

用边界元-有限元法研究高架结构辐射噪声

高飞, 夏禾, 曹艳梅, 安宁

(北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘要:高架结构是城市轨道交通的重要组成部分,其引起的结构辐射噪声问题引起了越来越多的关注。基于边界元 Helmholtz 积分公式和有限元流固耦合系统理论,推导了结构振动加速度与辐射声压之间的声传递向量,该传递向量可通过单元辐射叠加法求得,结合采用直线电机车辆的北京首都机场快轨线某段高架桥梁段现场试验结果进行了比较分析。结果表明:使用该方法计算的声压结果与实测结果的声压频谱分布及变化趋势吻合较好,该方法可用于城市轨道交通高架结构辐射噪声的预测研究。

关键词:轨道交通;高架结构;边界元-有限元法;声传递向量;噪声治理

中图分类号:U448.21;TU112.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2012)01-0042-05

Analysis of Elevated Structure Radiated Noise with BEM-FEM Method

GAO Fei, XIA He, CAO Yan-mei, AN Ning

(School of Civil Engineering and Architecture, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, P. R. China)

Abstract: Urban rail transit is becoming an important means of transportation and elevated structure is one important part of urban rail transit. So the radiation noise induced by elevated structure attracts more and more attention. Based on the theory of Helmholtz integral equation of BEM and fluid-structure coupling system of FEM, the sound pressure transmission vector reflecting the relation between structural vibration acceleration and radiation of sound pressure is derived and solved by the element radiation superposition method. The calculated results are in good agreement with the experimental data from a viaduct section of the Beijing airport rapid rail transit.

Key words: rail transit; elevated structures; FEM-BEM; sound pressure transmission; noise abatement

随着城市轨道交通的飞速发展,高架结构辐射噪声问题引起越来越多的关注。但是复杂结构的振动辐射噪声问题一直是工程应用中的难题之一,采用解析的方法求解复杂结构振动辐射声场参数是非常困难的^[1]。随着数值计算方法的发展,有限元法和边界元法已经成为研究任意复杂结构在外力作用下声振耦合机理的有力工具。用数值计算方法研究高架结构振动和辐射噪声的相关问题,国内外已有不少研究成果,如文献[2-4]应用边界元方法对高架轨道桥进行了噪声场和频谱的计算分析。文献[5]

使用结构有限元时程分析与声学间接边界元相结合的方法对移动荷载作用下变截面轨道梁的振动和噪声进行模拟。文献[6]用车桥耦合振动和空气波传播原理提出桥梁振动辐射低频噪声的计算方法。

有限元法可以对所求解的问题得到空间上和时间上较为精确的解,但是其计算精度和所划分的单元精细程度有关,导致计算量大,时间长。边界元法可将求解问题的维数降低,减少了数据量和计算时间,但是也存在着一些固有的缺点,主要是特征频率上非唯一性问题和奇异积分或超奇异积分问题。因

收稿日期:2011-06-21

基金项目:北京市自然科学基金资助项目(8082021);高等学校博士学科点专项科研基金(20090009120021)

作者简介:高飞(1978-),男,博士生,主要从事城市轨道交通高架结构振动与噪声研究,(E-mail)gfei1978@163.com。

夏禾(通讯作者),男,教授,博士生导师,(E-mail)hxia88@163.com。

此,本文以边界元法中的 Helmholtz 积分为基本公式,利用有限元法的流固耦合动力学理论,建立了以声传递向量为纽带的声场中任意点声压与结构表面振动加速度之间的联系。

目前对于结构声辐射问题的研究主要是以表面振速为基本量,使用 Helmholtz 积分对辐射声场进行预测研究。而在对高架结构的振动分析计算或现场测试中,普遍以加速度作为振动基本评价量,因此,使用本文建立的方法可以直接通过振动加速度估算声场中任意点的声压,避免了加速度积分为速度后精度不高的问题。

1 理论公式

1.1 Helmholtz 积分公式

理论上任意形状的振动结构在外部流体介质场 Q 中任意点 P 的稳态辐射声压 $p(r)$ 可由 Helmholtz 积分公式计算得

$$p(r) = \int_S \left[p(r_s) \frac{\partial G(r, r_s)}{\partial n} - i\rho\omega v(r_s)G(r, r_s) \right] dS \quad (1)$$

