水平刚度受配箍率影响不大。柱进入塑性变形阶段后,由于剪力作用越来越明显,配箍率较小的柱的荷载-变形曲线下落迅速,且延性较差。由图15(b)中曲线的变化趋势可



(a) 不同配箍率时的荷载-变形曲线



(b) 8度罕遇地震下柱顶最大位移反应

图15 配箍率对柱抗震性能的影响

看出,配箍率越大,柱的最大位移反应越小,表明柱的抵御地震作用的能力越强;当配箍率增大到一定程度后,柱的地震位移反应趋于稳定,这一变化趋势与纵筋配筋率的影响相同,但地震位移反应的变化幅度与纵筋配筋率影响相比要小得多。

## 5 结语

以钢筋混凝土偏心受压柱的弯曲特性计算为基础,结合已有的试验数据,提出了1种计算弯剪荷载-变形曲线的方法,用该方法可确定构件的“能力曲线”,并给出了弯剪构件卸载刚度与初始刚度的关系。采用该文的模型对一单自由度钢筋混凝土体系的变形性能进行Pushover分析,并分析了相关参数对柱抗震性能的影响。分析表明,剪跨比越小,柱的延性越差,进入塑性阶段的承载力下降越迅速,在地震作用下易发生剪切破坏,但剪跨比过大会降低柱的水平承载力和刚度,也会导致柱在地震作用下的变形反应超过抗震规范规定的限值;轴压比越大,柱的延性越差,柱在地震作用下的变形反应越大,不利于柱抗震,但适当增加轴压比可提高柱的水平承载力和刚度;提高纵筋配筋率和配箍率可明显改善柱的抗震性能。

## 参考文献:

- [1] SETZLER E J. Modeling the Behavior of Lightly Reinforced Concrete Columns Subjected to Lateral Loads[D]. Columbus: Ohio State University, 2005.
- [2] SEZEN H. Shear deformation model for reinforced concrete columns [J]. Structural Engineering and Mechanics, 2008, 28(1): 39-52.
- [3] SETZLER E J, SEZEN H. Model for the lateral behavior of reinforced concrete columns including shear deformations[J]. Earthquake Spectra, 2008, 24(2): 493-511.
- [4] MOSTAFAEI H, KABEYASAWA T. Axial-Shear-flexure interaction approach for reinforced concrete columns[J]. ACI Structural Journal, 2007, 104(2): 218-226.
- [5] 魏巍巍. 钢筋混凝土结构基于修正压力场理论的承载力和变形研究[D]. 大连:大连理工大学, 2011.
- [6] ESMAEILY-GH A, XIAO Y. Seismic Behavior of Bridge Columns Subjected to Various Loading Patterns [R]. California: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 2002.
- [7] MANDER J B, PRIESTLEY M J N, PARK R. Theoretical stress-strain model for confined concrete.

- Journal of Structural Engineering, 1988, 114(8):1804-1825.
- [8] SAATCIOGLU M, RAZVI S R. Strength and ductility of confined concrete[J]. ASCE Journal of Structural Engineering, 1992, 118(6):1590-1607.
- [9] YALCIN C, SAATCIOGLU M. Inelastic analysis of reinforced concrete columns [J]. Computers and Structures, 2000, 77:539-555.
- [10] 赵国藩. 高等钢筋混凝土结构学[M]. 北京:中国电力出版社, 1999.
- [11] PRIETLEY M J N, PARK R. Strength and ductility of concrete bridge columns under seismic loading[J]. ACI Structural Journal, 1987, 84(8): 61-76.
- [12] BERRY M, PARRISH M, EBERHARD M. PEER Structural Performance Database User's Manual (Version 1.0)[R]. Berkeley: University of California, Berkeley, 2004.
- [13] 中华人民共和国建设部. GB 50011—2010 建筑抗震设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2010.

(编辑 胡 玲)

(上接第 12 页)

- ZHENG HAI-RONG. Seismic response analysis of Pile-soil-structure (pier)-fluid interaction system[J]. Bridge Construction, 1992, 4: 67-75.
- [10] 吴明军, 陈文元, 肖盛莲. 地震和波浪力共同作用下桥墩的动力响应研究[J]. 四川建筑科学研究, 2010, 36(6):21-25.
- WU MING-JUN, CHENG WEN-YUAN, XIAO SHENG LIAN. A study on the dynamic response of bridge piers under the combined effect of earthquake and wave force[J]. Sichuan Building Science, 2010, 36(6):21-25.
- [11] ROLLINS K M, GERBER T M, LANE J D, et al. Lateral resistance of a full-scale pile group in liquefied sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(1):115-125.
- [12] 张学志, 黄维平, 李华军. 考虑流固耦合时的海洋平台结构非线性动力分析[J]. 中国海洋大学学报, 2005, 35(5):823-826.
- ZHANG XUE-ZHI, HUANG WEI-PING, LI HUA-JUN. Nonlinear dynamic analysis of offshore platform considering fluid-structure interaction [J]. Journal of Ocean University of Qingdao, 2005, 35(5):823-826.
- [13] 黄津, 于小存, 陈志勇. 波浪力对高桩码头结构的影响分析[J]. 港工技术, 2010, 47(3):8-12.
- HUANG JIN, YU XIAO-CUN, CHEN ZHI-YONG. Analysis on impact of wave force to high-pile wharf structure[J]. Port Engineering Technology, 2010, 47(3):8-12.
- [14] TATJANA ISAKOVIC, MATEJ FISCHINGER. Higher modes in simplified elastic seismic analysis of single column bent viaducts[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2006, 35: 95.
- [15] 赖伟. 地震和波浪作用下深水桥梁的动力响应研究[D]. 上海:同济大学, 2004:49-51.
- [16] 竺艳蓉. 海洋工程波浪力学[M]. 天津:天津大学出版社, 1991: 42-48.
- [17] 刘晶波, 杜修力. 结构动力学[M]. 北京:机械工业出版社, 2005: 46-68.

(编辑 胡英奎)