

裂隙岩体损伤局部化分析

杨海清¹,周小平¹,许茂林²,刘 畅³

(1. 重庆大学 土木工程学院,重庆 400045;2. 重庆江津区滨江新城开发建设有限公司,重庆 402260;
3. 重庆市渝中区国土资源分局,重庆 400013)

摘 要:裂隙岩体损伤局部化与裂隙扩展状态密切相关,裂隙扩展到一定长度后裂隙的扩展状态发生分叉,一部分裂隙继续扩展,另一部分裂隙停止扩展。裂隙岩体损伤局部化是由裂隙扩展状态分叉产生的,损伤局部化起始位置也取决于裂隙扩展状态。通过对多裂隙扩展状态的分叉分析,得到了含矩形分布裂隙岩体损伤局部化弯折裂纹临界扩展长度及临界应力。根据系数矩阵的特征值与特征向量,确定了裂隙岩体损伤局部化的位置,而且考虑了裂隙之间的相互作用。最后,通过算例分析得到了裂隙岩体损伤局部化临界应力与裂隙列间距、行间距、围压和原生裂隙倾角的关系。

关键词:裂隙岩体;损伤局部化;起始条件;裂纹扩展;裂纹相互作用

中图分类号:TU452 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2012)01-0054-06

Analysis of Damage Localization in Crack Weakened Rock Mass

YANG Hai-qing¹, ZHOU Xiao-ping¹, XUE Mao-ling², LIU Chang³

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China;
2. The Development & Construction CO. Ltd. of Binjiangxincheng, Jiangjin 402260, Chongqing, P. R. China;
3. Yuzhong Branch of Chongqing Land and Resource Management Bureau, Chongqing 400013, P. R. China)

Abstract: Damage localization in crack weakened rock mass is closely related to the crack growth pattern. Bifurcation of the alternative evolution of cracks occurs when the cracks grow to some extent, then some cracks keep on growing while other ceased evolving. It is found that damage localization in crack weakened rock mass is caused by bifurcation of the crack growth pattern, and the initial location is also determined by the crack growth pattern. Based on the analysis on the bifurcation of crack growth pattern, the critical length of wing crack and the critical stress of damage localization in crack weakened rock mass are obtained. Subsequently, the onset location of damage localization is determined by using the eigenvalue and eigenvector of coefficient matrix, and crack interaction is also taken into account in this model. Finally, the relationship between the interval between columns and rows, the orientation of crack, confining stress and the critical stress of damage localization is defined in the example.

Key words: crack-weakened rock mass; damage localization; onset condition; crack growth; crack interaction

损伤局部化现象是岩体破坏的开始,表现为岩体在经历一定的均匀变形后,突然进入局部化变形阶段,它是岩体破坏的前兆。因此,研究裂隙岩体损伤局部化的起始条件,对于分析地下工程围岩稳定

性具有重要的工程应用价值。

目前,损伤局部化的研究方法主要分为 3 类。第 1 类是基于统计细观损伤力学的损伤局部化模型,例如,Bai 等基于统计力学原理,给出了微损伤细

收稿日期:2011-04-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50778184,50878218);教育部博士研究生学生新人奖(0903005109044-12);长江学者和创新团队发展计划(IRT1045)