其中: r_s 是辐射面 S 上的位置矢径; ρ 为流体介质密度; ω 为角频率; $i = \sqrt{-1}$; $p(r_s)$ 和 $v(r_s)$ 分别为结构表面声压和法线振速; $G(r, r_s)$ 为自由自由空间 Green 函数,使用加权残值法可求得:

$$G(r, r_s) = \frac{e^{ikR}}{4\pi R} \quad (2)$$

其中: $R = |r - r_s|$; $k = \omega/c$ 为波数; c 为流体介质中的声速。

当式(1)中的 r 趋近于 r_s 时,可得到 Helmholtz 表面积分方程:

$$C(r_s)p(r_s) = \int_S \left[p(r_s) \frac{\partial G(r, r_s)}{\partial n} - i\rho\omega v(r_s)G(r, r_s) \right] dS \quad (3)$$

其中:

$$C(r_s) = \begin{cases} 1 & P \in Q \\ 1/2 & P \in S \\ 0 & P \notin (S \cup Q) \end{cases}$$

$C(r_s)$ 称为为表面角系数。

将结构表面 S 划分成 N 个单元,然后将 Helmholtz 表面积分方程在结构表面离散后,可以得到表面声压向量 p_s 与法向振速向量 v_s 的关系式:

$$Ap_s = Bv_s \quad (4)$$

其中: p_s 和 v_s 为 $N \times 1$ 阶向量; 矩阵 A 和 B 为 $N \times N$ 阶矩阵,矩阵内各元素可以表示为:

$$\begin{cases} A_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - \frac{1}{2\pi} \int_{S_\beta} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ik|r_\alpha - r_\beta|}}{|r_\alpha - r_\beta|} \right) dS \\ B_{\alpha\gamma} = -\frac{i\rho\omega}{2\pi} \int_{S_\gamma} \frac{e^{ik|r_\alpha - r_\beta|}}{|r_\alpha - r_\beta|} dS \\ \alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (5)$$

其中: S_α, S_β 与 S_γ 表示离散单元; r_α, r_β 与 r_γ 是对应的位置矢径。

由式(4)可以得到

$$B^{-1}Ap_s = v_s \quad (6)$$

再由式(1)可得到外部辐射声压为:

$$p(r) = C^T p_s + D^T v_s \quad (7)$$

向量 C 和 D 为 $N \times 1$ 阶向量,可表示为:

$$\begin{cases} C_\alpha = \frac{1}{4\pi} \int_{S_\alpha} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ik|r - r_\alpha|}}{|r - r_\alpha|} \right) dS \\ D_\alpha = -\frac{i\rho\omega}{4\pi} \int_{S_\alpha} \frac{e^{ik|r - r_\alpha|}}{|r - r_\alpha|} dS \end{cases} \quad (8)$$

将式(6)代入式(7)可得:

$$p(r) = C^T p_s + D^T B^{-1}Ap_s = Gp_s \quad (9)$$

1.2 流固耦合系统有限元理论

流固耦合的有限元方程为:

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ -Q^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{a} \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & \frac{1}{\rho}Q \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

其中 M_s 和 M_f 分别为固体和流体的质量矩阵, K_s 和 K_f 分别为固体和流体的刚度矩阵, Q 为流固耦合矩阵, F_s 为固体所受外力, a 为固体法向位移向量, p 为声压向量。

其中,在流体域内的有限元方程可以写成:

$$-Q^T \ddot{a} + M_f \ddot{p} + K_f p = 0 \quad (11)$$

对于研究结构声辐射问题,在空气与结构界面处,空气质量远远小于结构质量,可忽略不计,即 $M_f = 0$,因此方程(11)在空气与结构交接面处的方程可改写为:

$$-Q^T \ddot{a} + K_f p = 0 \quad (12)$$

也可写为

$$p_s = K_f^{-1} Q^T \ddot{a} \quad (13)$$

1.3 声传递向量的推导与计算

将式(13)代入式(9)可得:

$$p(r) = GK_f^{-1} Q^T \ddot{a} = H\ddot{a} \quad (14)$$

其中 H 可称为辐射声压和结构表面振动加速度之间的声传递向量,由前面的推导可以看出,声传递向量是与结构振动激励无关的向量,因此声场中任一点辐射声压可根据实测的结构表面法向振动加速度计算得到。

声传递向量可采用单元辐射叠加法进行计算。令 $\dot{\mathbf{a}}^T = [1, 0, 0, \dots]$, 则相应的辐射声压为 $p_1(r) = H_1$; 再令 $\dot{\mathbf{a}}^T = [0, 1, 0, \dots]$, 则得到 $p_2(r) = H_2$; 以此类推, 最终可得到声传递向量 $\mathbf{H} = [p_1(r), p_2(r), \dots, p_N(r)]$ 。因此, 声传递向量内的每个元素等于结构表面对应单元以单位加速度振动、其它单元加速度为零时的辐射声压。

声传递向量可借助于有限元软件 ANSYS 中的流固耦合分析模块求得。主要计算方法为: 约束其它结构单元, 仅允许第一个结构表面单元以单位法向加速度振动, 此时声场中任意 P 点得到的声压值为第一个单元在声传递向量中的对应元素 $p_1(r)$, 依次类推, 可分别得到各表面单元对于 P 点的对应声传递向量元素 $p_2(r), \dots, p_N(r)$ 。

2 试验验证

2.1 试验介绍

为验证公式(14)应用于预测轨道交通高架结构辐射噪声的可行性, 选择北京首都机场快轨线某高架桥梁段进行振动与噪声的现场试验。



图 1 测试现场

首都机场快轨线是运行直线电机列车的地铁线路, 测试现场如图 1 所示。该段高架结构为跨度 25 m 的箱形截面简支桥梁, 箱梁底板宽 4.3 m, 顶板宽 9 m。直线电机列车经过该段桥梁的速度为 70~90 km/h。桥梁西侧为机场高速, 东侧为京顺路。

分别在跨中梁底板中心、边缘和腹板位置布置了加速度和声压传感器。底板处声压传感器距离结构面 23 cm, 在腹板处声压传感器距离结构面 10 cm, 测点在距离底板 70 cm 高度处。传感器布置简图如图 2 所示。



图 2 传感器布置简图

2.2 振动测试结果

各测点结构面法向振动加速度测试结果分别如图 3—5 所示。表 1 列出了各测点加速度最大值。

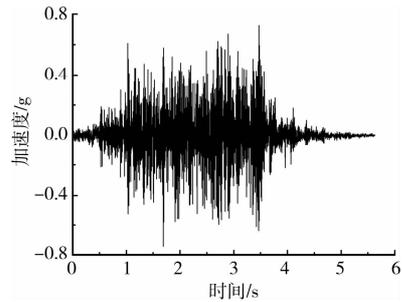


图 3 梁底中心振动加速度

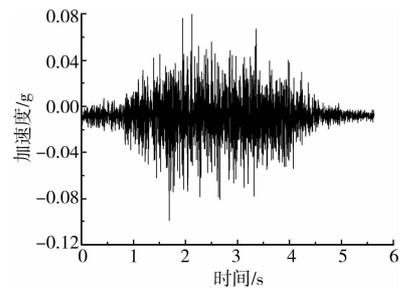


图 4 梁底边缘振动加速度

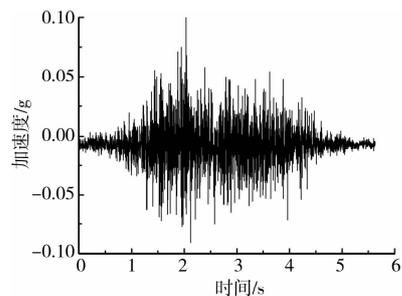


图 5 腹板振动加速度

表 1 振动响应加速度最大值 /g

测点位置	最大值	最大值(20Hz 滤波)
梁底中心	0.742	0.09
梁底边缘	0.099	0.02
腹板	0.1	0.03

从表中结果可以看出, 当列车经过时, 在结构表面法线方向上, 梁底板中心振动加速度响应最大, 腹板次之, 梁底板边缘最小。跨中梁底中心的最大加速度达到 0.742 g。采用 20 Hz 低通滤波后, 最大加速度为 0.09 g。

2.3 振动频谱分析

各测点加速度的 1/3 倍频程谱如图 6 所示,由图中可以看出,各测点的振动峰值主要集中在 80~125 Hz 范围内。

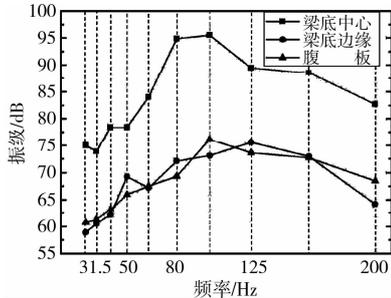


图 6 各测点频谱

通过分析振动测试结果可以看出,箱梁结构振动响应沿截面不均匀分布,可使用直线内插的方法对桥梁表面的非平稳振动进行估算。对于梁底板,在已知中心和边缘加速度的情况下,中间单元的加速度水平可通过线性插值的方法估算。腹板单元由于分布宽度相对较小,可简单认为腹板各单元振动响应一致。翼缘板的振动加速度按与梁底板边缘的加速度一致进行估算。