作者简介:杨海清(1983-),男,博士,主要从事岩土力学方面的研究,(E-mail)yanghaiqing06@163.com。

观动力学的连续损伤的场演化方程,同时获得了损伤局部化的判别准则,揭示了微损伤的物理过程和受损材料的宏观力学性质的关系^[1-2]。第 2 类为基于塑性力学理论的损伤局部化模型,例如,Wang 等基于非局部理论研究了弹性模量、降模量及内部长度参数对局部损伤变量和局部损伤变量率的影响^[3];Luan 等推导建立了岩石发生分叉失稳时的最大硬化模量和临界局部化方向^[4-6];Bi 等研究了岩石类材料非局部损伤断裂模型^[7-9]。第 3 类是基于细观损伤力学的损伤局部化模型,例如,Zhou 建立了裂隙岩体损伤局部化本构模型^[10-12];Zhu 等建立了各向异性准脆性材料细观损伤力学模型^[13-14];Golshani 等建立了三向应力状态下脆性岩石细观损伤模型^[15-17]。上述 3 类方法从不同的角度分析了损伤局部化机理,深化了对损伤局部化的认识。但是,对于含多裂隙的岩体,由于多裂隙扩展规律的复杂性,现阶段对裂隙岩体的损伤局部化规律的认识还处于初步阶段。

该文建立了矩形分布裂隙岩体损伤局部化模型,基于多裂隙分叉扩展分析,得到了裂隙岩体损伤局部化的临界应力以及弯折裂纹临界扩展长度。同时,根据特征值和特征向量确定了裂隙岩体损伤局部化的位置。通过算例分析,得到了裂隙岩体损伤局部化临界应力与裂隙列间距、行间距、围压和裂隙倾角之间的关系。

1 裂隙岩体损伤局部化起因

由于岩体中裂隙组的大量存在,使得岩体在发生破坏时往往与裂隙构造有很大关系。岩体在外荷载的作用下,首先于原生裂隙尖端处形成应力集中,应力集中达到一定程度时,裂隙开始扩展;但并不是所有的裂隙都会持续扩展下去,大部分会止裂,只有少数裂隙将会持续扩展,岩体的最终破坏往往是沿一个或几个局部化破坏条带进行的,不同的裂隙结构面常常出现不同的破坏面,这就是裂隙岩体的损伤局部化现象。

基于以上定性认识,该文认为裂隙岩体的损伤局部化与裂隙扩展状态有密切关系,也就是说裂隙岩体损伤局部化是裂隙扩展状态分叉的结果^[8-9]。损伤局部化产生的主要原因是裂隙扩展到一定长度后裂隙的扩展状态发生分叉,一部分裂隙继续扩展,另一部分裂隙停止扩展。这里的分叉指的是裂纹扩展状态的分叉,而不是裂纹扩展的路径的分叉,两者截然不同。图 1 表示单列裂隙扩展状态分叉的几种不同模式,图 1(a)中的均匀扩展裂隙在一定的条件下可能转化为图 1(b—d)中的扩展模式。基于前人所作的研究,作者认为对多裂隙扩展模式进行

分叉分析可以得到裂隙岩体损伤局部化的起始条件,进而确定损伤局部化在裂隙岩体中的位置。

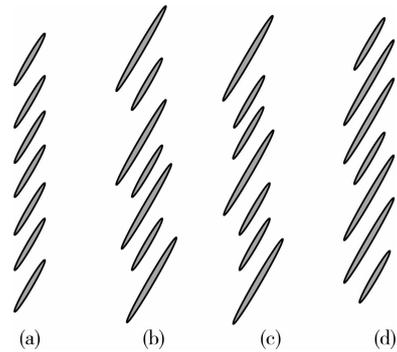


图 1 典型的裂隙扩展模式分叉图

2 裂隙岩体损伤局部化机理

2.1 裂隙表面伪力

如图 2,假设岩体中含有多条裂隙,所受的远场应力为 σ^∞ 。根据伪力法(pseudo-traction method),第 j 条裂隙所受的伪力 σ_j 为

$$\sigma_j = \sum_{k=1}^N \Lambda_{jk} (\sigma^\infty + \sigma_k) \quad (1)$$

式中: $k \neq j, j = 1, 2, 3, \dots, N, \sigma_k$ 为第 k 条裂隙所受的伪力, Λ_{jk} 为相互作用因子,可以通过图 2 所示的集中力 F 或远场应力 σ^∞ 对点 (r, φ) 所产生的应力表示为^[18]

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \Gamma \left(\frac{l}{r} \right)^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos 4\varphi \\ \cos 2\varphi - \frac{1}{2} \cos 4\varphi \\ \frac{1}{2} (\sin 4\varphi - \sin 2\varphi) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\Gamma = \sigma^\infty$ (远场应力), $\Gamma = F/(\pi l)$ (点荷载), l 为裂隙的半长度。

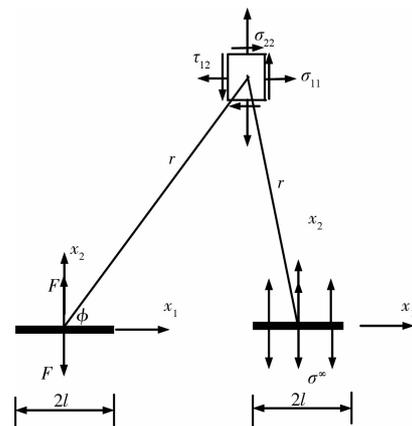


图 2 点荷载和远场应力在点 (r, φ) 产生的应力

2.2 损伤局部化模型

以矩形分布摩擦滑移裂隙模型为例对裂隙岩体损伤局部化机理进行探讨,模型如图 3 所示。为了便于分析,将图 3 中的弯折裂隙扩展路径简化为与最大主压应力 σ_1^∞ 方向平行,如图 4 所示。图 4 中 $2w$ 代表裂隙岩体矩形分布裂隙的行间距, H 代表裂隙的列间距, (i, j) 表示第 i 行第 j 列的裂隙。

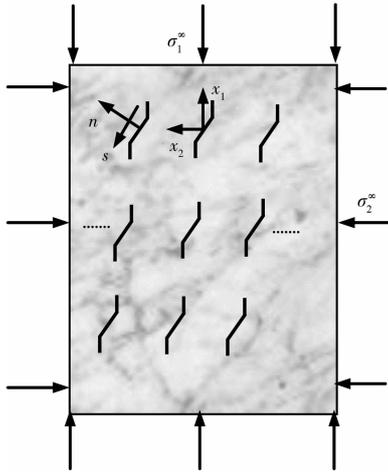


图 3 双周期分布的摩擦滑移裂隙模型

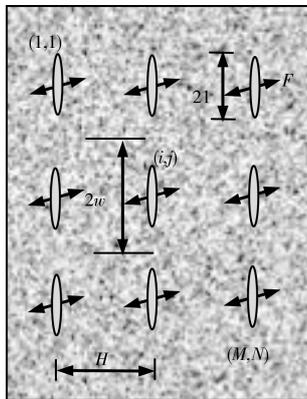


图 4 简化的摩擦滑移裂隙模型

取压应力为正,作用在原生裂隙上的剪应力和正应力分别为:

$$\begin{cases} \tau_s = \sin \varphi \cos \varphi (\sigma_1^\infty - \sigma_2^\infty) \\ \sigma_n = \cos^2 \varphi \sigma_1^\infty + \sin^2 \varphi \sigma_2^\infty \end{cases} \quad (3)$$

如果裂隙表面满足 Mohr-Coulomb 准则,导致裂隙发生摩擦滑动的剪应力为:

$$\tau = \tau_s - \mu \sigma_n \quad (4)$$

式中: μ 为裂隙表面的摩擦系数。

在不考虑裂隙间的相互作用情况下,导致裂隙发生扩展的等效点力为:

$$F = a\psi_1\sigma_1^\infty - a\psi_2\sigma_2^\infty \quad (5)$$

式中: $\psi_1 = \cos\varphi(\sin 2\varphi - 2\mu\cos^2\varphi)$, $\psi_2 = \cos\varphi(\sin$

$2\varphi + 2\mu\sin^2\varphi)$

在考虑裂隙间的相互作用情况下,导致第 i 行第 j 列的裂隙发生扩展的等效点应力为

$$F_{ij} = a[\psi_1(\sigma_1^\infty - \sigma_{1ij}) - \psi_2(\sigma_{2ij} + \sigma_2^\infty)] \quad (6)$$