2.4 辐射声压结果

各测点声压的实测结果如图 7—9 所示。将各单元测量和线性内插法得到的振动加速度做为输入条件,利用公式(14)可以得到高架结构各测点的计算声压。由于地面及结构周围障碍物对噪声的反射及吸收情况较为复杂且影响较小,因此以无限空间模拟声场的边界条件。

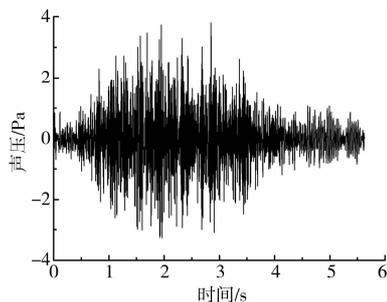


图 7 梁底中心声压

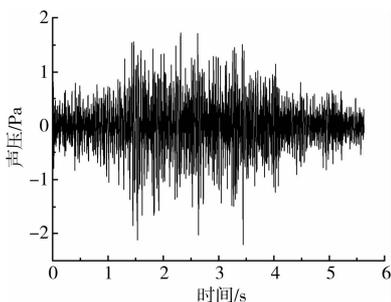


图 8 梁底边缘声压

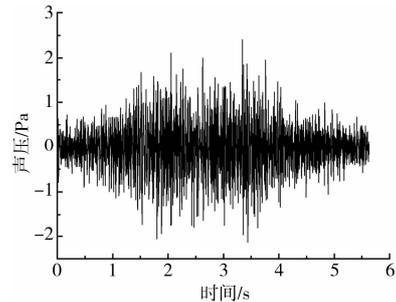


图 9 腹板声压

由于试验现场背景噪声显著,采用小波包滤波法进行消噪处理。不同测点计算和实测声压级的 1/3 倍频程谱如图 10—12 所示。通过比较可以看出,计算值与实测值声压级分布和变化趋势比较接近,声压级幅值与振动加速度频谱幅值相比也有相同的变化趋势。计算结果和实测结果都表明结构声辐射的峰值主要出现在 80~125 Hz 范围内,因此结构噪声声压以此段频率为主。

比较图 10—12 还可以看出,在 125~200 Hz 范

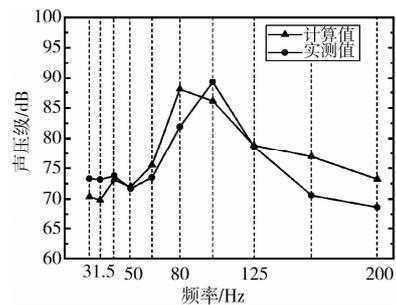


图 10 梁底中心测点声压级

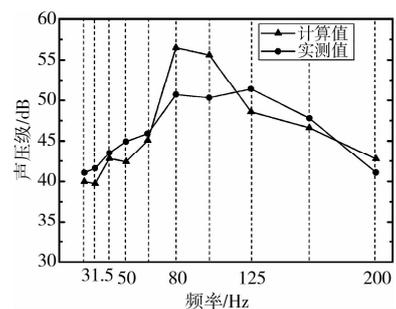


图 11 梁底边缘测点声压级

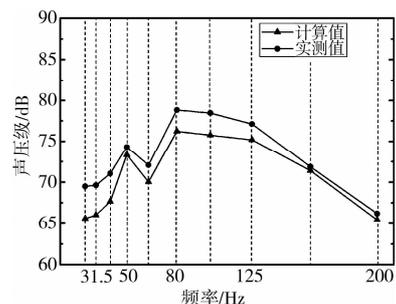


图 12 腹板测点声压级

范围内的较高频段,从梁底面中心到腹板实测值渐大于计算值,说明了随着相对于桥上车辆暴露程度的增大,测点更容易受到轮轨噪声和车辆设备的高频噪声影响。

比较不同位置测点的声压级峰值如表 2 所示。梁底中心振动剧烈,而且声辐射有效面积相比其他测点较大,因此辐射声压级峰值最大,腹板次之,梁底边缘最小。因此,结构表面振动水平、有效辐射面积和声场中测点位置综合决定了辐射声压的峰值大小。

表 2 声压级峰值比较 /dB

测点位置/Hz		80	100	125
梁底中心	计算值	88.05	86.13	78.82
	实测值	81.91	89.23	78.63
梁底边缘	计算值	56.5	55.59	48.59
	实测值	50.68	50.3	51.38
腹板	计算值	76.2	75.74	75.17
	实测值	78.83	78.45	77.11

3 结论

通过以上公式的推导和结果分析,可得到如下结论:

1)使用有限元法和边界元法推导的声传递向量建立了噪声与振动加速度之间的联系,该方法以实测的振动加速度作为输入条件,能够得到较为精确的辐射噪声结果。计算结果与实测辐射声压级结果较为接近,可用于城市轨道交通高架结构的声辐射预测研究。

2)当直线电机列车经过时,在高架结构表面法线方向上,腹板振动加速度响应最大,梁底板中心次之,梁底板边缘最小。

3)直线电机列车引起高架结构的辐射声压级峰值主要集中在 80~125 Hz 范围内。

4)计算结果表明,随着测点位置对于车辆暴露程度的增大,更容易受到轮轨噪声和车辆设备噪声的影响,腹板位置受到影响最大。

5)结构表面振动水平、有效辐射面积和声场中测点位置综合决定了辐射声压的峰值大小。

参考文献:

[1] 郭骅,姜哲. 关于辐射效率 δ_{rad} 的讨论[J]. 振动工程学报,1992,5(2):133-139.
GUO HUA, JIANG ZHE. Discussion on radiation efficiency σ_{rad} [J]. Journal of Vibration Engineering, 1992,5(2):133-139.

[2] JEAN P. A variational approach for the study outdoor sound propagation and application to railway noise [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 212(2):275-294.

[3] JEAN P, GABILLET USING Y. A boundary element approach to study small screens close to rails [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 231(3): 711-719.

[4] 朱彦,陈光冶,林常明. 城市高架轨道桥辐射噪声的计算与分析[J]. 噪声与振动控制,2005(3):37-41.
ZHU YAN, CHEN GUANG-YE, LIN CHANG-MING. Numerical prediction and analysis of radiated noise from viaduct of city [J]. Noise and Vibration Control,2005(3):37-41.

[5] 胡新伟,黄醒春. 高架轨道梁振动与结构噪声的数值模拟[J]. 低温建筑技术,2007(2):54-56.
HU XIN-WEI, HUANG XING-CHUN. Numerical simulation on vibration and structural noise of the elevated track beam [J]. Low Temperature Architecture Technology,2007(2):54-56.

[6] 谢旭,张鹤,山下幹夫,等. 桥梁振动辐射低频噪声评估方法研究[J]. 土木工程学报,2008(11):53-59.
XIE XU, ZHANG HE, YAMASHITA MIKIO, et al. Theoretical analysis of low-frequency noise radiated from bridge vibrations [J]. China Civil Engineering Journal,2008(11):53-59.

[7] 王斌,汤渭霖,范军. 一种辐射声场近似计算方法—单元辐射叠加法[J]. 声学学报,2008,33(3):226-230.
WANG BIN, TANG WEI-LIN, FAN JUN. An approximate method to acoustic radiation problems: element radiation superposition method [J]. Acta Acustica,2008,33(3): 226-230.

[8] MICHEL TRAN VAN NHIEU. An approximate solution to sound radiation from slender bodies [J]. J. Acoust. Soc. Am.,1994, 96(2):1070-1079.

[9] 杨新文,翟婉明,和振兴. 轨道板声辐射特性[J]. 中国铁道科学,2009, 30(1):24-28.

[10] 张多新,周娟,白新理. 流固耦合系统的位移-压力(u_i, p)格式在 U 型渡槽抗震分析中的应用研究[J]. 西安建筑科技大学学报,2010,42(1):47-53.
ZHANG DUO-XIN, ZHOU JUAN, BAI XIN-LI. The displacement-pressure FEA of FSI system on the dynamic analysis of U shape aqueduct [J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology,2010,42(1):47-53.

[11] AUCEJO M, TOTARO N, GUYADER J L. Identification of source velocities on 3D structures in non-anechoic environments: Theoretical background and experimental validation of the inverse patch transfer functions method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(18):3691-3708.

[12] CITARELLA R, FEDERICO L, CICATIELLO A. Modal acoustic transfer vector approach in a FEM-BEM vibro-acoustic analysis [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2007, 31(3):248-258.

[13] 夏禾,郭薇薇,陶毕莲. 直线电机轮轨交通高架结构 [M]. 北京:中国科学技术出版社,2009.

[14] 顾戌华,夏禾,郭薇薇,等. 直线电机轨道交通系统车桥耦合动力分析[J]. 工程力学,2009,26(2):203-209.
GU XU-HUA, XIA HE, GUO WEI-WEI, et al. Train-bridge interaction analysis of linear induction motor driven transit system [J]. Engineering Mechanics,2009, 26(2): 203-209.

(编辑 胡英奎)