式中: σ_{1ij} 、 σ_{2ij} 分别为作用在第 i 行第 j 列裂隙上沿 x_1 、 x_2 方向的伪力。

根据式(1)和(2)可确定作用在第 i 行第 j 列裂隙上的伪力为:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{1ij} \\ \sigma_{2ij} \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{l^2}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2(n-j)^2} \left(\frac{F_{ij}}{\pi l} - \sigma_{2ij} - \sigma_2^\infty \right) \begin{bmatrix} 0.5 - 4s + 4s^2 \\ 6s - 1.5 - 4s^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: σ_{1ij} 、 σ_{2ij} 分别为作用在第 i 行第 j 列裂隙上沿 x_1 、 x_2 方向的伪力, $s = \frac{4w^2(n-j)^2}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2(n-j)^2}$ 。

裂隙扩展准则为:

$$\frac{F_{ij}}{\sqrt{\pi l}} - (\sigma_{2ij} + \sigma_2^\infty) \sqrt{\pi l} = K_{IC} \quad (8)$$

式中, K_{IC} 为岩石的断裂韧度。

将式(6)代入(7)并利用

$$\sigma_{1ij} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{(0.5 - 4s + 4s^2)}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2(n-j)^2} \sigma_{2ij} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{(6s - 1.5 - 4s^2)}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2(n-j)^2} \sigma_{2ij}$$

$A_{ij}\sigma_{2ij}$ 可得

$$\sigma_{2ij} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{l^2}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2(n-j)^2} \times \left\{ \frac{a[\psi_1(\sigma_1^\infty - A_{ij}\sigma_{2ij}) - \psi_2(\sigma_{2ij} + \sigma_2^\infty)]}{\pi l} - \sigma_{2ij} - \sigma_2^\infty \right\} \times (6s - 1.5 - 4s^2) \quad (9)$$

裂隙均匀扩展时,应力场可以表示为:

$$\sigma_{2ij} = \sigma_2 + \sigma_{1ij} = \sigma_1 \quad (10)$$

2.3 损伤局部化条件

将式(10)代入(9),可得分叉前的均匀伪力为

$$\sigma_2 = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{l^2 B (6s - 1.5 - 4s^2)}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2(n-j)^2}}{1 + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{l^2 C (6s - 1.5 - 4s^2)}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2(n-j)^2}} \quad (11)$$

式中, $B = \frac{a}{\pi l} \psi_1 \sigma_1^\infty - \frac{a}{\pi l} \psi_2 \sigma_2^\infty - \sigma_2^\infty$; $C = \frac{a}{\pi l} \psi_1 A_{ij} +$

$\frac{a}{\pi l} \psi_2 + 1$ 。

裂隙扩展模式分叉后的应力场可以表示为

$$\begin{cases} \sigma_{2ij}^{(2)} = \sigma_2 + \delta\sigma_{2ij} \\ \sigma_{1ij}^{(2)} = \sigma_1 + \delta\sigma_{1ij} \end{cases} \quad (12)$$

$$l_{ij}^{(2)} = l + \delta l_{ij}$$

将式(8)代入(7)可得:

$$\sigma_{2ij} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{l^{\frac{3}{2}}}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2 (n-j)^2} \left(\frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi}} \right) (6s - 1.5 - 4s^2) \quad (13)$$

对式(13)变分,可得:

$$\delta \sigma_{2ij} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{1.5 l^{\frac{1}{2}} \delta l_{ij}}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2 (n-j)^2} \left(\frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi}} \right) (6s - 1.5 - 4s^2) \quad (14)$$

将式(8)、(10)和(11)代入式(14)可得

$$\delta \sigma_{2ij} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{1.5 \delta l_{ij}}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2 (n-j)^2} \times \left(\frac{a[\psi_1(\sigma_1^\infty - A_{ij}\sigma_2) - \psi_2(\sigma_2 + \sigma_2^\infty)] - (\sigma_2 + \sigma_2^\infty)l}{\pi} \right) (6s - 1.5 - 4s^2) \quad (15)$$

对式(8)变分可得

$$\delta \sigma_{2ij} = - \frac{\eta[\psi_1(\sigma_1^\infty - A_{ij}\sigma_2) - \psi_2(\sigma_2 + \sigma_2^\infty)] + \sigma_2 + \sigma_2^\infty}{\eta(\psi_1 A_{ij} + \psi_2) + 1} \frac{\delta l_{ij}}{2l} \quad (16)$$

式中, $\eta = \frac{a}{(\pi l)}$ 。

联立式(15)和(16)可得

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{1.5 \delta l_{ij}}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2 (n-j)^2} \times \left(\frac{a[\psi_1(\sigma_1^\infty - A_{ij}\sigma_2) - \psi_2(\sigma_2 + \sigma_2^\infty)] - (\sigma_2 + \sigma_2^\infty)l}{\pi} \right) \times (6s - 1.5 - 4s^2) + \frac{\eta[\psi_1(\sigma_1^\infty - A_{ij}\sigma_2) - \psi_2(\sigma_2 + \sigma_2^\infty)] + \sigma_2 + \sigma_2^\infty}{\eta(\psi_1 A_{ij} + \psi_2) + 1} \frac{\delta l_{ij}}{2l} = 0 \quad (17)$$

式(17)可以化为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} q_{11}^{11} & q_{12}^{11} & \cdots & q_{1M}^{11} \\ q_{11}^{12} & q_{12}^{12} & \cdots & q_{1M}^{12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{11}^{MN} & q_{12}^{MN} & \cdots & q_{1M}^{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta l_{11} \\ \delta l_{12} \\ \vdots \\ \delta l_{MN} \end{bmatrix} = 0 \quad (18)$$

式(18)系数矩阵元素的表达式为

$$q_{nm}^{ij} = \frac{1.5}{(m-i)^2 H^2 + 4w^2 (n-j)^2} \times \left(\frac{a[\psi_1(\sigma_1^\infty - A_{ij}\sigma_2) - \psi_2(\sigma_2 + \sigma_2^\infty)] - (\sigma_2 + \sigma_2^\infty)l}{\pi} \right) \times (6s - 1.5 - 4s^2) + \frac{\eta[\psi_1(\sigma_1^\infty - A_{ij}\sigma_2) - \psi_2(\sigma_2 + \sigma_2^\infty)] + \sigma_2 + \sigma_2^\infty}{\eta(\psi_1 A_{ij} + \psi_2) + 1} \frac{1}{2l} \quad (19)$$

当式(18)中系数矩阵奇异时,式(18)存在非零

解。通过求解式(18)的系数矩阵特征值,可以确定裂隙岩体损伤局部化临界弯折裂隙长度 l_{cr} 。同时,还可以根据零特征值对应的特征向量确定损伤局部化的位置。

根据文献[12]的研究,图 4 所示双周期性分布裂隙尖端的应力强度因子可以表示为

$$K_I = \frac{F_{pr} \cos \varphi}{\sqrt{w \sin \frac{\pi l}{w}}} - \sigma_2^{pr} \sqrt{2w \tan \frac{\pi l}{2w}} \quad (20)$$

式中, $\tau_{eff} = (\sigma_1^\infty - \sigma_2^\infty) \cos \varphi \sin \varphi - \mu(\sigma_2^\infty \sin^2 \varphi + \sigma_1^\infty \cos^2 \varphi)$, $F = 2a\tau_{eff}$; $F_{pr} = \frac{FA_r}{2l}$; $A_r =$

$$\left\{ 1 + 4 \sin^2 \frac{\pi l}{2w} e^{-\frac{\pi H}{w}} \left[1 + \frac{\pi H}{w} \right] \right\}^{-1}; \sigma_2^{pr} = A_r \sigma_2^\infty。$$

当围压 σ_2^∞ 保持不变时,临界弯折裂隙长度 l_{cr} 对应的临界轴向应力可以表示为

$$\sigma_{1cr} = \left[\left(K_{IC} + \sigma_2^{pr} \sqrt{2w \tan \frac{\pi l_{cr}}{2w}} \right) \frac{l_{cr} \sqrt{w \sin \frac{\pi l_{cr}}{w}}}{a A_r \cos \varphi} + \sigma_2^\infty \cos \varphi \sin \varphi + \mu \sigma_2^\infty \sin^2 \varphi \right] (\cos \varphi \sin \varphi - \mu \cos^2 \varphi)^{-1} \quad (21)$$

σ_{1cr} 就是裂隙岩体损伤局部化起始应力。

3 算例与分析

本节通过一个含 3 行 2 列共 6 根裂隙的算例来分析裂隙岩体参数对损伤局部化起始条件的影响,具体计算参数如下: $M=3, N=2, K_{IC}=1.7 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$, $a=5 \text{ cm}, \mu=0.5$ 。

图 5 表示损伤局部化临界应力与裂隙列间距的关系,主要计算参数为: $w=0.15 \text{ m}, \varphi=30^\circ$ 。从图 5 中可知,随着裂隙列间距的增加,裂隙岩体损伤局部化的起始应力也不断增加。同时,围压对损伤局部化临界应力的影响也很显著,如图 5 所示。裂隙岩体损伤局部化临界应力随围压的增加而增加,从图 5 中可知围压为 5 MPa 的临界应力约为围压为 2 MPa 的临界应力的 2~3 倍。

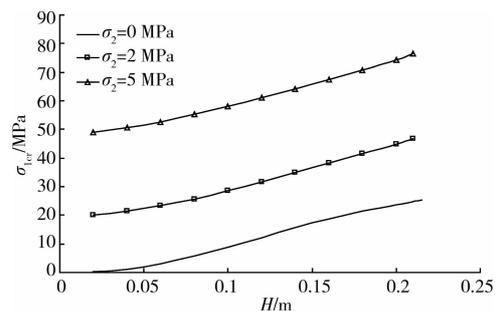


图 5 损伤局部化临界应力与裂隙列间距 H 的关系

裂隙岩体损伤局部化临界应力与裂隙行间距的关系如图6所示,计算参数为: $\varphi=30^\circ$, $H=0.15\text{ m}$, $\sigma_2^\infty=2\text{ MPa}$ 。从图6中可以看出,裂隙岩体损伤局部化临界应力随裂隙行间距的增加先增加后减小,最终趋于平稳。

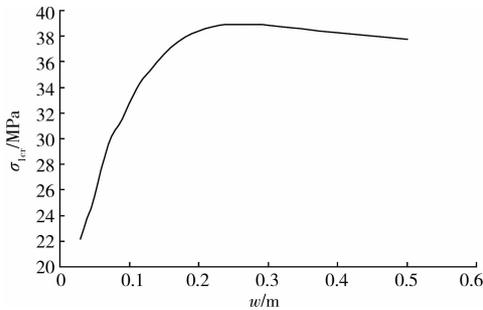


图6 损伤局部化临界应力与裂隙行间距 w 的关系

裂隙岩体损伤局部化临界应力与裂隙倾角 φ 的关系如图7所示,计算参数为: $w=0.15\text{ m}$, $H=0.15\text{ m}$, $\sigma_2^\infty=2\text{ MPa}$ 。从图7可知,在其它条件不变的前提下,当裂隙倾角小于 55° 时,裂隙岩体损伤局部化临界应力随裂隙倾角的增加而迅速减小;当裂隙倾角大于 55° 时,裂隙岩体损伤局部化临界应力随裂隙倾角的增加而增加。

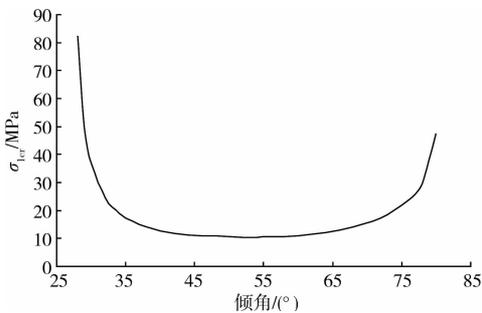


图7 损伤局部化临界应力与裂隙倾角 φ 的关系

由式(18)求得系数矩阵的最小非负特征值,再根据零特征值对应的特征向量正负号判断裂隙损伤局部化的位置,正号表示裂隙继续扩展,负号表示停止扩展^[8],如图8所示。图8中计算参数为: $w=0.18\text{ m}$, $H=0.1\text{ m}$, $\varphi=30^\circ$, $\sigma_2^\infty=2\text{ MPa}$,裂隙扩展临界长度为 $0.030\ 352\text{ m}$,对应的损伤局部化临界应力为 $28.523\ 8\text{ MPa}$ 。从图8可知,裂隙在初始扩展阶段由于裂隙间相互作用较小,可以认为岩体中的所有裂隙是均匀同步扩展的,如图8(a)所示。然而,当裂隙扩展长度达到临界长度时,第2列的裂隙继续扩展,第1列的裂隙停止扩展,从而导致损伤局部化,如图8(b)所示。

图9为文献[19]中相似模型实验结果,实验含预制多根裂纹的白水泥相似材料模型,白水泥:水

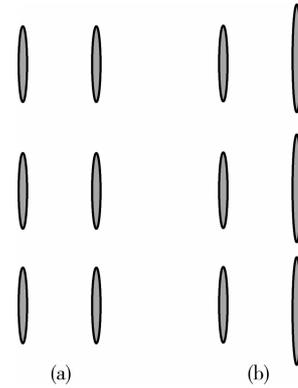


图8 裂隙岩体损伤局部化前后对比图

$=1:2$ 。图9(a)为试件破坏后的照片,从图9中可以看出:虽然初始时刻预制了若干根相同的裂纹,但是裂纹在加载到一定阶段后沿某一优势方向局部化发展,最终导致试件破坏,这与图8所示的结果类似,从而验证了损伤局部化的存在。

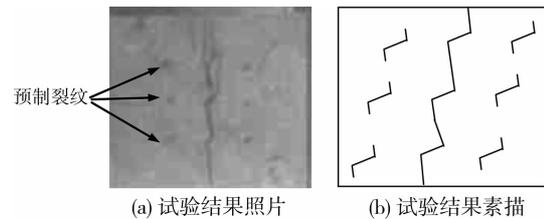


图9 相似模型试验结果^[19]

5 结论

基于简化的矩形分布摩擦滑移裂纹模型,对裂隙岩体损伤局部化起始条件以及产生机理进行了探讨,得到的主要结论有:

- 1)通过对多裂隙扩展状态的分叉分析,得到了含矩形分布裂隙岩体损伤局部化临界弯折裂纹扩展长度及临界应力。
- 2)确定了裂隙岩体损伤局部化的位置,而且考虑了裂隙之间的相互作用。
- 3)参数分析表明:裂隙岩体损伤局部化临界应力随裂隙列间距的增加而增加,随裂隙行间距的增加先增加后减小,随围压的增加而增加,并且随原生裂隙倾角的增加先减小后增加。

参考文献:

- [1] BAI Y L, BAI J, LI H L, et al. Damage evolution, localization and failure of solids subjected to impact loading [J]. International Journal of Impact Engineering, 2000, 24:685-701.
- [2] BAI Y L, XIA M F, KE F J, et al. Statistical microdamage mechanics and damage field evolution[J].

- Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2001,37: 1-10.
- [3] WANG XUE-BIN. Analysis of damage localization for ductile metal in process of shear band propagation[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2006,16:153-158.
- [4] LUAN MAO-TIAN, WANG ZHONG-CHANG, YANG QING. Study on damage bifurcation and instability of rock-like materials[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2006,19 (3):275-282.
- [5] 栾茂田,王忠昶,杨庆. 考虑损伤效应的岩石类材料局部化特性分析[J]. 岩土力学,2007,28(1):1-6.
- LUAN MAO-TIAN, WANG ZHONG-CHANG, YANG QING. Analysis of localization behavior of rock-like materials with damage effect[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007,28(1):1-6.
- [6] WANG ZHONG-CHANG, ZHAO DE-SHEN, YANG QING. Theoretical study on damage bifurcation of unstable failure process of quasi-brittle materials[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2009,19:811-818.
- [7] BI ZHONG-WEI, ZHANG MING, JIN FENG. Non-local damage and fracture model of rock and concrete-like materials[J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2009,19:824-828.
- [8] MOHAMSD-HUSSEIN A, SHAO J F. Modelling of elastoplastic behavior with non-local damage in concrete under compression [J]. Computers & Structures, 2007,85:1757-1768.
- [9] BADIS HADDAG, FARID ABED-MERAIM, TUDOR BALAN. Strain localization analysis using a large deformation anisotropic elastic-plastic model coupled with damage[J]. International Journal of Plasticity, 2009,25:1970-1996.
- [10] ZHOU X P. Upper and lower bounds for constitutive relation of crack-weakened rock masses under dynamic compressive loads[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2006,46:75-86.
- [11] ZHOU X P, ZHANG Y X, HA Q L, et al. Micromechanical modeling of the complete stress-strain relationship for crack weakened rock subjected to compressive loading [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2008,41(5):747-769.
- [12] ZHOU X P. Triaxial compressive behavior of rock with mesoscopic heterogenous behavior: Strain energy density factor approach[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2006,45: 46-63.
- [13] ZHU Q Z, KONDO D, SHAO J F. Micromechanical analysis of coupling between anisotropic damage and friction in quasi brittle materials: role of the homogenization scheme [J]. International Journal of Solids and Structures, 2008,45(5):1348-1405.
- [14] ZHU Q Z, KONDO D, SHAO J F, et al. Micromechanical modeling of anisotropic damage in brittle rocks and application[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences,2008,45:467-477.
- [15] ALIAKBAR GOLSHANI, YOSHIAKI OKUI, MASANOBU ODA, et al. A micromechanical model for brittle failure of rock and its relation to crack growth observed in triaxial compression tests of granite[J]. Mechanics of Materials, 2006,38:287-303.
- [16] ZHU Q Z, SHAO J F, MAINGUY M. A micromechanics-based elastoplastic damage model for granular materials at low confining pressure [J]. International Journal of Plasticity, 2010,26:586-602.
- [17] LEVASSEUR S, COLLIN F, CHARLIER R, et al. On a class of micromechanical damage models with initial stresses for geomaterials[J]. Mechanics Research Communications, 2010,37:38-41.
- [18] MUHLHAUS H B, CHAU K T, ORD A. Bifurcation of crack pattern in arrays of two-dimensional cracks[J]. International Journal of Fracture, 1996,77: 1-14.
- [19] 黎立云,刘大安,史孝群,等. 多裂纹类岩体的双压实验与正交各向异性本构关系[J]. 中国有色金属学报, 2002,12(1):165-170.
- LI LI-YUN, LI DA-AN, SHI XIAO-QUN, et al. Biaxial compression experiments and orthotropic constitutive relationship for regular cracks in replicated rock mass [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2002,12(1):165-170.